



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$(x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

Если данная прогрессия — это  $d_1, d_2, \dots$ , то

$$d_9 - d_5 = d_9 - d_7 + d_7 - d_5 = (d_5 - d_3) \cdot 2 \Rightarrow d_9 + 2d_3 = 3d_5$$

$$3x^2 + 6x + 6 = 3x^4 + 12x^3 + 12x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)^2(x-\sqrt{3}+1)(x+\sqrt{3}+1) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = \sqrt{3} - 1 \\ x = -\sqrt{3} - 1 \end{cases}$$

Ответ:  $-1; \sqrt{3}-1; -\sqrt{3}-1$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

Если  $y > 3x + 1$ , то  $y > 3x \Rightarrow 3x - y < 0 \Rightarrow$   ~~$3x - y < 0$~~

$|3x - y| = y - 3x > 3x + 1 - 3x = 1$ , что неверно по условию  $\Rightarrow y \leq 3x + 1$ .

Если  $y < 3x - 1$ , то  $3x - y > 0 \Rightarrow |3x - y| = 3x - y > 1$ , что ~~неверно~~ неверно по условию.  $\Rightarrow y \geq 3x - 1$ .

Если  $y > \frac{x}{3} + 1 \Rightarrow 3y > x + 3 \Rightarrow x - 3y < 0 \Rightarrow |x - 3y| = 3y - x > 3$ , что неверно по условию.  $\Rightarrow y \leq \frac{x}{3} + 1$ .

$3x - 1 \leq y \leq \frac{x}{3} + 1 \Rightarrow 3(3x - 1) \leq 3(\frac{x}{3} + 1) \Rightarrow 9x - 3 \leq x + 3$ .

$8x \leq 6 \Rightarrow x \leq \frac{3}{4}$ .

~~$y \leq 3x + 1 \Rightarrow y \leq 3 \cdot \frac{3}{4} + 1 = \frac{17}{4}$~~   $y \leq \frac{x}{3} + 1 \leq \frac{5}{4}$ .

$\begin{cases} x \leq \frac{3}{4} \\ y \leq \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x \leq 6 \\ 4y \leq 5 \end{cases} \Rightarrow 8x + 4y \leq 11$ .

При  $x = \frac{3}{4}; y = \frac{5}{4}$ :

$$|x - 3y| = 3 \leq 3$$

$$|3x - y| = 1 \leq 1$$

$$8x + 4y = 11$$

Ответ: 11.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$A = m^2 + 2mk + n^2 - 3m - 3n = (m+n)(m+n-3), B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3).$$

1. Пусть  $A = 73p^2$ , тогда есть 6 случаев:

1.1.  $m+n=1, m+n-3=73p^2 \Rightarrow 73p^2 = 1-3 = -2, \text{н.р.}^*$

1.2.  $m+n=p, m+n-3=73p \Rightarrow 12p = -3, \text{н.р.}, \text{т.к. } p \text{ — простое}$

1.3.  $m+n=p^2, m+n-3=73 \Rightarrow p^2 = 76, \text{н.р.}$

1.4.  $m+n=73, m+n-3=p^2 \Rightarrow p^2 = 70 \Rightarrow p = \sqrt{70} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 7}, \text{н.р.}$

$= mn \cdot 10 \Rightarrow 15q^2 = 2mn \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q : 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow 2mn = 60 \Rightarrow mn = 30; m+n=73 \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=70 \\ m=70 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow (m,n) = (3;70) \text{ или } (70;3).$

1.5.  $m+n=73p, m+n-3=p \Rightarrow 12p = 3, \text{н.р.}$

1.6.  $m+n=73p^2, m+n-3=1 \Rightarrow 73p^2 = 4 \Rightarrow p^2 = \frac{4}{73}, \text{н.р.}$

2. Пусть  $A = 75q^2$ , тогда есть несколько случаев:

2.1.  $m+n=1, m+n-3=75q^2 = 1-3 = -2, \text{н.р.}$

2.2.  $m+n=3, m+n-3=75q^2 = 3-3 = 0, \text{н.р.}$

2.3.  $m+n=5, m+n-3=75q^2 = 5-3 = 2, \text{н.р.}$

2.4.  $m+n=75, m+n-3=75q^2 = 75-3 = 72 \Rightarrow q^2 = \frac{72}{75} = \frac{24}{25}, \text{н.р.}$

\* Здесь и дальше н.р. значит, что нет решений в простых натуральных числах для  $p$  или  $q$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2.5. m+n = 25, m+n-g = 3q^2 = 16 \Rightarrow q^2 = \frac{16}{3}, \text{н.р.}$$

$$2.6. m+n = 75, m+n-g = q^2 = 66, \text{н.р.}$$

$$2.7. m+n = q, m+n-g = 75q \Rightarrow 74q = -g, \text{н.р.}$$

$$2.8. m+n = 3q, m+n-g = 25q \Rightarrow 22q = -g, \text{н.р.}$$

$$2.9. m+n = 5q, m+n-g = 15q \Rightarrow 10q = -g, \text{н.р.}$$

$$2.10. m+n = 15q, m+n-g = 5q \Rightarrow 10q = g, \text{н.р.}$$

$$2.11. m+n = 25q, m+n-g = 3q \Rightarrow 22q = g, \text{н.р.}$$

$$2.12. m+n = 45q, m+n-g = q \Rightarrow 44q = g, \text{н.р.}$$

$$2.13. m+n = q^2, m+n-g = 75 \Rightarrow q^2 = 84, \text{н.р.}$$

$$2.14. m+n = 3q^2, m+n-g = 25 \Rightarrow 3q^2 = 34 \Rightarrow q^2 = \frac{34}{3}, \text{н.р.}$$

$$2.15. m+n = 5q^2, m+n-g = 15 \Rightarrow 5q^2 = 24 \Rightarrow q^2 = \frac{24}{5}, \text{н.р.}$$

$$2.16. m+n = 15q^2, m+n-g = 5 \Rightarrow 15q^2 = 11 \Rightarrow q^2 = \frac{11}{15}, \text{н.р.}$$

$$2.17. m+n = 25q^2, m+n-g = 3 \Rightarrow 25q^2 = 12 \Rightarrow q^2 = \frac{12}{25}, \text{н.р.}$$

$$2.18. m+n = 75q^2, m+n-g = 1 \Rightarrow 75q^2 = 10 \Rightarrow q^2 = \frac{10}{75}, \text{н.р.}$$

Ответ: (3; 10), (10; 3).

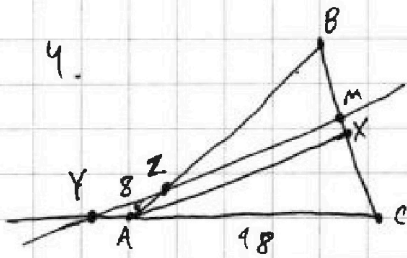


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $AB = x$ , тогда  $BM = \frac{BC}{2}$ ,  
 $BX = BC \cdot \frac{x}{x+18} \Rightarrow \frac{BM}{BX} = \frac{x+18}{2x}$ ,  $\triangle BAX \sim \triangle BZM \Rightarrow \frac{BM}{BX} = \frac{BZ}{BA} \Rightarrow \frac{x+18}{2x} = \frac{x-6}{x}$

$$x^2 + 18x = 2x^2 - 12x \Rightarrow x^2 - 30x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=30 \end{cases}, x-6 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=30 \Rightarrow BA=30; BZ=30-6=24, \frac{BM}{BX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5},$$

из подобия  $\frac{ZM}{AX} = \frac{BM}{BX} = \frac{4}{5}$ .  ~~$AX^2 = AC \cdot AB - BX \cdot XC = AC \cdot AB -$~~

~~$(1 - \frac{BC}{AC+AB}) = 540 \cdot (1 - \frac{BC}{48}) = 540 - \frac{45}{4} BC$~~   $\frac{CX}{MC} = \frac{2MC - BX}{MC} =$

$$= 2 - \frac{BX}{MC} = 2 - \frac{BX}{MB} = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{18}{CY} = \frac{3}{4} \Rightarrow CY = 24,$$

~~$\frac{YM}{AX} = \frac{CM}{CX} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{YM}{AX} = \frac{1}{3}$~~  Пусть

~~$ZM = \frac{4}{5}$ , тогда  $AX = \frac{5}{4} y$ ,  $\frac{y+8}{\frac{5}{4} y} = \frac{4}{3} \Rightarrow$~~

~~$y+8 = \frac{5}{3} y \Rightarrow y=12 \Rightarrow ZM=12 \Rightarrow AX=$~~

~~$\frac{5}{4} \cdot 12 = 15 \Rightarrow \sqrt{AB \cdot AC - BX \cdot XC} = 15 = 225 = 540 - \frac{45}{4} BC,$~~

~~$m.k. AX^2 = AC \cdot AB - XB \cdot XC = AC \cdot AB (1 - \frac{BC}{AC+AB}) = 540 (1 - \frac{BC}{48})$~~

~~$= 540 - \frac{45}{4} BC \Rightarrow \frac{45}{4} BC = 395 \Rightarrow BC = 28$~~

Ответ: 28.

\* Из подобия  $\triangle ACX$  и  $\triangle YCM$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$\sqrt{x}$  и  $\sqrt{y}$  определены  $\Rightarrow x, y \geq 0$ .  $\sqrt{x}$ ,  $x^2$ ,  $x^4$  возрастают монотонно на  $[0; +\infty) \Rightarrow$  если  $x > y$ , то  $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} > y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$ , а если  $x < y$ , то  $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} < y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \Rightarrow x = y$ . Тогда  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^4} = 2\sqrt{x+1}\sqrt{6-x}$ .

Введём замену  $a = \sqrt{x+1}$ ,  $b = \sqrt{6-x}$ , тогда:

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a^2 + b^2 = 7 \\ a - b + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\Downarrow \\ a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2 = 7 - 5 + b - a = 2 - (a-b)$$

Введём замену  $t = (a-b)$ :

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$(t+0,5)^2 - 2,25 = 0$$

$$t = -0,5 \pm \sqrt{2,25} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

Обр. замена:

$$\begin{cases} a-b = -2 \\ a-b = 1 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{Если } a-b=-2, \text{ то } 2ab &= a-b+5 = 3, a^2+b^2=7 \Rightarrow \\ \Rightarrow (a+b)^2 &= a^2+b^2+2ab=10 \Rightarrow a+b=\pm\sqrt{10}, a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow a+b &\geq 0 \Rightarrow a+b=\sqrt{10} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{10}}{2}-1, b = \frac{\sqrt{10}}{2}+1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Если } a-b=1, \text{ то } 2ab &= a-b+5=6, a^2+b^2=7 \Rightarrow (a+b)^2= \\ =13 \Rightarrow a+b &= \pm\sqrt{13}, a+b \geq 0 \Rightarrow a+b=\sqrt{13} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{2}, b = \\ = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a = \frac{\sqrt{10}}{2} - 1 \\ b = \frac{\sqrt{10}}{2} + 1 \\ a = \frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{2} \\ b = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Обр. замена:

Есть 2 случая:

$$\begin{aligned} 1. \sqrt{x+1} &= \frac{\sqrt{10}}{2} - 1; \sqrt{6-x} = \frac{\sqrt{10}}{2} + 1 \Rightarrow x+1 = \frac{4}{2} - \sqrt{10} \Rightarrow x = \\ = \frac{5}{2} - \sqrt{10} \Rightarrow y &= \frac{5}{2} - \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \sqrt{x+1} &= \frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{2}; \sqrt{6-x} = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow x+1 = \frac{4}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= 2 + \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{5}{2} - \sqrt{10}, \frac{5}{2} - \sqrt{10} \right), \left( \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}, \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

Пусть мы перекрасим узлы  $a$  и  $b$ ,  $a \neq b$ , тогда если при повороте на  $90^\circ$  по ч.с. или против ч.с. мы получим ту же раскраску\*, которая была до поворота, то либо при таком повороте  $a$  переходит в  $b$ ,  $b$  переходит в  $a$ , либо при таком повороте  $a$  переходит в  $a$ ,  $b$  переходит в  $b$ . В обоих случаях при повороте на  $180^\circ$   $a$  и  $b$  переходят в себя. <sup>(т.е. на  $90^\circ$  и  $270^\circ$  еще на  $90^\circ$ )</sup> Поворот на  $180^\circ$  — это симметрия относительно центра квадрата, единственная точка, которая при повороте на  $180^\circ$  переходит в себя — это центр доски, назовем его  $c$ . Тогда  $a=c$ ,  $b=c \Rightarrow a=b$ , противоречие.

Пусть мы перекрасим узлы  $a$  и  $b$ ,  $a \neq b$ , тогда если при повороте на  $180^\circ$  мы получим ту же раскраску\*, которая была до поворота, то либо при таком повороте  $a$  переходит в  $a$ ,  $b$  переходит в  $b$ , что, как

\* Имеется в виду, что исходная и полученная при повороте раскраски равны, даже если изначально не считать все раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, одинаковыми.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

мы уже доказали, невозможно, ибо  $a$  переходит в  $b$ , а  $b$  переходит в  $a$ , в таком случае  $b$  — образ  $a$  при симметрии относительно центра  $c$ . Заметим, что при симметрии относительно  $c$  все множество всех узлов внутри и на границах квадрата переходит в себя. Таким образом значит, образ и преобраз такого узла при симметрии существует, однозначно определяется и лежит <sup>или</sup> внутри ~~и~~ на границе квадрата.

Кол-во способов выбрать упорядоченную пару  $(a, b)$  узлов, где  $a \neq b$ , равно  $81^2 - (81 - 1) = 81 \cdot 80$ .

Среди них кол-во таких, что  $a$  — преобраз  $b$  при симметрии относительно центра, равно  $81^0$ , и.к. есть  $8 \cdot \frac{81-1}{2} = 80$

способов выбрать  $a$  так, что  $a = c \Leftrightarrow$  образ  $a$  при симметрии относительно  $c$  не равен  $a$ , и  $b$  однозначно определяется по  $a$ . Эти 80 ~~способов~~ <sup>способов</sup> выбора

пары  $(a, b)$  дают <sup>80</sup> ~~40~~ пар ~~раскрасок~~, если не раскрасить в белый ~~пару~~ <sup>узлы</sup>  $a, b$ , среди которых 40 пар





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

раскрасок, в каждой паре <sup>раскрасок</sup> ~~раскрасок~~ в каждой паре ~~раскрасок~~ две пары узлов  $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$ , где  $a_1 = b_2, b_1 = a_2$ . В каждой из 40 пар переводится в другую поворотом на  $90^\circ$  по ~~часовой~~ ч.с. или против ч.с. (что неважно, т.к. раскраски симметричны относительно центра), и таким образом они разбиваются на 20 пар, ~~одинаковых раскрасок~~ <sup>раскрасок</sup> ~~не~~ каждая содержит ~~две~~ две одинаковые раскраски, переводимые друг в друга поворотом на  $90^\circ$ . Эти 20 ~~раскрасок~~ <sup>раскрасок</sup> уникальные, т.к. никакие две из них не переводятся друг в друга поворотом на  $90^\circ$  или на  $180^\circ$ .

~~Всего~~ остальные  $81 \cdot 80 - 80 = 6400$  пар узлов  $(a, b)$  разбиваются на 3200 пар пар узлов, в каждой паре пар узлов две пары узлов дают одинаковые раскраски, т.к. это пары вида  $(a, b), (b, a)$ . Эти 3200 раскрасок разбиваются на ~~раскраски~~ 800 четверок раскрасок, в каждой четверке четыре пары раскрасок, которые переводятся друг в друга поворотом на



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$90^\circ$  или на  $180^\circ$ . Эти 800 раскрасок уникальны, т.к. не переводятся друг в друга поворотом на  $90^\circ$  или  $180^\circ \Rightarrow$  всего уникальных раскрасок  $800 + 20 = 820$ .

Ответ: 820.



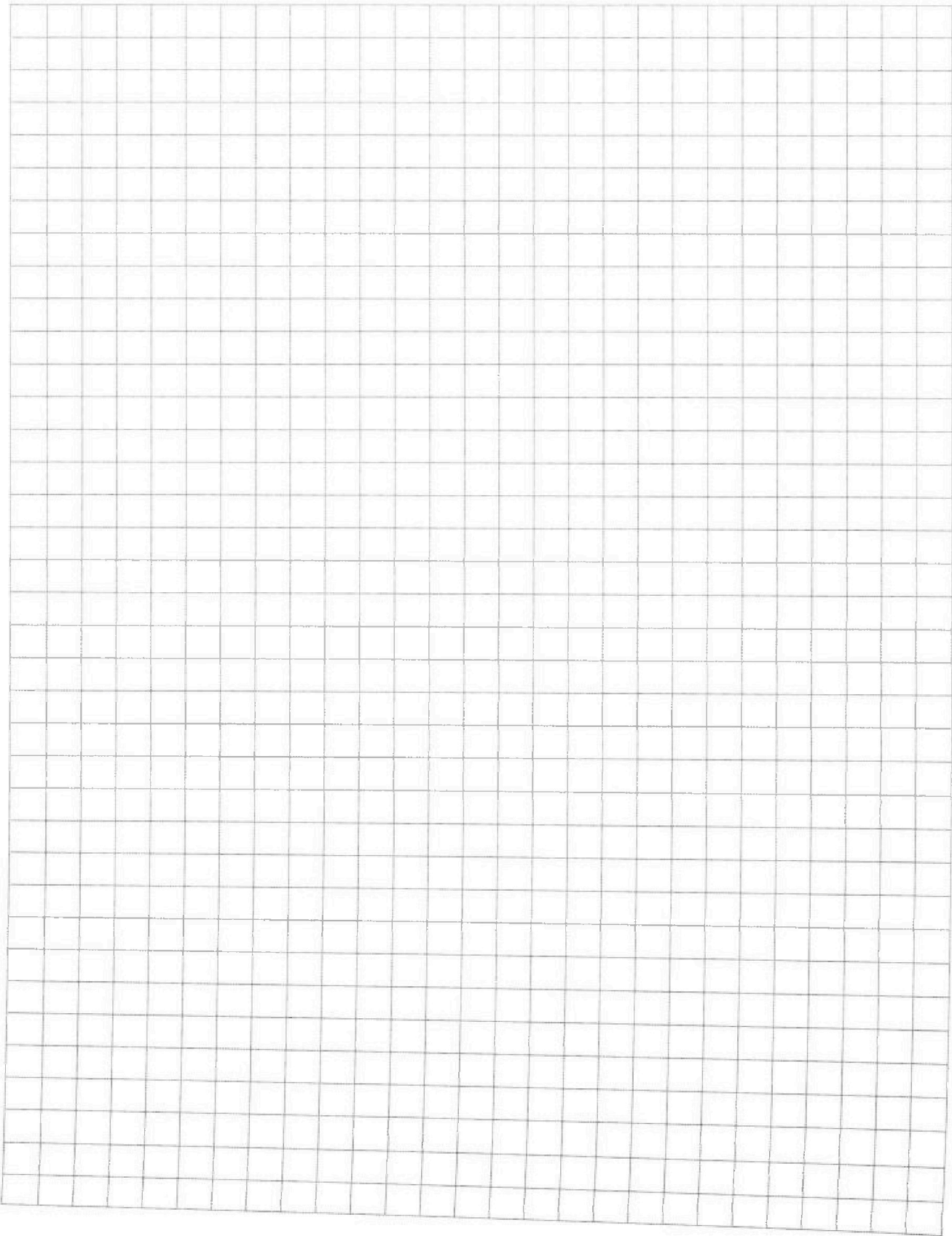


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^2(x+2)^2$$

~~$$3x^2 + 3x + 3 = 3(x^2 + x + 1) = 2x^2$$~~

~~$$3x^2 + 6x + 6 = 3x^2(x+2)^2$$~~

~~$$x^2 + 2x + 2 = 4x^3 + 4x^2 + 4x^3$$~~

~~$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$~~

~~$$p^4 + 4p^3q + 3p^2q^2 - 2pq^3 - 2q^4 = 0$$~~

~~$$16 + 96 + 108 = 108 = 162$$~~

~~$$1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$~~

~~$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$~~

~~$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$~~

~~$$x^2 + 2x - 2 = 0$$~~

~~$$(x+1)^2 - 3 = 0$$~~

~~$$6x + 7 = \pm \sqrt{5}$$~~

~~$$\begin{cases} x = \sqrt{5} - 1 \\ x = 2 - \sqrt{5} - 1 \\ x = -1 \end{cases}$$~~

~~$$x - 3y = 3$$~~

~~$$y = \pm 1 + \frac{x}{3}$$~~

~~$$(m+n)(m+n-3)$$~~

~~$$mn(m+n-3)$$~~

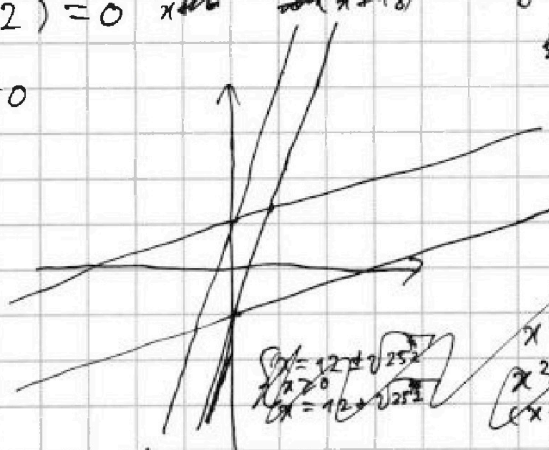
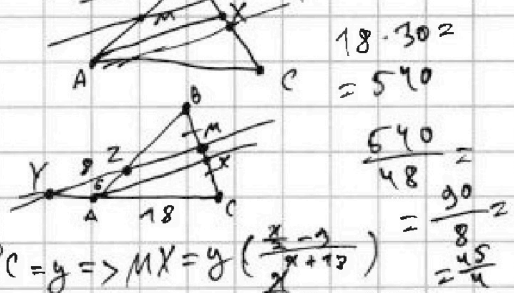
~~$$(m+n) = 13 \Rightarrow A = 13 \cdot 4 = 13 \cdot 2^2; B = mn \cdot 10 \Rightarrow 10mn =$$~~

~~$$= 45q^2 \Rightarrow 2mn = 15q^2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow 2mn = 60 \Rightarrow mn = 30$$~~

~~$$mn = 30; m+n = 13 \Rightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=10 \\ m=3 \\ n=9 \end{cases}$$~~

~~$$m+n-9 = 13 \Rightarrow A = 13 \cdot 22, \text{ н.п. } m+n-9 = 13p \Rightarrow p =$$~~

~~$$m+n-9 = 13p^2 \Rightarrow m+n = 1 \Rightarrow 13p^2 = -8, \text{ н.п. } = 13p+9 \Rightarrow p = -\frac{9}{13}, \text{ н.п.}$$~~



~~$$\begin{aligned} x+6 &= \frac{2x}{x+18} \\ x^2 + 24x + 108 &= 2x^2 \\ x^2 - 24x - 108 &= 0 \\ (x-12)^2 - 252 &= 0 \end{aligned}$$~~

~~$$\begin{aligned} m+n &= 13p^2 \Rightarrow m+n = 9, \text{ н.п.} \\ m+n &= 13p \Rightarrow p = 13p - 9 \Rightarrow 9 = 12p \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = \frac{3}{4}, \text{ н.п.} \end{aligned}$$~~

$$18 \cdot 302 = 540$$

$$\frac{540}{48} = \frac{90}{8} = \frac{45}{4}$$

$$y = \frac{5}{4} \quad \frac{360}{45} = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

