МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6-9x$, шестой член равен $(x^2-2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x.

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y+6x$ при условии

$$\begin{cases}|x-2y| \leqslant 2\\ |2x-y| \leqslant 1.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m,n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A=m^2+$ $+4mn+4n^2-7m-14n$ и $B=m^2n+2mn^2+9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC, проходящая через середину M его стороны BC, пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC, если $AC=6$, $AZ=3$, $YZ=4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases}\sqrt{x+2}-\sqrt{7-y}+7=2\sqrt{14+5x-y^2},\\ x^3+3x-\sqrt{2y}=y^3-\sqrt{2x}+3y.\end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10 × 10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q. Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC, проведённой из вершины B. Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N. Найдите длины сторон AC и BC, если $AB=4$, $AN=5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1. Задача 1 $a_4 = 6-9x$ $a_6 = (x^2-2x)^2$ $a_{10} = 9x^2$

Это арифметическая прогрессия а пусть её разность d

$a_{10} = 6d + a_4 \Rightarrow 9x^2 = 6d + 6 - 9x$

$\Rightarrow 9x^2+9x-6 = 6d \Rightarrow d = \frac{3x^2+3x-2}{2}$

$a_6 = a_4 + 2d \Rightarrow (x^2-2x)^2 = 6-9x+3x^2+3x-2$

$\Rightarrow (x^2-2x)^2 = 3x^2-6x-2$ $x^2-2x = t$

$t^2 = 3t-2$ $t^2-3t+2=0$

$t=1,\ t=2$

$x^2-2x=1$

$\Rightarrow$ $x^2-2x-1=0$ $x = \frac{2\pm\sqrt{4+4}}{2} = 1\pm\sqrt{2}$

$x^2-2x=2$ $x^2-2x-2=0$ $x = \frac{2\pm\sqrt{4+8}}{2} = 1\pm\sqrt{3}$

Ответ: $x = 1\pm\sqrt{2}$, $x = 1\pm\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Изо~~ Задача 2 Изобразим на графике множество ~~то~~точек, подходящих под каждое из уравнений

$|x-2y| \le 2 \Rightarrow \begin{cases} x-2y \le 2 \\ x-2y \geqslant -2 \end{cases} \Rightarrow$ лежат между прямыми

$x-2y=2$

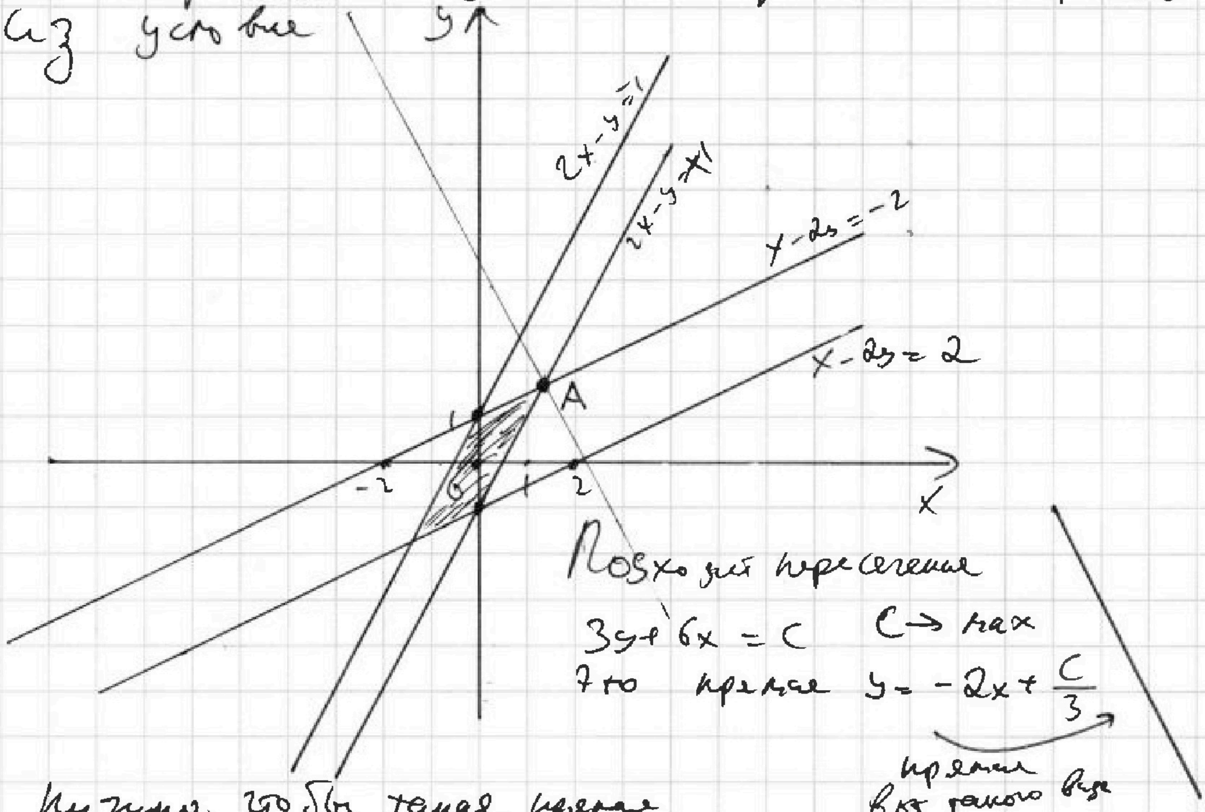
и $x-2y=-2$

Аналогично $|2x-y| \le 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x-y \le 1 \\ 2x-y \le -1 \end{cases}$

лежат между $2x-y=1$

и $2x-y=-1$

Их пересечение — множество решений системы из условия



Подходит пересечение

$3y+6x=C$ $C \to max$

Это прямая $y=-2x+\frac{C}{3}$

прямая вот такого вида

Нужно, чтобы такая прямая проходящая через какую-то точку пересечения и пересекала ось Oy как можно выше (тогда $C \to max$)

Тогда она должна пройти через точку A (видно из рисунка)

Найдем координаты точки $\overset{A}{\vee}$ пересечений.

$\Rightarrow 2 \begin{cases} x-2y=-2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Rightarrow 2x-1 = \frac{\boxed{x+2}}{2} \Rightarrow 4x-2 = x+2$

$\Rightarrow 3x = 4 \quad x = 4/3 \quad y = 2x-1 = 5/3 \quad 3(y+2x) = 3(\frac{5}{3}+\frac{4}{3}\cdot 2)$

$= 5+4\cdot 2 = 13$

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$

$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$

Преобразуем $A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$

$B = mn(m+2n+9)$

Рассмотрим случай, когда $A = 11p^2$

$\Rightarrow (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2 = 11\cdot p\cdot p \leftarrow$ Эти 3 делителя должны быть распределены между скобками

$m+2n > m+2n-7$

Варианты: ① $\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = p^2 \end{cases}$ ② $\begin{cases} m+2n = 11p \\ m+2n-7 = p \end{cases}$ ③ $\begin{cases} m+2n = 11p^2 \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$ Это все варианты т.к. ~~[illegible]~~ выбора у $11p^2$ будет 6 делителей (11, p – простые)

④ $\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 11p \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-7 = 11 \end{cases}$ ⑥ $\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-7 = 11p^2 \end{cases}$

Их переберём

① Вычтем 2 уравнения $11 - p^2 = 7 \Rightarrow p^2 = 4$ $p = 2$

② Вычтем $11p - p = 7 \Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $p = 7/10$ – не подходит

③ Вычтем $11p^2 - 1 = 7 \Rightarrow p = \sqrt{8/11}$ – не подходит

④ $p < 11p$, но $m+2n > m+2n-7 \Rightarrow$ такого не бывает

⑤ $p^2 - 11 = 7$ $p = \sqrt{18}$ не подходит

⑥ $1 - 11p^2 = 7$ $p^2 = -\frac{6}{11}$ не бывает

$\Rightarrow$ единственный случай, когда $A = 11p^2$, при $p = 2$, ~~тогда~~ $m+2n = 11$

тогда число B $mn(m+2n+9) = mn(11+9) = 20mn = 75q^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4mn = 15q^2 \Rightarrow q \vdots 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow 4mn = 60 \Rightarrow mn = 15 \Rightarrow \begin{cases} mn = 15 \\ m+2n = 11 \end{cases}$

Решим такую систему $m\cdot\frac{11-m}{2} = 15 \Rightarrow -m^2 + 11m - 30 = 0$

$m = \frac{-11 \pm \sqrt{121-120}}{-2} = \frac{-11\pm 1}{-2}$ $m = 6$ $m = 5$ $m = 6$ не подходит т.к. $15 \not\vdots 2$

$\Rightarrow$ В случае $A = 11p^2$ подходит только $m = 5$ $n = 3$ $p = 2$ $q = 2$

Случай $B = 11p^2 \Rightarrow mn(m+2n+9) = 11p^2$ $m+2n+9 \geq 1+1\cdot 2+9 \geq 12$

$\Rightarrow m+2n+9 \neq 11$, $m+2n+9 \neq 1 \Rightarrow m+2n+9 = p$ или $m+2n+9 = p^2$

Если $m+2n+9 = p^2$, то $mn = 11 \Rightarrow$ (либо m либо n) $= 11$

Варианты $m = 11$ $n = 1 \Rightarrow 11+2+9 = 22 \Rightarrow p = \sqrt{22}$ не подходит

$n = 11$ $m = 1 \Rightarrow 1+22+9 = p^2 \Rightarrow 32 = p^2$ $p = \sqrt{32}$ не подходит

$\Rightarrow m+2n+9 = p$, $mn = 11p \Rightarrow$ (либо m либо n) $\vdots p \Rightarrow$ (либо m либо n) – хотя бы $p \Rightarrow m+2n+9 \geq p+9$ т.к. $\longrightarrow$ $\Rightarrow$ такого не бывает

$\Rightarrow$ B не может быть равен $11p^2$. $\Rightarrow$ Единственная подходящая пара это $m = 5$ $n = 3$

Ответ: $m = 5$ $n = 3$

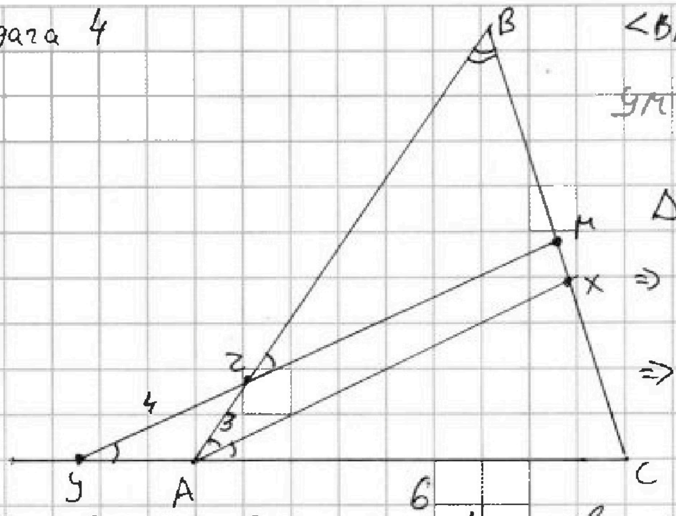
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество **страниц** в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$\angle BAX = \angle CAX$ т.к это биссектрисса

$YM \parallel AX \Rightarrow \angle BAX = \angle BZM = \angle MYC$

$\triangle ABX \sim \triangle ZBM$ по 2 углам

$\Rightarrow \frac{BX}{BM} = \frac{AB}{BZ} \Rightarrow 1 + \frac{MX}{BM} = 1 + \frac{AZ}{BZ}$

$\Rightarrow \frac{MX}{AZ} = \frac{BM}{BZ}.$

Из того-же подобия

$\frac{BM}{BZ} = \frac{BX}{AB}. \Rightarrow \frac{MX}{AZ} = \frac{BX}{AB}.$ По свой-ву биссектрисы $Bx = \frac{AB}{AB+Ac} \cdot B_c$

$\Rightarrow \frac{\frac{AB}{AB+Ac} \cdot BC - \frac{BC}{2}}{AZ} = \frac{\frac{AB}{AB+Ac} \cdot BC}{AB} \Rightarrow$ ~~$\frac{AB-Ac}{AZ}$~~ $\frac{\frac{AB-Ac}{2AB+2Ac} \cdot BC}{AZ} = \frac{BC}{AB+Ac}$

$\Rightarrow \frac{AB-Ac}{6(AB+\cancel{B}C)} \cdot BC = \frac{BC}{AB+Ac} \Rightarrow \frac{AB-AC}{6} = 1 \Rightarrow \frac{AB-6}{6} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{AB=12} \Rightarrow \underline{BZ=9}$ По th менелая $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{AY} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$

$\Rightarrow 1 \cdot \frac{6+YA}{YA} \cdot \frac{3}{9} = 1 \Rightarrow 18 + 3YA = 9YA \Rightarrow \underline{YA = 3}$

Аналогично по th Менелая $\frac{YA}{AC} \cdot \frac{CB}{BM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1 \Rightarrow \frac{3}{6} \cdot 2 \cdot \frac{MZ}{4} = 1$

$\Rightarrow MZ = 4$ Пусть $\angle MYC = \alpha$, тогда по th косинусов

$AZ^2 = YA^2 + YZ^2 - 2AY \cdot YZ \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cancel{3^2} = \cancel{3^2} + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos\alpha \Rightarrow 4 = 2 \cdot 3 \cdot \cos\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha = 2/3$

Найдем MC по th cos. $MC^2 = YC^2 + YM^2 - 2YM \cdot YC \cos\alpha$

$\Rightarrow MC^2 = 9^2 + 8^2 - 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 2/3 = 81 + 64 - 32 \cdot 3 = 145 - 96 = 49$

$\Rightarrow MC^2 = 49 \Rightarrow MC = 7$

$BC = 2MC \Rightarrow BC = 14$

Ответ: $BC = 14$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. $\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3+3x-\sqrt{2y} = y^3+3y-\sqrt{2x} \end{cases}$

Рассмотрим второе уравнение

$x^3+3x - \sqrt{2y} = y^3+3y-\sqrt{2x} \Rightarrow x^3+3x+\sqrt{2x} = y^3+3y+\sqrt{2y}$

$x, y \geq 0$, т.к корень должен быть определён

~~$x^3+3x+\sqrt{2x}$ — возрастающая~~

Рассмотрим f — функцию $f(x) = x^3+3x+\sqrt{2x}$

$f(x)$ — возрастающая $\Rightarrow$ если $a > b$, то $f(a) > f(b)$

$\Rightarrow$ Если $f(x) = f(y)$, то если $x \neq y$ то либо $f(x) > f(y)$ или $f(x) < f(y) \Rightarrow x = y$

$\Rightarrow$ Из второго уравнения следует, что $x = y$

Подставим в первое

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

~~Ограничение: $x \geq -2$, $y < 7$, из прошлого $x \geq 0$, $y \geq 0$~~

преобразуем

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}$$

Ограничения на уравнение $x \geq 0$ из прошлого, ~~$\Rightarrow x \geq 0, y \geq 0, y < 7$~~

$x \leq 7$, т.к $\sqrt{7-x}$ должен существовать при $x > 0$ $\sqrt{x+2}$ существует всегда

~~$2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = -(\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x})^2 +$~~

$-(\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x})^2 = \cancel{-x}-2-7\cancel{+x}+2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x}-9$

$\Rightarrow \sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}+7-9 = 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x}-9 = -(\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x})^2$

Пусть $\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x} = t$, тогда $t+7-9 = -t^2 \Rightarrow t^2+t-2=0$

$\Rightarrow t = 1$ или $t = -2$

Подставим обратно $\Rightarrow$ или $\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x} = 1$ или $\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x} = -2$

~~первый случай $\sqrt{x+2} = 1+\sqrt{7-x}$ левая часть возрастающая~~

первый случай ~~$\sqrt{x+2} = 1+\sqrt{7-x}$~~ $\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x} = 1$ Возведем в квадрат

$\Rightarrow (x+2)+(7-x) - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 1$

$\Rightarrow 9 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 1 \Rightarrow \sqrt{(x+2)(7-x)} = 4 \Rightarrow 14+5x-x^2 = 16$

$\Rightarrow x^2-5x+2=0$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{2}$ $x = \frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

При $x = \frac{5-\sqrt{17}}{2}$ $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = \sqrt{\frac{9-\sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9+\sqrt{17}}{2}} < 0$

$\Rightarrow$ Такой корень не подходит. (т.е при его подстановке получается -1 а не 1)

$x = \frac{5+\sqrt{17}}{2}$ подходит, т.к $\sqrt{\frac{9+\sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9-\sqrt{17}}{2}} > 0$

а значит равен 1 ~~ахх~~ и $\frac{9-\sqrt{17}}{2} > 0$,

Второй случай

$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = -2$ ~~левая часть возрастает,~~

~~правая const => 1 корень~~

~~[illegible]~~

$\Rightarrow 2 = \sqrt{7-x} - \sqrt{x+2} \Rightarrow 4 = (7-x) + (x+2) - 2\sqrt{(7-x)(x+}$

$\Rightarrow 4 = 9 - 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$

$\Rightarrow \sqrt{7-x}\cdot\sqrt{x+2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 7 - x^2 + 5x + 14 = \frac{25}{4} \Rightarrow$

$-4x^2 + 20x + 31 = 0$ $x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 16\cdot 31}}{-8} = \frac{5 \pm \sqrt{25+31}}{2}$

~~$x = \frac{[illegible]\sqrt{56}}{2}$~~ ~~[illegible]~~ $x = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$

подставим

$\sqrt{\frac{9-\sqrt{56}}{2}} - \sqrt{\frac{9+\sqrt{56}}{2}} < 0 \Rightarrow x = \frac{5-\sqrt{56}}{2}$

не подходит. Аналогично с прошлым вариантом.

$x = \frac{5+\sqrt{56}}{2}$ подходит

Ответ: $\left(x = \frac{5+\sqrt{17}}{2};\ y = \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right)$, $\left(x = \frac{5+\sqrt{56}}{2};\ y = \frac{5+\sqrt{56}}{2}\right)$

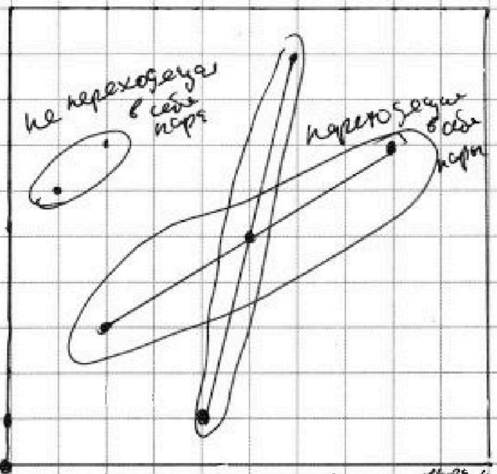
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

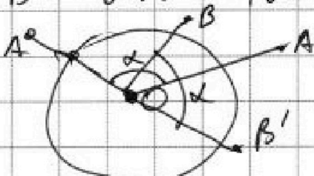
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



Пусть ~~раскраска~~ пара — способ покрасить 2 точки. ~~Если две раскраски не могут совпасть при повороте на 90° или 180° 270° т.е. при повороте на 180° в любую сторону. Т.к. пусть точка A →~~

Доказать, что две ~~раскраски~~ пары не могли совпасть при повороте, если угол поворота был не 180°. Пусть O — центр квадрата A, B — белые точки, тогда рассмотрим направления на A, B.



Если A' совпадает с B, то $\alpha = \angle AOB$

Если B' совпадает с A, то $\alpha = 360 - \angle AOB$

$\Rightarrow \angle AOB = 360 - \angle AOB \Rightarrow AOB = 180°$. Доказано.

Значит все ~~раскраски~~ пары будут посчитаны ~~[illegible]~~ четырежды, кроме тех, в которых A, B — симметричны относительно O точки. У каждой из точек есть симметричная (кроме центра) они будут посчитаны дважды.

Всего точек $11^2 \Rightarrow$ ~~раскрасок~~ пар переходящих в себя $\frac{121-1}{2} = 60$. Всего раскрасок $C_{11^2}^2 \Rightarrow$ Раскрасок не переходящих в себя $C_{11^2}^2 - 60$ ~~[illegible]~~ В этом числе каждая из пар с учетом поворота посчитана 4 раза. (Т.к. бывают повороты на 0, 90, 180, 270 градусов, которые переводят квадрат в квадрат) их 4. $\Rightarrow$ Уникальных

$$\frac{C_{11^2}^2 - 60}{4} + \frac{60}{2} = \frac{121 \cdot 120 - 60}{4} + \frac{60}{2}$$

$$= 121 \cdot 30 - 15 + 30 = 3645$$

~~121·30+30 = 3660~~ ~~3660~~ ~~Ответ: 3660~~ ~~Раскрасок~~ Ответ: 3645

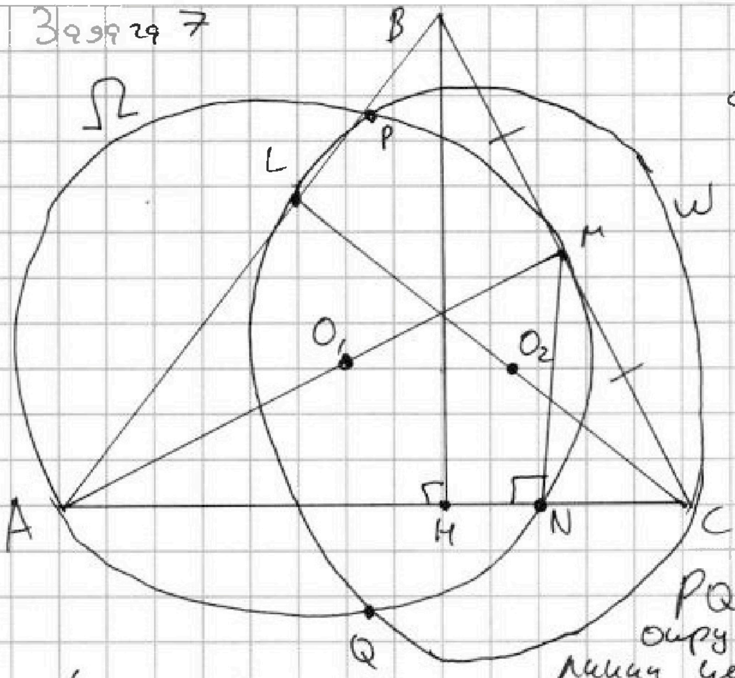
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



$\angle ANM = 90°$, т.к это угол опирающийся на диаметр

$PQ \parallel BH$, где H — основание высоты из B

$\Rightarrow PQ \perp AC$

PQ — радикальная ось двух окружностей, она перпендикулярна линии центров $\Rightarrow$ линии центров $\parallel AC$

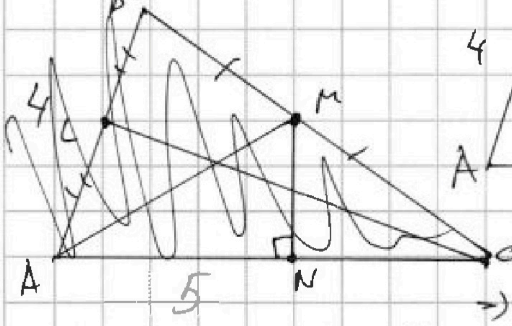
$\Rightarrow$ (середина AM, середина CL) $\parallel AC$.

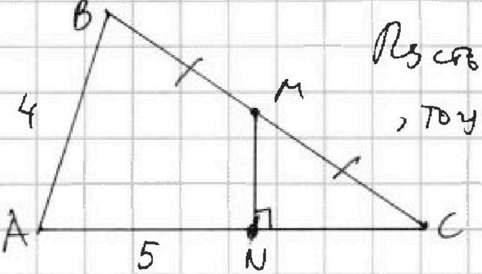
Пусть O_1 — центр AM, O_2 — центр CL ~~O_2~~ $O_1O_2 \parallel AC$

$\Rightarrow LM \parallel AC$, т.к M в 2 р. дальше от AC чем O_1, L в 2 р. дальше от AC чем O_2, а O_2 и O_1 равноудалены от AC (условие параллельности) $\Rightarrow M, L$ — тоже равноудалены.

$ML \parallel AC \Rightarrow ML$ — средняя линия т.к она выходит из центра ^{BC} параллельно стороне ^{AC} $\Rightarrow AL = BL \Rightarrow CL$ — и биссектриса и медиана $\Rightarrow ABC$ — р/б $AC = BC$ AB — основание $= 4$

Перерисуем картинку





Пусть $CN = x$, тогда $AC = BC = 5 + x$

$$\cos\angle C = \frac{x}{\left(\frac{5+x}{2}\right)}$$

по th cos $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC\,BC \cdot \cos(C)$

$$\Rightarrow 4^2 = 2\cdot(5+x)^2 - 2(5+x)^2\cdot\left(\frac{x}{\frac{5+x}{2}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 = 2(5+x)^2\left(1-\frac{2x}{5+x}\right) = 2(5+x)^2\left(\frac{5-x}{5+x}\right) = 2(5+x)(5-x) = 2\cdot 5^2 - 2\cdot x^2$$

$16 = 50 - 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}(50-16) = \frac{1}{2}34$ $\quad x = \pm\sqrt{17}$ $\quad x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{17}$

Ответ: ~~[illegible]~~ $AB = AC = \sqrt{17}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$25+4\cdot5\cdot2+4\cdot4-7\cdot5-4\cdot2$

$6-9x$ $(x^2-2x)^2$ $9x^2$ $65+16-35-28$

4 6 10 $25+4\cdot3\cdot5+9\cdot4-35-42$

$25+$ ~~60 + 36 - 35 - 42~~

$9x$

$(x^2-2x)^2-6+9x=2d=x^4-4x^3+4x^2+9x-6=2d$ $1+18+25$ $\frac{6+x}{x}\cdot\frac{3}{9}=1$

24

$m^2+4mn+4n^2-7m-14n$ ~~11~~p^2

$(m+2n)^2-7(m+2n)$

$(m+2n-7)(m+2n)$

$mn(m+2n+9)$

$18+3x=9x$

$18=6x$

$x=3$

$3y+6x$

$|x-2y|\le2$ $(x-2y)^2\le4$

$|2x-y|\le1$ $(2x-y)^2\le1$

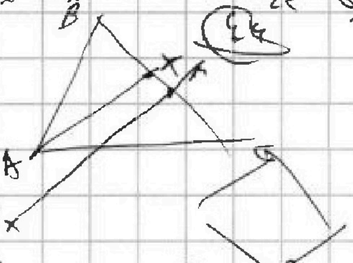
$11p^2$

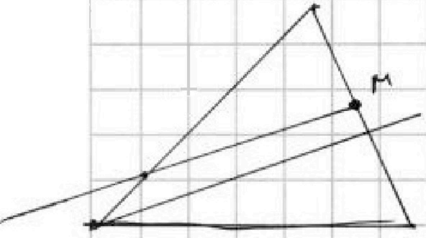
759

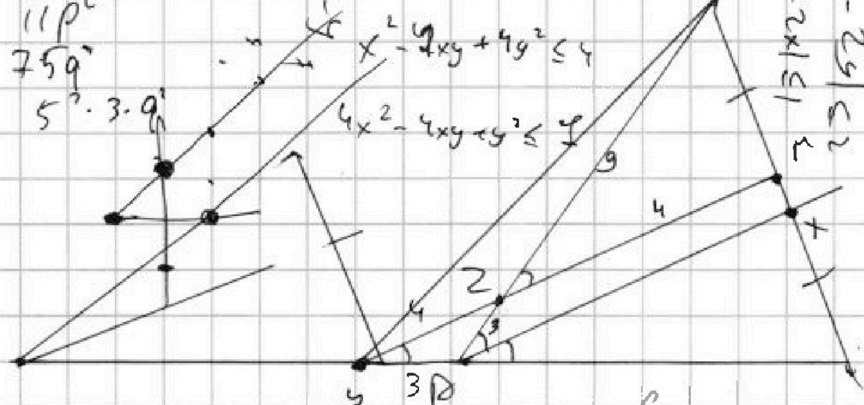
$5^?\cdot3\cdot9$

$x^2-4xy+4y^2\le4$

$4x^2-4xy+y^2\le1$







$3^2=3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cos t$

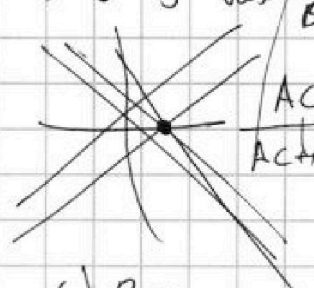
$2=7\cdot\cos t$

$\cos t=2/3$

$\begin{cases}\sqrt{x+2}-\sqrt{7-y}+7=2\sqrt{14+5x-y^2}\\ x^3+3x=y^3+3y-\sqrt{2x}\end{cases}$

$\frac{BM}{Bx}=\frac{B2}{2A}$ $\frac{yA}{Ac}=\frac{Mx}{xc}$

$BC=2\cdot\frac{Bx\cdot B2}{A2}$



$\frac{AC}{AC+AB}\cdot BC$ $\frac{BC}{AC+AB}$

$\frac{BM}{Bx}=\frac{B2}{AB}\Rightarrow BC=2\frac{Bx\cdot B2}{AB}$

$\left(\frac{3AB}{2AB+2Ac}-\frac{1}{2}\right)BC$

$\frac{Mx}{A2}=$ $\frac{Bx}{BM}=\frac{AB}{B2}\Rightarrow\frac{Mx}{BM}=\frac{A2}{B2}\Rightarrow\frac{Mx}{A2}=\frac{BM}{B2}$

$\left(\frac{AB-AC}{2AB+2Ac}\right)BC/3=\left(\frac{AB}{AB+Ac}\right)\cdot BC/AB$

~~$\left(\frac{AB}{AB+BC}-\frac{1}{2}\right)$~~$BC=$ ~~BC AB+BC AB+~~

$\frac{AB-AC}{6}=1$ $\frac{AB}{6}=2$ $AB=12$

$(x-2y)^2$

$3(y+2x)$

$(x-2y)^2$

$x^2+4xy+4y^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^3+3x-\sqrt{2x} = y^3+3y-\sqrt{2y}$

$3x^2+3-\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=0$

$3x^2+3=$

$12\cdot120\cdot t6$

$363D+16$

$x>-2 \quad y<7$

$5x-y^2>-14$

$14+2\cdot 5^2$ $\frac{25}{4}$

$x>0$

$y>0 \quad y<7$

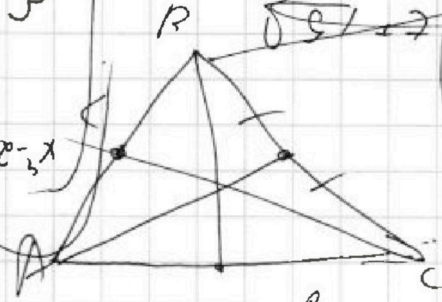
$x^3+3x+\sqrt{2x}=y^3+3y+\sqrt{2y}$

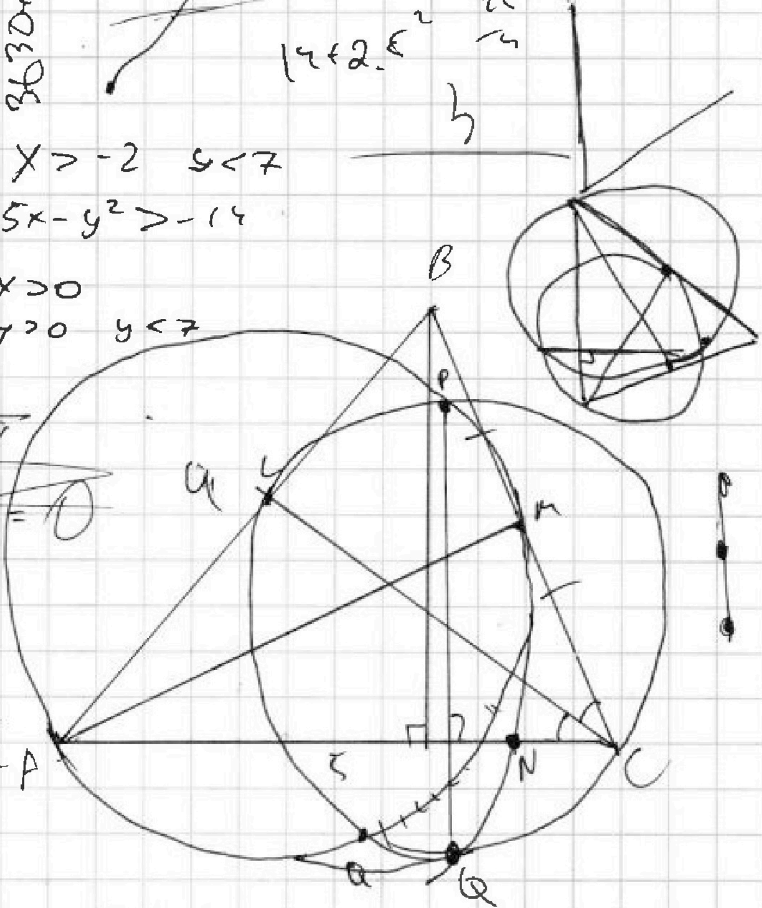
$x^3-2x+4\sqrt{2}-\sqrt{7}$

$\sqrt{5}-7=0$

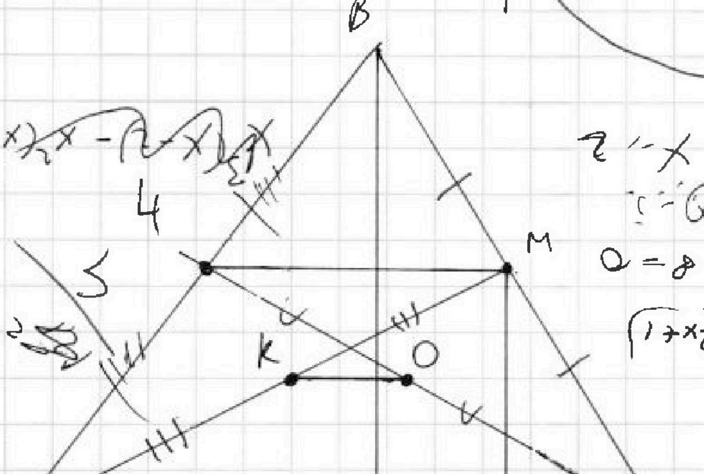
$C_{11}^2+0+60+0$

$x^4-2x^3-2x^2+12$





$(2-x)^2x-(2-x)^2x$



$x^2-2x<3x$

~~$x<5$~~ $x<3$

$6-9x+2d=(x^2-2x)^2$

$6-9x+6d=9x^2$

$$d=\frac{3x^2-3x+2}{2}$$

$\Rightarrow 6-9x+3x^2-3x+2$

$=(x^2-2x)^2$

$3x^2-12x+8=x^2(x^2-2x+1)$

$x^4-2x^3-2x^2+12x-8=0$

$6-9x<9x^2 \quad x>0$

$x=2$

d

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

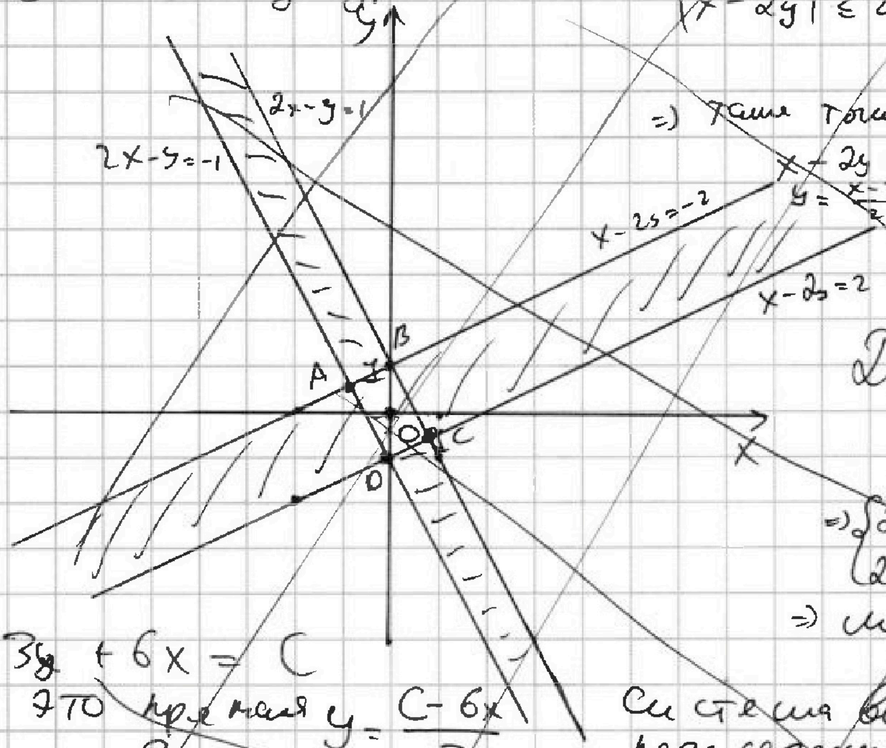
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 Изобразим на графике точки, подходящие под каждое из уравнений

$|x-2y| \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases}$

$\Rightarrow$ такие точки лежат выше $x-2y=2$ и ниже $x-2y=-2$

$y=\frac{x-2}{2}$ $\quad$ $y=\frac{x+2}{2}$



Для второго уравнения $|2x-y| \leq 1$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ между $2x-y=1$ $y=2x-1$

$2x-y=-1$ $y=2x+1$

$3y+6x=C$

это прямая $y=\frac{C-6x}{3}$

$y=\frac{C}{3}-2x$

Система выполняется в пересечении

нам нужно найти max $C \Rightarrow$ найдем самую высокую прямую проходящую хотя бы через одну точку пересечения

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!