



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

Пусть прогрессия $A_n = a_1 + (n-1)b$

$$(1) 6x + 18 + 2b = (x^2 - 4x)^2; \quad (x^2 - 4x)^2 + 4b = -3x^2 \quad (2)$$

$$-3x^2 + 4b = -3x^2$$

$$(3) 2b = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 \quad (\text{из (1)})$$

$$\text{из (3) в (2):}$$

$$3(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2$$

$$3x^4 + 48x^2 - 24x^3 - 12x - 36 = -3x^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 + 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)(x-2)(x^2 + 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2(x-1)(x+3)$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = 2 \pm \sqrt{4+3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Для каждого x существует b , значит все эти решения подходят.

Ответ: $2 - \sqrt{7}; 2 - \sqrt{7}; 2; 2 + \sqrt{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 & (1) \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 & (2) \end{cases}$$

(1)+(2):
(3) $-14 \leq x+y \leq 14$; $-6-3 \cdot 14 \leq 7x \leq 6+3 \cdot 14$

~~$-6-3 \cdot 14 \leq 7x \leq 6+3 \cdot 14$~~ $-48 \leq 7x \leq 48$ (4)

(4) + 7 \cdot (3): $-48 - 7 \cdot 14 \leq 14x + 7y \leq 48 + 7 \cdot 14$

$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$

минимальное значение: -146 . Достигается,

когда, при $x = -\frac{48}{7}$; $y = -\frac{50}{7}$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 8m - 9n = (m-n)(m-n+8)$$

Веш. Предположим $A = 3q^2$. Это ~~простые делители~~ ^{простые делители}: 3, 9, 9,

~~все~~ ~~простые~~, поэтому ~~поэтому~~ мы можем перебрать все возможные значения $(m-n)$ и $(m-n+8)$:

$m-n =$	$m-n+8 =$		
3	q^2	$\Rightarrow q^2 = 3+8 = 12$ не квадрат целого	X
-3	$-q^2$	$\Rightarrow -q^2 = -3+8 = 5; q^2 = -5 < 0$	X
q^2	3	$\Rightarrow q^2 = 3-8 = -5 < 0$	X
$-q^2$	-3	$\Rightarrow q^2 = 12$ не квадрат целого	X
39	9	$\Rightarrow q = -4,5$ не целое	X
-39	-9	$\Rightarrow q = 4,5$ не целое	X
9	39	$\Rightarrow q = 4,5$ не целое	X
-9	-39	$\Rightarrow q = -4,5$ не целое	X

Мы рассмотрим все варианты, и все не подошли. Значит $A = 13p^2$.

Простые делители: 13, 13, 13. Рассмотрим все случаи значений $(m-n)$ и $(m-n+8)$:

$m-n =$	$m-n+8 =$		
13	p^2	$\Rightarrow p^2 = 13+8 = 22$ не квадрат	X
-13	$-p^2$	$\Rightarrow -p^2 = -13+8 = -5; p^2 = 5$	V
p^2	13	$\Rightarrow p^2+8 = 13; p^2 = 5$	V
$-p^2$	-13	$\Rightarrow -p^2+8 = -13; p^2 = 22$ не квадрат	X
13p	p	$\Rightarrow -12p = 8; p < 0$	X
-13p	-p	$\Rightarrow 12p = 8; p = \frac{2}{3}$ не целое	X
p	13p	$\Rightarrow 12p = 8; p = \frac{2}{3}$ не целое	X
-p	-13p	$\Rightarrow -12p = 8; p < 0$	X

Значит: ~~значит~~ $p = 2$ $A = 52$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m - n + 3) = 3q^2 \text{ (т.к. } A = 13p^2)$$

из A:
$$\begin{cases} m - n = -13 \\ m - n = 4 \end{cases} \cdot \begin{cases} 3q^2 = mn(-13 + 3) \\ 3q^2 = mn(7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3q^2 = mn(-10) \\ 3q^2 = mn(7) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 3q^2 : 10 \\ \cancel{3q^2} \end{matrix} \text{ , т.к. } 10 \text{ - кр простое и не делит простое,} \\ \text{и не содержит множитель 3.}$$

$$3q^2 = m \cdot n \cdot 7 \Rightarrow q = 7.$$

$$3 \cdot 7 = m \cdot n \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = 7 \\ n = 3 \\ m = 7 \\ m - n = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ n = 3 \end{cases} \text{ одна пара.}$$

Ответ: (7; 3).

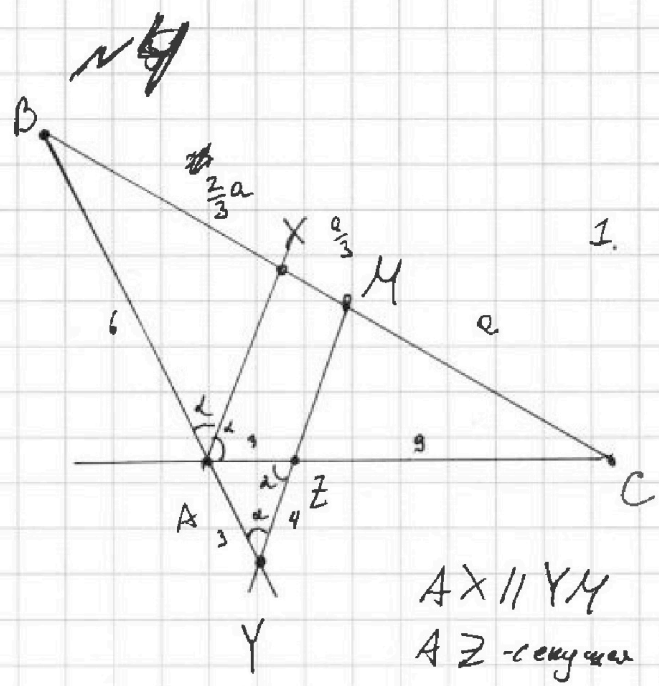


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение

1. Пусть $\angle BAC = 2\alpha$
 $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$
 $\angle BYM = \angle BAX = \alpha$ как
 соответственные при $AX \parallel YM$
 и секущей BY .

$AX \parallel YM$
 AZ - секущая $\Rightarrow \angle YZA = \angle XAC = \alpha$
 как соответственные

2. Тогда $\triangle YAZ$ - равнобедренный ($\angle YZA = \angle AZY = \alpha$) \Rightarrow
 $\Rightarrow AZ = AY = 3$.

3. $\cos(\alpha) = \frac{YZ}{2AZ} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{5}}{3} (\alpha < 90^\circ) \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$.

4. $ZC = AC - AZ = 6$. По теореме Фалеса

так $AX \parallel YZ$: $\frac{AZ}{ZC} = \frac{XM}{MC}$. Пусть $MC = a$,

тогда $XM = \frac{a}{3}$. $BM = MC = a$ (M - середина) $\Rightarrow BX = \frac{2}{3}a$

5. По св-ву биссектрисы AX : $\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$

$\frac{1}{2} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По т. косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(\angle A)$$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$BC^2 = 180 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 196$$

$$BC = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (I) \\ 4x^4 + x - 5^4\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y & (II) \end{cases}$$

II:

$$4x^4 + x - 5^4\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y}$$

Пусть $m = \sqrt[4]{x}$ $m \geq 0$; $n = \sqrt[4]{y}$; $n \geq 0$

$$4m^8 + m^4 + 5m = 4n^8 + n^4 + 5n$$

$$(4m^8 - 4n^8) + (m^4 - n^4) + 5(m - n) = 0$$

$$(m - n) (4m^7 + m^6n + m^5n^2 +$$

$$4(m^4 - n^4)(m^2 + n^2) + (m^2 - n^2)(m^2 + n^2) + 5(m - n) = 0$$

$$4(m^2 - n^2)(m^2 + n^2)(m^4 + n^4) + (m - n)(m + n)(m^2 + n^2) + 5(m - n) = 0$$

$$(m - n) (4(m + n)(m^2 + n^2)(m^4 + n^4) + (m + n)(m^2 + n^2) + 5) = 0$$

Каждое слагаемое ≥ 0 , сумма ≥ 5 ,

значит $m - n = 0 \Leftrightarrow m = n \Leftrightarrow \boxed{x = y}$, $\boxed{x \geq 0}$

I: (в позитивные $x = y$)

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

Пусть $\sqrt{x+6} = a$, $a \geq 0$; $\sqrt{5-x} = b$, $b \geq 0$

$$a - b + 5 = 2ab \Leftrightarrow a - b = 2ab - 5 \quad \text{возведем в квадрат:}$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 4(ab)^2 + 25 - 20ab \quad a^2 + b^2 = (x+6) + (5-x) = 11$$

$$4(ab)^2 - 18ab + 14 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(ab)^2 - 9ab + 4 = 0 \quad \text{квадратное отн } (ab)$$

$$\begin{cases} ab = 1 & (1) \\ ab = 3,5 & (2) \end{cases}$$

$$1: \sqrt{30-x-x^2} = 1 \Leftrightarrow 30-x-x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2+x-29=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+28 \cdot 4}}{2} \quad \text{т.к. } x \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$$

$$2: \sqrt{30-x-x^2} = 3,5 \Leftrightarrow 30-x-x^2 = \frac{49}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x^2+4x+48-120=0 \quad 4x^2+4x-72=0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+16 \cdot 71}}{8}, \quad x \geq 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{72}$$

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{72}, \quad x = -\frac{1}{2} + 3\sqrt{2}, \quad \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} < 5 \text{ OK}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{117}}{2}; -\frac{1}{2} + 3\sqrt{2} \right\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

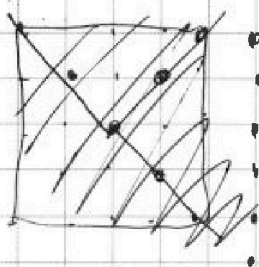
№6

Рассмотрим ~~произвольную~~ прекраску.
прекраску двух произвольных узлов.
Рассмотрим перекраски, которые можно
из нее получить поворотом:

ока (поворот на 0°)	} всего не более четырех (остальные повороты, переводящие квадрат в квадрат реброзначки одной из этих)
первая (поворот на 30°)	
вторая (поворот на 150°)	
третья (поворот на 270°)	

I) Если никакие две из них не
совпадают: для любой перекраски существует
еще 3 перекраски, дающие такую же
прекраску как она.

II) Если какие-то две совпадают:
предположим, что совпадают какие-то две, полученные
друг из друга ~~поворотом~~ нечетным количеством
поворотов на 90° :



Разделим все поле на 4
области и присвоим им значения
0-3 (рис. 1)

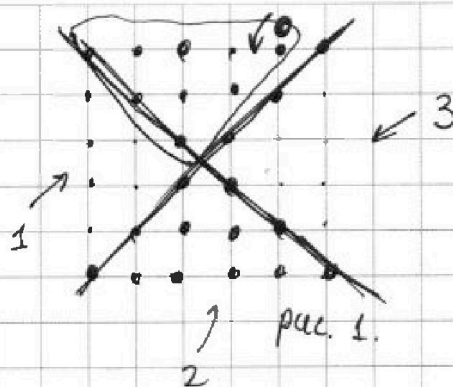
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Т.к. точек четно, то не будет точки на пересечении всех границ. Точек на границах рассмотрим ту область, в

которую оки попадают при малом повороте по часовой стрелке. Поворот на 90° изменяет значение области наших точек на ± 1 (т.е. на -1).

Если мы рассмотрим сумму значений областей наших двух точек, то обнаружим, что она изменилась на $2 \cdot$ нечетное число, то есть ее остаток по модулю 4 изменился. Очевидно, если рассмотреть перекраски одной и той же, то у них одинаковый остаток этой суммы по модулю 4. Значит, совпасть могут перекраски только полученные друг из друга поворотом на 180° (это же симметрия отн. центра квадрата). Это значит, что совпасть могут только перекраски, если два их узла симметричны отн. центра квадрата. Для таких перекрасок существует еще лишь одна, другая такая же перекраска. (90° и 270° тоже будут симметричны, а значит совпадут).

Перекрасок без симметрии: $a = \frac{100 \cdot (100 - 1 - 1)}{2}$, с симметрией: $b = \frac{100 \cdot 1}{2}$ (у каждой точки есть 1 симметричная). Всего различных перекрасок: $\frac{a}{4} + \frac{b}{2} = 25 \cdot 49 + 25 = 25 \cdot 50 = 1250$

Ответ: 1250.

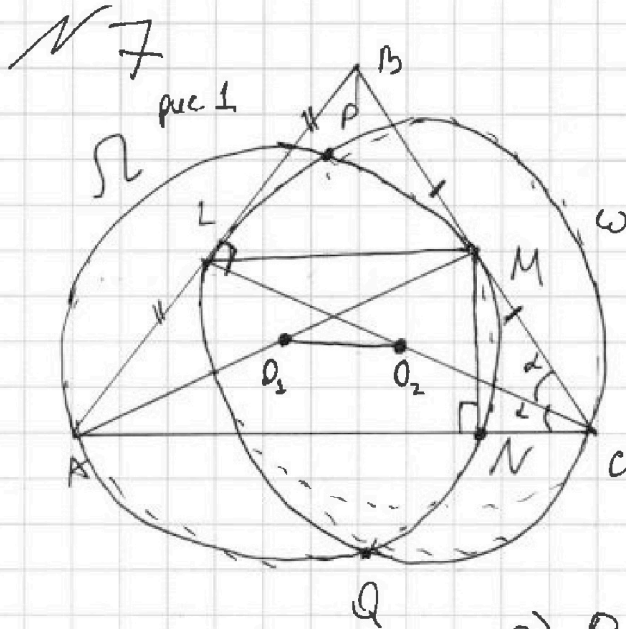


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AN = 20$$

$$AB = 26$$

Решение

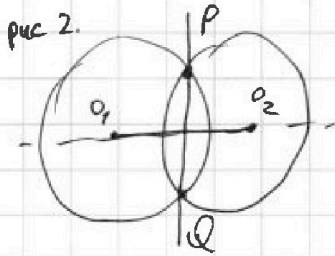
1) $PQ \parallel$ высоте BN

\Downarrow

$$PQ \perp AC$$

2) $PQ \perp O_1O_2$ (O_1 - центр Ω ; O_2 - центр ω),

при пересечении двух окружностей P симметрично Q от O_1O_2 (рис 2)



3) Значит; $O_1O_2 \parallel AC$. O_1 - середина AM

O_2 - середина CL . Это значит, что

$ALMC$ - трапеция и $LM \parallel O_1O_2 \parallel AC$

4) Тогда $LM \parallel AC$ и M - середина BC , значит:

LM - средняя линия, L - середина AB .

5) CL - медиана и биссектриса $\Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедренный

$$(\angle A = \angle B). (AC = BC = x)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle C = \alpha$
 ΔCLB : $\sin(\alpha) = \frac{LB}{BC} = \frac{AB}{2BC} = \frac{13}{x}$

$\alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{LC}{BC} = \frac{x-20}{x}$

$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = \frac{(x-20)^2}{x^2} - \frac{169}{x^2} = \frac{x^2 - 40x + 338}{x^2}$

$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) = 2 \cdot \frac{13}{x} \cdot \frac{x-20}{x} = \frac{26(x-20)}{x^2}$

6) $\angle ANM \in \tau$. N лежит на Ω

$\angle ANM$ опирается на AM (диаметр Ω) \Rightarrow

$\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$

1) $NC = BC \cdot \cos(2\alpha)$; $NC = x - 20$

$x - 20 = \frac{x}{2} \cdot \frac{x^2 - 338}{x^2}$

$2x - 40 = \frac{x^2 - 338}{x}$, $x \neq 0 \Rightarrow 2x^2 - 40x = x^2 - 338$

$x^2 - 40x + 338 = 0$

$x = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 1352}}{2}$, при этом $x > 20$, (NBAC)

$x = 20 + \frac{\sqrt{1600 - 1352}}{2} = 20 + \frac{\sqrt{248}}{2} = 20 + \sqrt{62}$

Ответ: $AC = 20 + \sqrt{62}$

$BC = 20 + \sqrt{62}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



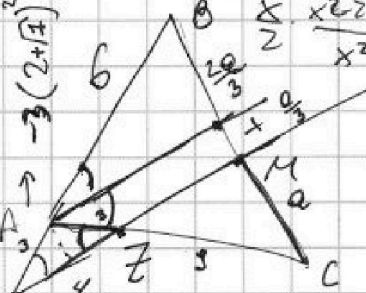
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(6x+18) \cdot 9^2 = (x^2-4x) \cdot 2 \text{ черновики}$
 $(x^2-4x)^2 \cdot 9^4 = -3x^2$
 $14x-3y \leq 6$
 $100 \cdot 98 : 4 = 2500$
 $100 \cdot 1 : 2 : 2 = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2$
 $13 = m^2n - \frac{1}{2}n^2 + 3mn = 3q^2$
 $-6 \leq 4x-3y \leq 6$
 $-8 \leq 3x-4y \leq 8$
 $-2 \leq x+y \leq -2$
 $\cos(2\alpha) = \frac{x^2-2y^2}{x^2+y^2}$
 $A = (m-n)(m-n+9) = 3q^2$
 $B = mn(m-n+3)$
 $x = 20 \pm \sqrt{400-338}$
 $(m-n)(m-n+9) = 13p^2$
 $13p^2 = 13$
 $p^2 = 1$
 $p = 1$
 $13p = 13$
 $12p = 9$
 $p^2 = 4$
 $p = 2$
 $13p = 26$
 $12p = 24$
 $p^2 = 4$
 $p = 2$
 $13p = 26$
 $12p = 24$
 $p^2 = 4$
 $p = 2$

$12+16+18 = 30+6\sqrt{3}$
 $\rightarrow 37-12\sqrt{3}$
 $(4+4+2\sqrt{3})^2 = 37-12\sqrt{3}$
 $(2+2+\sqrt{3})^2 = 37-12\sqrt{3}$
 $4+4+4\sqrt{3}+4\sqrt{3}+3 = 37-12\sqrt{3}$
 $11+8\sqrt{3}+3 = 37-12\sqrt{3}$
 $14+8\sqrt{3} = 37-12\sqrt{3}$
 $22\sqrt{3} = 23$
 $\sqrt{3} = \frac{23}{22}$



 $AC = 12$
 $4z = 3$
 $yz = 4$
 $(ze)^2 = 36 + 144 + \frac{2}{9} \cdot 6 \cdot 12$
 $BC^2 = 180 + \frac{12}{3} \cdot 12 = 48$
 $BC = 2\sqrt{3}$
 $4x-3y = -6$
 $4y-3x = -8$
 $11x-12y = -24$
 $12y-9x = -24$
 $x=0$
 $y=$

$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x}$
 $30 - \sqrt{5-x} - 28 = -12 = -3$
 $e-b+5 = 2ab$
 $4x-3y = -6$
 $e-b+5 = 2ab$
 $2x-4y = -8$
 $25 \cdot 49 + 25 = 25 \cdot 50 = 12500$
 1250
 $e^2+b^2-2ab = 4e^2+b^2+25-2ab$
 $e^2+b^2+4ab = 4e^2+b^2+25$
 $3ab = 25$
 $4e^2b^2 - 18ab + 14 = 0$
 $4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x+y}$
 $4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y}$
 $\sqrt{x} = 4$
 $4^4 + 4 + 5 \cdot 4 = 4n^4 + n + 5n$
 $(t-n)(t^2 + \dots + 15) = 0$
 $29 = -9$
 $29 = 8 \text{ den}$
 $q^2 < 3 \text{ den}$
 $q^2 = 6$
 $29 = 9$
 $29 = -9$
 $q^2 = -12$
 $-48 \times 4 - 150 =$
 $81 - 56 = 25$
 $81 - 56 = 25$
 $25 = 5^2$
 $\frac{2}{14} + 48 = \frac{146}{7}$
 $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$
 $4 = \frac{50}{7}$
 $\frac{4}{7} \cdot 4 - 3y = -6$
 $-48 \cdot 4 - 2xy = -42$
 $9x = -48$
 $x = -\frac{48}{9}$
 $150 - 215$
 $50 - 25$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

Черковик

$$(x-2)(x^3-6x^2+5x+6) \quad (x-2)(x^2+4x+3)$$

$$(4m^8-4n^8) + (m^4-n^4) + 5(m-n)^2 = 0$$

Пусть q - множитель прогрессии.

$$16 - 64 + 17 \cdot 4 - 16 - 12 = 0$$

$$x = \frac{-48}{7}$$

седьмой член прогрессии:

$$(x^2 - 4x)^2$$

$$x + y = -14$$

$$-48 + 7y = -98$$

восьмой:

$$(x^2 - 4x)^2 q$$

$$x \cdot \sin(2x) + x^2 + 13 \cdot \cos(x) = x \quad \cos(x) =$$

$$4x - 3y = -6$$

$$3y - 4x = 6$$

$$14$$

девятый:

$$(x^2 - 4x)^2 q^2$$

$$4y - 3x = -8$$

$$3x - 4y = -8$$

$$y = \frac{-50}{7}$$

десятый:

$$(x^2 - 4x)^2 q^3$$

$$2 \cdot 4(m^4 - n^4)(m^4 + n^4) \quad \sin(x) = \frac{13}{x} \quad x + y = -50$$

одиннадцатый:

$$(x^2 - 4x)^2 q^4$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x)^2 q^4 = -3x^2 \quad 4x - 3y =$$

Заметим, что

$$x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3x^2 \leq 0$$

$$q^4 \geq 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x)^2 q^4 = -3x^2$$

$$(6x - 12) \cdot \frac{-10x}{15x^2} + \frac{m^4}{-6} \geq 0 \leq 0$$

$$\frac{1600}{1382} = \frac{248}{1352} = \frac{31}{169}$$

Такое возможно только если

$$-3x^2 = (x^2 - 4x)^2 q^4 = 0$$

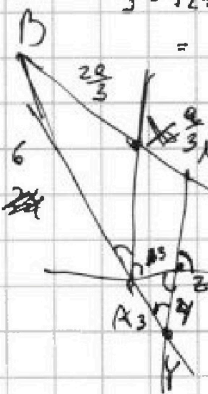
$x = 0$.

$$(x^2 - 4x)^2 = (6x + 18) q^2 \quad \text{т.к. } x = 0:$$

$$0^2 = 18 q^2 \Leftrightarrow q = 0$$

Ответ:

$$6x + 18 + 2q = (x^2 - 4x)^2$$



$$(x^2 - 4x)^2 + 4q = -3x^2$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 2x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$16 - 16 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 8 - 12$$

$$x^4 + 16x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$-4 + 16 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 8 - 12 = -3x^2 - 4q$$

$$2q = -x^2 - 2x - 6$$

$$3x^2 + 6x + 18 + 6q = 0$$

$$16 - 64 + 58 - 8 - 12$$

$$x^2 + 2x + 6 + 2q = 0$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x + 4q = -3x^2$$

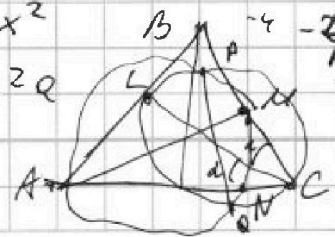
$$16 - 4 - 2 \cdot 4^2 + 17 \cdot 4^2 - 16 \cdot 12$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x = 6x + 18 + 2q$$

$$3^4 - 8 \cdot 3^3 + 17 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 - 12$$

$$2 \cdot 3 - 24$$

$$-553^3 + 17 \cdot -15 \cdot 9 + 17 \cdot 9 - 24 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab=1 \\ a^2+b^2=11 \end{cases}$$

$$2(ab)^2 - 9ab + 4 = 0 \quad \text{к безразличное отн. } ab$$

$$\begin{cases} ab=1 & (1) \\ ab=3,5 & (2) \end{cases}, \quad \text{при этом } a^2+b^2=11, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0$$

$$(1) \begin{cases} ab=1 \\ a^2+b^2=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)^2=13 \\ (a-b)^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=\sqrt{13} \\ a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3+\sqrt{13}}{2} \\ b=\frac{\sqrt{13}-3}{2} \end{cases}$$

$$(2) \quad ab=3,5 \quad \begin{cases} (a+b)^2=14 \\ (a-b)^2=4 \end{cases} \quad \sqrt{x+6} = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$$

$$4x+9 = 9+13+6\sqrt{13}$$

$$4x+9 - 6\sqrt{13} = 0$$

$$x = \frac{6\sqrt{13}-2}{4}, \quad x = \frac{3}{2}\sqrt{13} - \frac{1}{2}$$

$$- \frac{1+\sqrt{117}}{62} \quad \vee \quad \frac{\sqrt{117}}{2}$$

$$117+1-2\sqrt{117} \quad \vee \quad 100$$

$$18-2\sqrt{117} \quad \vee \quad 0$$

$$3 \quad \vee \quad \sqrt{117}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Реш

$$2(ab)^2 - 8ab + 7 = 0 \text{ квадратное отн } ab$$

$$\begin{cases} ab = 1 & (1) \\ ab = 3,5 & (2) \end{cases}$$

$$(1): \quad 30 - x - x^2 = 1 \\ x^2 + x - 29 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 29 \cdot 4}}{2} \quad \text{и} \quad x > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{1 + 116}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$$

$$(2): \quad 30 - x - x^2 = 3,5 \\ x^2 + x - 26,5 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 29 \cdot 4}}{2} \quad \text{и} \quad x > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$$

$$(2) \quad 30 - x - x^2 = 3,5 \\ x^2 + x - 26,5 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 106}}{2}, \quad x > 0 \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{107}}{2}$$

В обоих случаях: $\sqrt{117} \approx \sqrt{107} > 10$, т.е. $x > 5$

тогда $(5-x) < 0$, $\sqrt{5-x}$ не имеет значения решение нет.

Ответ: решение нет.