



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12-12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

[5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.

[5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что  $a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$ ;  $a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$ ;  $\Delta$  Наша пр-ия имеет вид:

$$\Rightarrow 2a_4 = a_2 + a_6;$$

$$2a_4 = a_2 + \frac{a_4 + a_8}{2};$$

$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8;$$

$$3a_4 = 2a_2 + a_8;$$

Тогда  $3(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = 2(12 - 12x) + (-6x^2);$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0;$$

$$(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0;$$

$$(x+2)^2(x+2+\sqrt{6})(x+2-\sqrt{6}) = 0;$$

$$\begin{cases} x = -2, \\ x = -2 + \sqrt{6}, \\ x = -2 - \sqrt{6}. \end{cases}$$

Тогда либо  $x = -2$ ; либо  $x = -2 + \sqrt{6}$ ; либо  $x = -2 - \sqrt{6}$ ;

Ответ:  $-2; -2 \pm \sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6, \\ |3x-2y| \leq 4. \end{cases}$$

т.к.  $|a|+|b| \geq |a+b|$ , то

$$10 \geq |2x-3y| + |3x-2y| \geq |5x-5y|;$$

$$\begin{cases} 36 \geq 4x^2 + 9y^2 - 12|xy|, \\ 16 \geq 4y^2 + 9x^2 - 12|xy|. \end{cases}$$

1cn  $2x-3y \geq 0 \Rightarrow 6 \geq 2x-3y \geq 0$   
 $3x-2y \geq 0 \Rightarrow 4 \geq 3x-2y \geq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 \geq 12x-8y \geq 0 \\ 6 \geq 2x-3y \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10 \geq 10x-5y$$

$10x-5y=10$   
достигается  
при  $x=1; y=0$ .

$$\begin{aligned} 2x-3y &= 2 \geq 0 \\ 3x-2y &= 3 \geq 0 \end{aligned}$$

удовл.

2cn  $2x-3y \geq 0,$   
 $3x-2y < 0 \Rightarrow 6 \geq 2x-3y \geq 0$   
 $4 \geq 2y-3x > 0$

$$\Rightarrow 10 \geq -x-y \Rightarrow 10+x+y \geq 0.$$

$$30 \geq 10x-15y.$$

$$100+10x+10y \geq 0$$

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m, n \in \mathbb{N}. \quad \sqrt{3}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = m^2 + m(13 - 4n) + (4n^2 - 26n);$$

решим относительно  $m$ :  $D = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169.$

$$m_1 = \frac{4n - 13 + 13}{2} = 2n; \quad m_2 = \frac{4n - 13 - 13}{2} = 2n - 13;$$

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13);$$

Заметим, что одна из скобок обязательно чётна, т.к. значения в этих скобках отличаются на 13 и они являются нат. числами  $\Rightarrow A : 2$

1сл)  $A = 17p^2; B = 15q^2 \Rightarrow 17p^2 : 2$ , т.к.  $p$ -простое

$\Rightarrow$  это может быть только при  $p = 2$

$\Rightarrow A = 17p^2 = 17 \cdot 4 = 68$ . Рассмотрим все делители числа  $A: 1; 2; 4; 17; 34; 68$ .

Заметим, что делителями, отличающимися на 13 могут быть только 4 и 17 ( $17 - 4 = 13$ )

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17; \Rightarrow m - 2n = 4.$$

Тогда  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$

$$B = mn(4 - 2) = 2mn = 15q^2$$

Т.к.  $q$ -простое  $\Rightarrow$  это может быть только при  $q = 2$ .

$$\Rightarrow B = 4 \cdot 15 = 60. \Rightarrow mn = \frac{B}{2} = 30;$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4, \\ mn = 30 \end{cases} \quad m, n \in \mathbb{N}. \quad \Rightarrow \begin{cases} m = 2n + 4; \\ (2n + 4)n = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} n^2 + 2n - 15 = 0. \\ D = 4 + 60 = 64. \end{cases}$$

$$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3 \in \mathbb{N} \Rightarrow m = 2n + 4 = 10.$$

$$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} = -5 < 0 \Rightarrow n \notin \mathbb{N} - \text{Противоречие.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 (продолжение)

$$2en) A = 15q^2; B = 17p^2;$$

$$\Rightarrow A = (m-2n)(m-2n+13) : 2 \Rightarrow A = 15q^2 : 2 \Rightarrow \text{Это может быть только при } q=2 \Rightarrow A = 15 \cdot 4 = 60.$$

Рассмотрим все делители  $A=60$ : 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60.

Заметим, что делителями, отличающимися на 13 могут быть только 2 и 15 ( $15-2=13$ ) (т.к.  $20-13=7 \neq$ ;  $30-13=17 \neq$ ;  $60-13=47 \neq$ )

$$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 2 \cdot 15$$

$$\Rightarrow m-2n=2; \text{ Тогда } B = mn(m-2n-2) = mn(2-2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 17p^2 = 0 \Rightarrow p=0, \text{ но } p\text{-простое Противоречие}$$

$\Rightarrow A$  может принимать значение только 68, а  $B=60$

$\Rightarrow$   $\exists$  только одна пара  $m, n$ , где  $m=10$ ;  $n=3$ .

Ответ:  $m=10$ ;  $n=3$ .

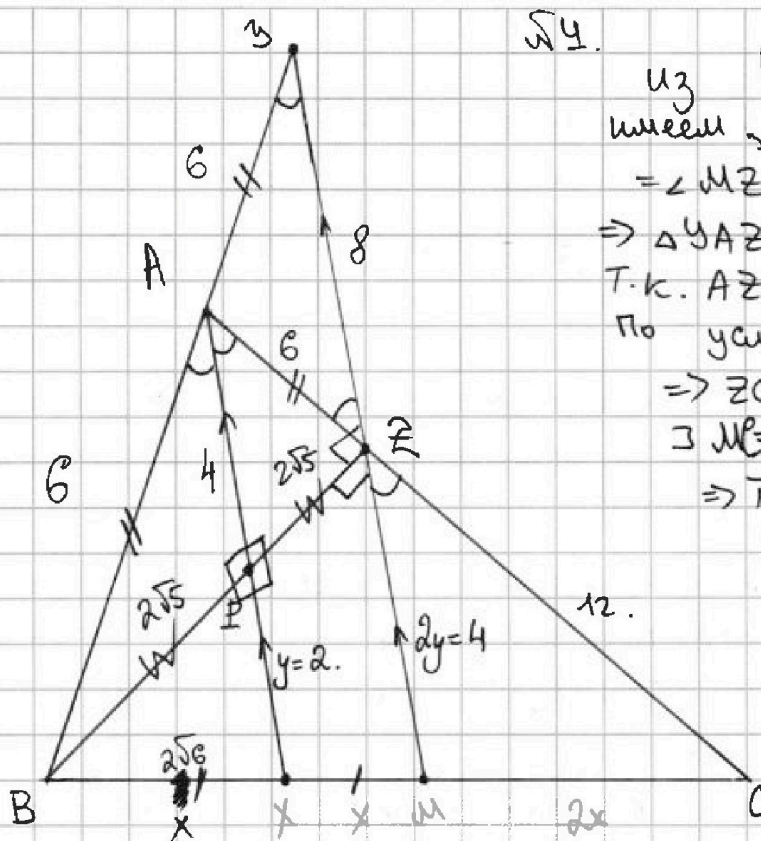


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



из  $\parallel AX$  и  $YM$   
имеем, что  $\angle BAX = \angle XAC =$   
 $= \angle MZC = \angle AZY = \angle AYZ.$

$\Rightarrow \triangle YAZ - \text{р/д.}$

Т.к.  $AZ = 6 \Rightarrow AY = 6$

По условию  $AC = 18 \Rightarrow$

$\Rightarrow ZC = AC - AZ = 18 - 6 = 12$

$\exists ME = BM = 2x. (x > 0)$

$\Rightarrow$  т.к.  $\triangle ZCM \sim \triangle ACX$  по  $\text{г/б/у/м}$   
( $\angle C$ -общий;  $ZM \parallel AX$ )

$\Rightarrow \angle AXC = \angle ZMC$

$\Rightarrow \frac{MC}{XC} = \frac{ZC}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

$XC = \frac{3}{2} MC = \frac{3}{2} \cdot 2x = 3x.$

$\Rightarrow XM = XC - MC = 3x - 2x = x$

Т.к.  $M$ -сер.  $BC \Rightarrow BM = MC$   
 $\Rightarrow BX = BM - XM = x.$

$x = BX = XM$

Заметим, что из св-ва бис-сы  $AX$  следует, что:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{x}{3x}; \quad AB = \frac{1}{3} AC = \frac{18}{3} = 6$$

Тогда, т.к. в  $\triangle BZY$ :  $AZ$  явл. медианой, равной половине стороны к которой она проведена  $\Rightarrow \triangle BZY$  - прямоугольный  
( $AZ = AB = AY = 6$ )  
 $\Rightarrow \angle YZB = 90^\circ$

Тогда  $\angle BZM = 90^\circ$ , т.к. смежен с  $\angle BZY$ .

Тогда, т.к. в  $\triangle YBM$ :  $BX = XM = x$ ;  $AB = AY = 6$ .  $YM \parallel AX \Rightarrow AX$  - ср. линия.

$\Rightarrow \exists P$ -точка пер-я  $BZ$  и  $AX \Rightarrow$  По Т. Фалеса в  $\triangle BZM$ :

$BX = XM = x$ ;  $ZM \parallel PX \Rightarrow PX$  - ср. линия  $\triangle BZM \Rightarrow \angle BZM = \angle BPX = \angle APZ = 90^\circ$

Тогда  $AP = \frac{1}{2} AZ = 4$ ;  $\exists ZM = 2y (y > 0) \Rightarrow PX = \frac{1}{2} 2y = y$ ; Тогда ~~.....~~

~~.....~~ Из подобия  $\triangle ZMC \sim \triangle ACX$   $\frac{2y}{4+y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4y = 8$ ;  $y = 2$

По Т. Пифагора для  $\triangle APZ$  ( $\angle APZ = 90^\circ$ ):  $PZ^2 = 36 - 16 = 20$ ;  $PZ = BP = 2\sqrt{5}$

По Т. Пифагора для  $\triangle BPX$  ( $\angle BPX = 90^\circ$ ):  $x^2 = BX^2 = 20 + 4$ ;  $x = 2\sqrt{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = 4x = 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}.$

Ответ:  $BC = 8\sqrt{6}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2},$$

$$(2) \begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

П.к.  $x$  и  $y$  определён (присутствует  $\sqrt[4]{3y}$  и  $\sqrt[4]{3x}$ )  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow x \geq 0; y \geq 0.$

$$(2) 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2.$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y}) = 0.$$

умножим обе части на  $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \geq 0$

$$(x-y) \left[ 2(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) + 4(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \right] = 0.$$

Заметим, что вторая скобка  $(\square)$  положительна, т.к.

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0; (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}) \geq 0; x+y \geq 0; x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 \geq 0; \sqrt[4]{3} > 0. \Rightarrow \text{Поделим на неё обе части.}$$

$$\Rightarrow x-y=0. \text{ Тогда } (1): \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2};$$

$$\exists t = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}; \text{ Тогда } t^2 = 7 - 2\sqrt{12-x-x^2};$$

$$2\sqrt{12-x-x^2} = 7 - t^2.$$

$$(1): t+5 = 7 - t^2;$$

$$t^2 + t - 2 = 0;$$

$$D=9. \quad t = \frac{-1 \pm 3}{2}.$$

$$(t-1)(t+2) = 0.$$

$$(1) t = 1;$$

$$\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{3-x}$$

$$\begin{cases} x+4 = 1 + 3-x + 2\sqrt{3-x} \\ 3-x \geq 0, \\ x+4 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 2\sqrt{3-x} \geq 0, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 = 12 - 4x \\ 3 \geq x \\ x \geq -4 \\ x \geq 0. \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение).

$$\begin{cases} x^2 = 3 - x, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x - 3 &= 0. \\ D &= 1 + 12 = 13. \end{aligned}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \sqrt{3} > 3 \quad \checkmark$$

$$y_1 = x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ - удовл. } 3 \geq x \geq 0$$

$$y_2 = x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \text{ не удовл. } x_2 < 0$$

2сл)  $t = -2$ .

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + 2 = \sqrt{3-x} \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$x + 4 + 4 + 4\sqrt{x+4} = 3 - x.$$

$$4\sqrt{x+4} = -2x - 5; \quad (4\sqrt{x+4} \geq 0)$$

$$16(x+4) = 4x^2 + 20x + 25;$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0.$$

$$D = 16 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot 40.$$

$$y_3 = x_3 = \frac{-4 + 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} + \sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} + \sqrt{10} &\sqrt{3} \\ \sqrt{10} &\sqrt{\frac{7}{2}} \\ 10 &\sqrt{\frac{19}{2}} \\ 40 &\sqrt{49} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3 \geq -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \geq 0 \Rightarrow \text{удовл. } 3 \geq x \geq 0;$$

$$y_4 = x_4 = \frac{-4 - 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} - \sqrt{10} < 0 \text{ не удовл.}$$

Ответ:

Таким образом все решения:  ~~$(\frac{1}{2} - \sqrt{10}; -\frac{1}{2} - \sqrt{10})$~~

$$\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{10}; -\frac{1}{2} + \sqrt{10}\right);$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}\right);$$

~~не удовл.~~



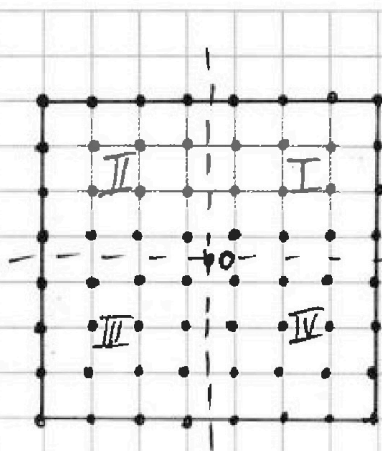


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



56.

Заметим, что всего узлов  $8^2 = 64$ .  
Разделим "узловой" квадрат на 4 четверти.

Не упустили  $O$  - центр симметрии "узловой" кв. -  $O$  обычно  $с$   $с$   
Рассмотрим случаи для четверти I ~~и четверти II~~  
Тогда возможны 2 случая:

1) Когда выбранные 2 белых узла находятся в одной четверти:

Тогда кол-во способов =  $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120$ .

2сл) Когда 2 белых узла находятся в соседних по стороне четвертях: кол-во способов =  $16^2 = 256$ .

3сл) Когда 2 белых узла нах-ся в противоположных четвертях (симметричных относительно  $O$ ): кол-во способов =  $16^2 = 256$ .

Заметим, что в 1сл. в каждой из остальных трёх четвертей новых способов не будет, т.к. они все будут образовываться из поворота отн. бел. узлов во II кв. Аналогично <sup>ост. кв.</sup> для пар узлов в соседн. кв-тах (2сл)

Все будут ~~образовываться~~ <sup>образовываться</sup> получаться из поворота для I-II кв-ей.

В 3случае для всех выбр. пар белых узлов четвертей I-III сопоставляется пара для кв-ей II-IV  $\Rightarrow$

Новых способов не появится  $\Rightarrow$  Всего кол-во способов

перекрасить 2 узла =  $120 + 2 \cdot 256 = 512 + 120 = 632$

Ответ: 632.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$$

$[m, n \in \mathbb{N}]$

$$m^2 + m(13 - 4n) + (4n^2 - 26n)$$

$\frac{8 \cdot 13}{80 + 24}$

$17p^2;$   
 $15q^2;$   
 $p, q \in \mathbb{N}$

$$\Delta = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169$$

$$m_1 = \frac{4n - 13 + 13}{2} = 2n$$

$$m_2 = \frac{4n + 13 - 13}{2} = 2n - 13$$

$$A = (m - 2n)(m - 2n + 13) \quad \text{--- } \tau$$

$$B = m^2n - m \cdot 2(n^2 + n)$$

$$\Delta = 4(n^4 + 2n^3 + n^2) - 4n =$$

$$= 4n^4 + 8n^3 + 4n^2 - 4n$$

$$B = mn(m - 2n - 2)$$

$\Rightarrow$  либо  $p$ , либо  $q = \tau$

$$1ca) A = 17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13) \quad \text{--- } \tau \in \tau$$

$$\Rightarrow p = \tau \in \tau \Rightarrow p = 2 \Rightarrow A = 68$$

Делители  $A: 1, 2, 4, 17, 34, 68$

$$B = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 2n = 4 \\ m - 2n + 13 = 17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = mn(m - 2n - 2) = 2mn = 15q^2$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow B = 60 = 2mn$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \\ m = 2n + 4 \end{cases}$$

$$(2n + 4)n = 30$$

$$2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$\Delta = 4 + 60 = 64$$

$$n_1 = \frac{-2 + 8}{2} = 3$$

$$n_2 = \frac{-2 - 8}{2} < 0$$

$$n = 3 \Rightarrow m = 10$$

$$2ca) A = 15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13) \quad \text{--- } \tau \in \tau$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow A = 60$$

$3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

Делители  $A: 1, 2, 3, 4, 5, 6,$

$10, 12, 15, 20, 30, 60,$

$\neq 2, 15$

$$m - 2n = 2 \Rightarrow B = 0 \quad \text{--- } \text{Против}$$

$$\Rightarrow B = mn(m - 2n - 2) = 17p^2$$

$0 \neq 17 \cdot \frac{m=10}{n=3}$

$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

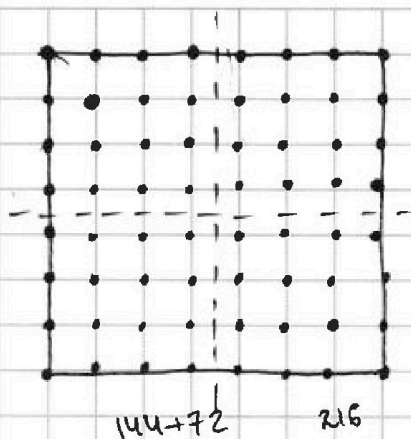


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3 Они не симметричны относительно центра центрального квадрата

$$16 + 16 + 10$$

$$36$$

$$C_{36}^2$$

$$\frac{36 \cdot 35}{2}$$

$$C_{64}^2 - C_{32}^1$$

$$+ C_{32}^1$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2}$$

$$- 16 \cdot 2$$

$$+ 32$$

$$\frac{63}{2}$$

$$\frac{32 \cdot 64 + 3 \cdot 32}{4}$$

$$\frac{67 \cdot 32}{4}$$

$$67 \cdot 8$$

$$\frac{67}{8}$$

$$536$$

$$\frac{56 \cdot 34}{2} + 32$$

$$(x^2 + 4x + 4)(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 12x^3 + 48x^2 - 24x + 12x^2 + 48x - 24$$

$$256 \cdot 2 + 120$$

$$512 + 120$$

$$12 - 12x \geq 0$$

$$(x^2 + 4x) \geq 0$$

$$-6x^2 < 0 \quad 4 - 8$$

$$-2 + \sqrt{6}$$

$$622$$

$$16 \cdot 31$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + \frac{32 \cdot 30}{2} + \frac{32 \cdot 29}{2} + \frac{32 \cdot 28}{2} + \frac{32 \cdot 27}{2} + \frac{32 \cdot 26}{2} + \frac{32 \cdot 25}{2} + \frac{32 \cdot 24}{2} + \frac{32 \cdot 23}{2} + \frac{32 \cdot 22}{2} + \frac{32 \cdot 21}{2} + \frac{32 \cdot 20}{2} + \frac{32 \cdot 19}{2} + \frac{32 \cdot 18}{2} + \frac{32 \cdot 17}{2} + \frac{32 \cdot 16}{2} + \frac{32 \cdot 15}{2} + \frac{32 \cdot 14}{2} + \frac{32 \cdot 13}{2} + \frac{32 \cdot 12}{2} + \frac{32 \cdot 11}{2} + \frac{32 \cdot 10}{2} + \frac{32 \cdot 9}{2} + \frac{32 \cdot 8}{2} + \frac{32 \cdot 7}{2} + \frac{32 \cdot 6}{2} + \frac{32 \cdot 5}{2} + \frac{32 \cdot 4}{2} + \frac{32 \cdot 3}{2} + \frac{32 \cdot 2}{2} + \frac{32 \cdot 1}{2}$$

$$\frac{-12 \pm 6\sqrt{6}}{6}$$

$$-2 \pm \sqrt{6}$$

$$12 + 24 - 12\sqrt{6}$$

$$a_2 \quad 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 \quad 4$$

$$a_8 \quad -60 + 24\sqrt{6}$$

$$a_5 \quad 6\sqrt{6} - 12$$

$$a_6 \quad 12\sqrt{6} - 284 + 6 - 4\sqrt{6}$$

$$a_7 \quad 16\sqrt{6} - 44$$

$$-60 + 24\sqrt{6}$$

$$-2 + \sqrt{6}$$

$$36 \oplus 16 \oplus 6 \oplus -24$$

$$a_2 \oplus a_4 \oplus a_8$$

$$4 - 4\sqrt{6} + 6 - 8 + 4\sqrt{6}$$

$$\frac{12\sqrt{6} - 32}{2}$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$$

$$+ 16$$

$$\frac{32 \cdot 63}{4} - 8 + 16$$

$$16 \cdot 63 + 8$$

$$6\sqrt{6} - 16$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16 \cdot 61 =$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + \frac{32 \cdot 30}{2}$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16(61)$$

$$976$$

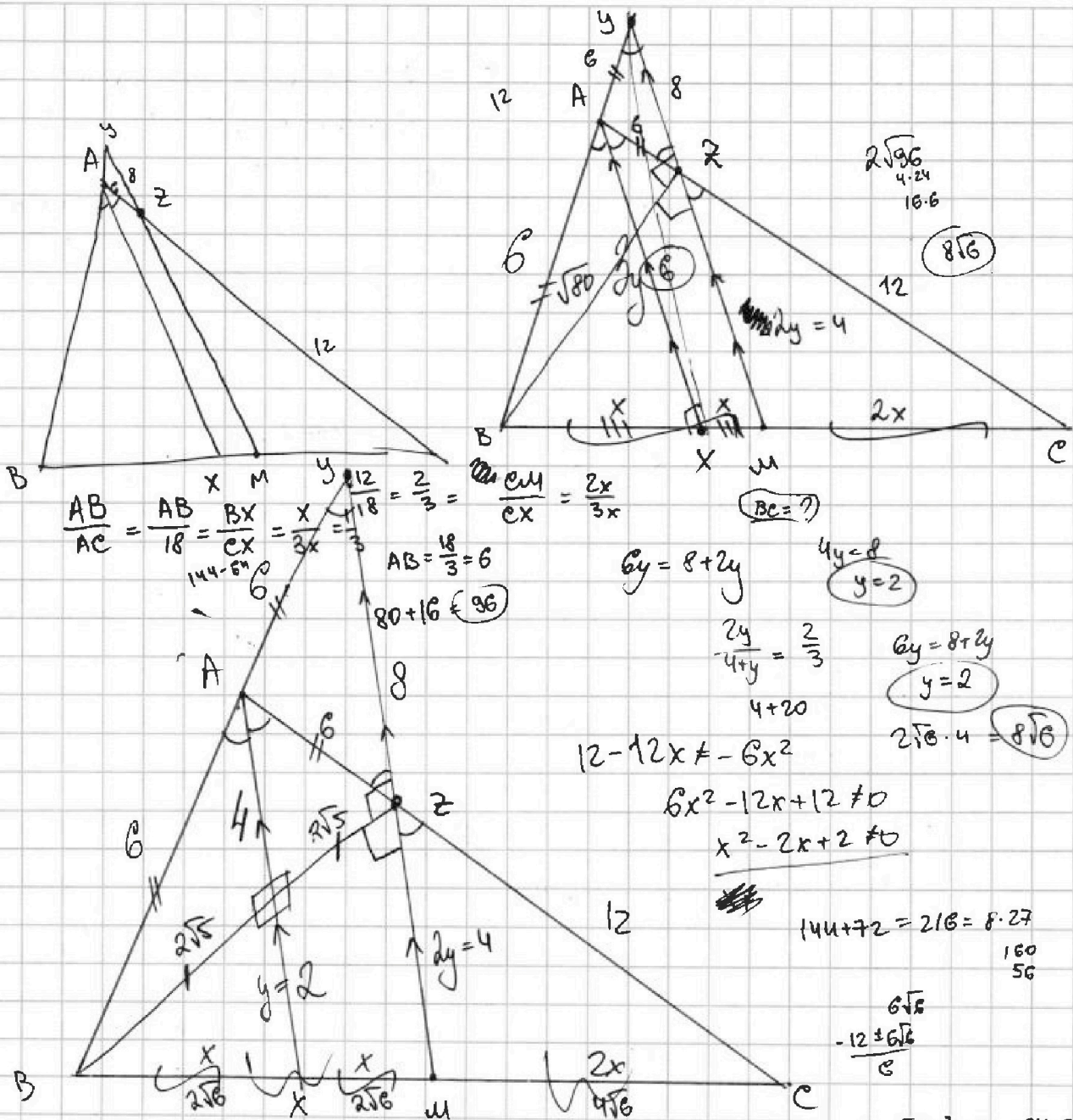


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x+2)^2 (3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$(x^2 + 4x + 4)(3x^2 + 12x - 6)$$

$$3x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 12x^3 + 48x^2 - 24x + 12x^2 + 48x - 24 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$-2 \pm \sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x;$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2;$$

$$a_8 = -6x^2$$

$$a_1 + 3d$$

$$2a_1 + 8d$$

$$a_8 + a_2 = 2a_1 + 8d$$

$$a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2} = \frac{12 - 2x + \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2}}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 4x + 24}{4}$$

$x = ?$

$$(x+2)(x+2\sqrt{6})(x+2-\sqrt{6})$$

$$a_1 + d = a_2 = 12 - 2x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 6x^2}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2}$$

~~4x^4 + 32x^3 + 64x^2 = x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 2x + 12~~

$$2(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2} - 2x + 12$$

$$4x^4 + 32x^3 + 64x^2 = x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 2x + 12$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

48 - 192 + 216 - 8 - 24 = 0

243 - 648 + 486 - 12 - 24 = 0

$$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$$

$$a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$$

$$2a_4 = a_2 + a_6 = a_2 + \frac{a_4 + a_8}{2}$$

$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8$$

$$3a_4 = 2a_2 + a_8$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 = 24 - 24x - 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

48 - 192 + 216 - 96 - 24 = 0

243 - 648 + 486 - 72 - 24 = 0

729 - 96 - 648 = 0

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \Big| x+1$$

$$\underline{3x^4 + 3x^3}$$

$$21x^3 + 54x^2 + 24x - 24$$

$$\underline{-21x^3 + 21x^2}$$

$$33x^2 + 24x - 24$$

$$\underline{-33x^2 + 33x}$$

$$12x - 24$$

$$(x+2)(3x^3 + 18x^2 + 18x - 12) = 0$$

$$(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$x_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 72}}{6} = \frac{-12 \pm \sqrt{216}}{6} = \frac{-12 \pm 6\sqrt{6}}{6} = -2 \pm \sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25-64  
-39

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x+4y^2} \end{cases}$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0$$

$$x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

~~2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)~~

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})$$

$$\sqrt[4]{3}(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$(x-y)(2(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}))$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} = t$$

$$t^2 = 7 + x - y - 2\sqrt{3x - 4y + 12 - 4y}$$

$x=y \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = t \Rightarrow t^2 = 7 - 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$t + 5 = 7 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

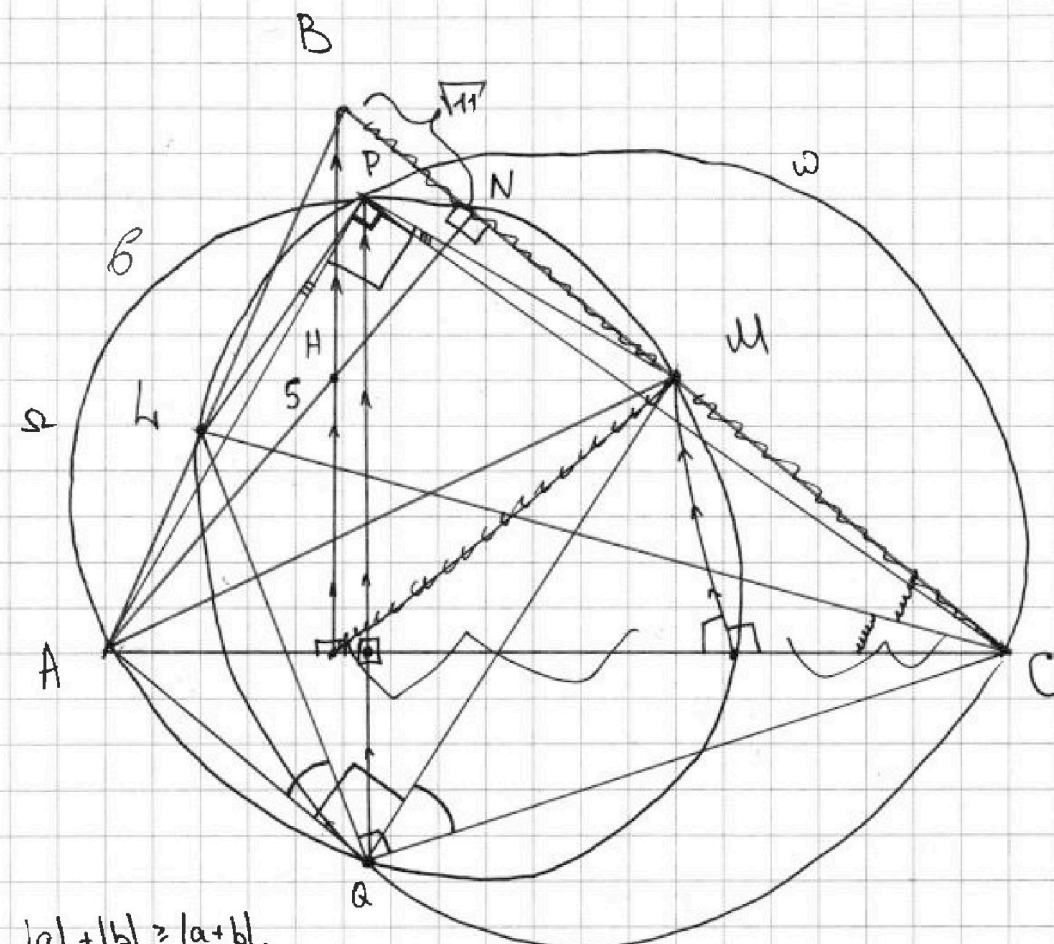
$t = 1$   $t = -2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|a| + |b| \geq |a + b|$$

$$|a - b| \geq |a| - |b|$$

$$6 \geq |2x - 3y| \geq 0$$

$$4 \geq |3x - 2y| \geq 0$$

$$\text{1cn } 6 \geq 2x - 3y \geq 0$$

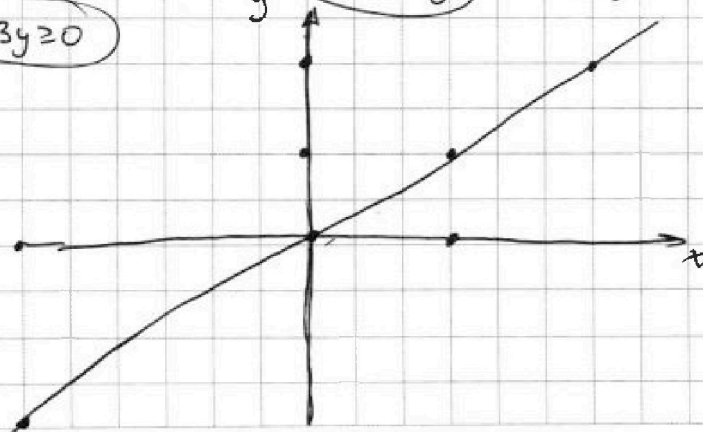
$$10 \geq |2x - 3y| + |3x - 2y| \geq |5x - 5y| \geq 0$$

$$\text{1cn } 5x - 5y \geq 0 \Rightarrow 10 \geq 5x - 5y$$

$$2x - 3y \geq 0$$

$$2 \geq x - y$$

$$2 + y \geq x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

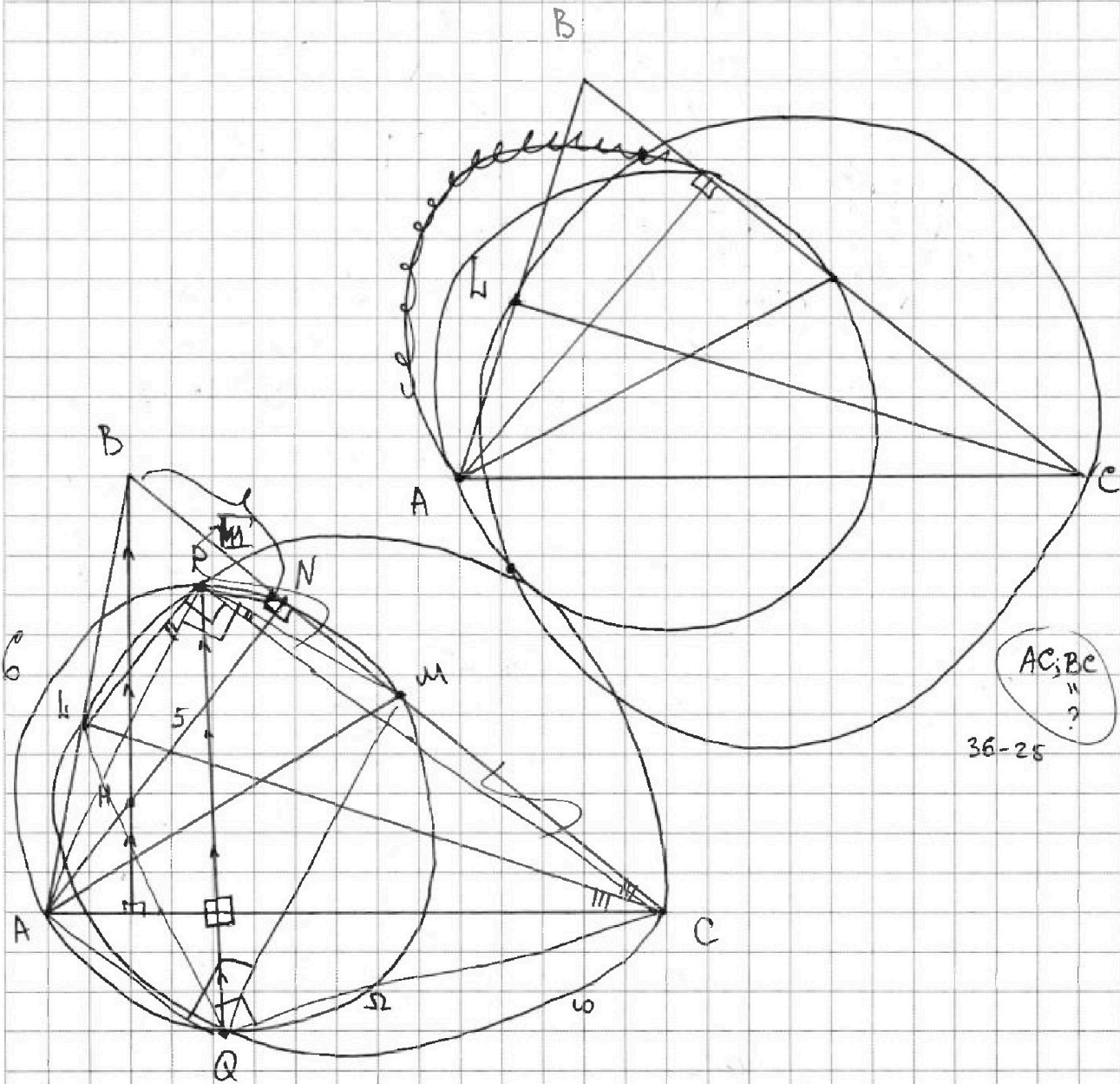
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$
$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \dots$$
$$(3x)^{\frac{1}{4}} - (3y)^{\frac{1}{4}}$$

$$\begin{array}{r} x+7-y \\ 2\sqrt{3x-xy+12-4y} \\ \hline 9-6y+y^2 \quad y^2=9 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$36 \geq 4x^2 + 9y^2 - 12|xy|$   
 $16 \geq 4y^2 + 9x^2 - 12|xy|$   
 $52 \geq 13(x^2 + y^2) - 24|xy|$

$16 + 12|xy| \geq 4y^2 + 9x^2 \geq 0$   
 $36 + 12|xy| \geq 4x^2 + 9y^2 \geq 0$   
 (10)  $2x - 3y \geq 0$      $3x - 2y \geq 0$   
 $\Rightarrow 6 \geq 2x - 3y \geq 0$   
 $4 \geq 3x - 2y \geq 0$   
 $16 \geq 12x - 8y$   
 $6 \geq 2x - 3y$

$\min (10x + 5y)$   
 $\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$

B