



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12-12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_2 &= 12 - 12x \\ a_4 &= (x^2 + 4x)^2 \\ a_8 &= -6x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_2 + 2d = a_4 \\ a_4 + 4d = a_8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d = a_4 - a_2 \\ 4d = a_8 - a_4 \end{cases}$$

$$a_8 - a_4 = 2(a_4 - a_2)$$

$$a_8 = 3a_4 - 2a_2$$

$$-6x^2 = 3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x)$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 24 + 24x + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x = -2 \text{ - корень}$$

$$2^4 + 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 - 8 = 0$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$(x+2)^2(x-2-\sqrt{6})(x+2+\sqrt{6}) = 0$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \pm \sqrt{6} \end{cases}$$



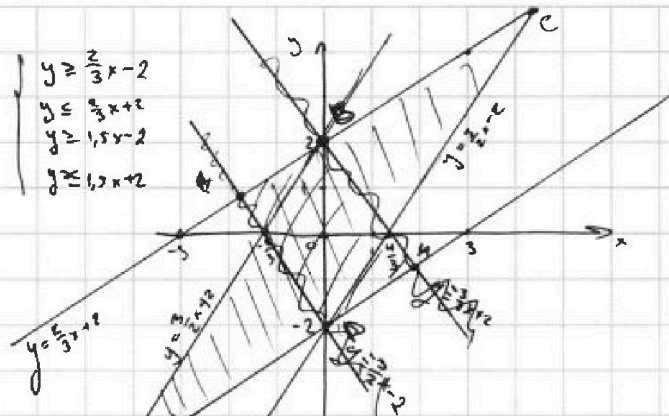
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
( ИЗ 1 )

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \\ |a| \leq 6, a \geq 0 \\ x \in [0; 6] \\ y \in [0; 4] \end{cases} \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x-2 \\ y \leq \frac{2}{3}x+2 \\ y \geq 1,5x-2 \\ y \leq 1,5x+2 \end{cases}$$



$$10x + 5y = 5(2x + y) \rightarrow 4,4$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

м.ч. ~~хорошо~~ или обр.

прямые, коэф. наклона

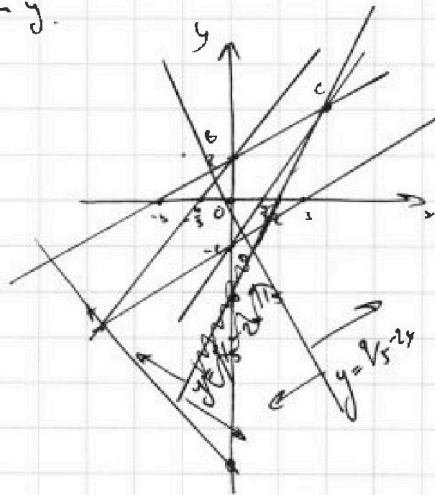
которых ~~угол~~  $\tan \alpha = \frac{1}{k}$   $\tan \beta = -k$  м.ч. коэф. наклона

прямоугольные,  $ABCD$  или  $\parallel \Rightarrow ABCD$  - к-т

$$2x + y \rightarrow \min$$

Пусть  $10x + 5y = \epsilon q \Rightarrow y = \frac{q}{5} - 2x$  - прямая  $\parallel y = -2x$  пересекает  $Oy$  в  $q/5$

Также, чтобы условие задачи выполнялось,  $y = \frac{q}{5} - 2x$  должна иметь хотя бы 1 общ. т. с ~~границей~~  $ABCD$ -областью ~~находясь~~  $z$ н.  $x$  и  $y$ .



$$q \rightarrow \min \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  прямая должна проходить

как можно ниже

$$\text{т.ч. } \frac{2}{3} + \frac{2}{3} < 2, \text{ и}$$

пр. линия касается прямой

-  $A$

$$\frac{2}{3}x + 2 = \frac{2}{3}x + 2$$

$$\frac{5}{6}x = 4$$

$$x = 4,8$$

$$y = \frac{10}{5} - 2 = 2$$

$$y = \frac{10}{5} - 2 = 2$$

$$y = \frac{q}{5} - 2x$$

$$-5,2 = \frac{q}{5} + 9,6$$

$$\frac{q}{5} = -14,8$$

$$q = -74$$

Ответ: -74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 3m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 17p \cdot p$$

о.ч. 17p простое

$$\begin{cases} m-2n = p \\ m-2n+13 = 17p \end{cases} \quad \text{1} \\ \begin{cases} m-2n = 17p \\ m-2n+13 = p \end{cases} \quad \text{2}$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2) = 15q^2 = 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot q$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=5 \\ m-2n-2=q^2 \\ m=5 \\ n=3 \\ m-2n-2=q^2 \end{cases}$$

из A:

$$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ n > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m-2n+13 = 17m - 34n \\ m-2n = 17m - 34n + 13 \cdot 17 \end{cases} \quad \begin{cases} 16m = 13 + 32n \\ 16m = 32n \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m-2n) \cdot 16 = 13 \\ (m-2n) \cdot 16 = -13 \cdot 17 \end{cases} \quad \begin{cases} m-2n = \frac{13}{16} \geq 0 \\ m-2n = -\frac{13}{16} \cdot 17 \leq -13 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = 17p^2 \geq 0 \\ m-2n \geq 6 \\ m-2n \leq -13 \end{cases}$$

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2 \geq 0$$

$$m-2n-2 \geq 0$$

$$m-2n \geq 2$$

$$\Rightarrow m-2n = \frac{13}{16}$$

$$\begin{cases} \frac{13}{16} < 2 \\ -\frac{13}{16} \cdot 17 < 2 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m > 2n \\ m=3 \\ n=5 \\ \dots \end{cases}$$

из B:

$$\begin{cases} m=3 \\ n=5q \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=3q \\ n=5 \\ m-2n-2=q \end{cases} \quad \begin{cases} m=3q \\ n=3 \\ m-2n-2=q \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=9 \\ n=3 \\ m-2n-2=3q \end{cases} \quad \begin{cases} m=9 \\ n=3 \\ m-2n-2=5q \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=5 \\ n=9 \\ m-2n-2=3q \end{cases} \quad \begin{cases} m=9^2 \\ n=5 \\ m-2n-2=3 \end{cases} \quad \begin{cases} m=1^2 \\ n=3 \\ m-2n-2=5 \end{cases}$$

$$(m \wedge n) \quad m-2n = 5-2n = 1 < 2 \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: Нет таких решений





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
( ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^2 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^2 + 4y^2 - \sqrt{3x} \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3-y \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \\ 12-x-y^2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -4 \\ y \geq 0 \\ y \leq 3 \\ x+y^2 \leq 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 3 \\ x+y^2 \leq 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^2 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y} \end{cases} \rightarrow \text{симметрия по } x \text{ и } y \rightarrow$$

$\Rightarrow$  т.к. функции  $\sqrt{3x}$  и  $\sqrt{3y}$  — монотонны  $x=y$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4 + 3-x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25 \\ x \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

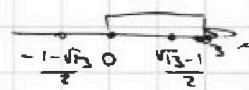
$$\begin{cases} 66 - 4x - 4x^2 - 18\sqrt{12-x-x^2} = 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \sqrt{12-x-x^2} = t, t \geq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

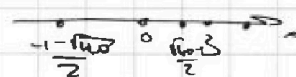
$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{4} = \frac{9 \pm 3}{4} = \left[ \frac{3}{2} \right]$$

$$\begin{cases} 12-x-x^2 = 9 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x - 3 = 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+12}}{2} \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 12-x-x^2 = 9/4 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x - 39/4 = 0 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+39}}{2} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



Ответ:  $x = \begin{cases} \frac{\sqrt{13}-1}{2} \\ \frac{\sqrt{40}-1}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

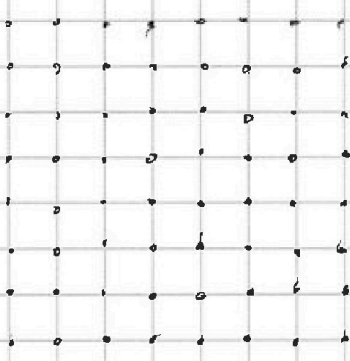
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассчитаем сколько вариантов можно выбрать 2 раза узла сети в галлом и квадрате.  
 $7 \times 7$  мест  $\Rightarrow$  узлы  $8 \times 8$

$$\frac{8 \cdot 8}{2} \cdot \frac{8 \cdot 8 - 1}{2} = 64 \cdot 63$$

Теперь для каждой пары узлов посчитаем, сколько "одноходовых" пар мы можем получить поворотами.



т.е. в сетке крайнего узла, через самого в себя после любого количества поворотов не будет  $\Rightarrow$  при каждом повороте получаем новый путь, но как только мы повернем и выйдем 4 раза на выходы на свои места

$\Rightarrow$  каждая пара узлов есть "замкнутая"  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  можно парочки просто разделить на 4, ведь они состоят из двух и ряда  
 $64/4 \cdot 63 = 16 \cdot 63 = 1008$

Ответ: 1008

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 16 \\ \hline 378 \\ 630 \\ \hline 1008 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

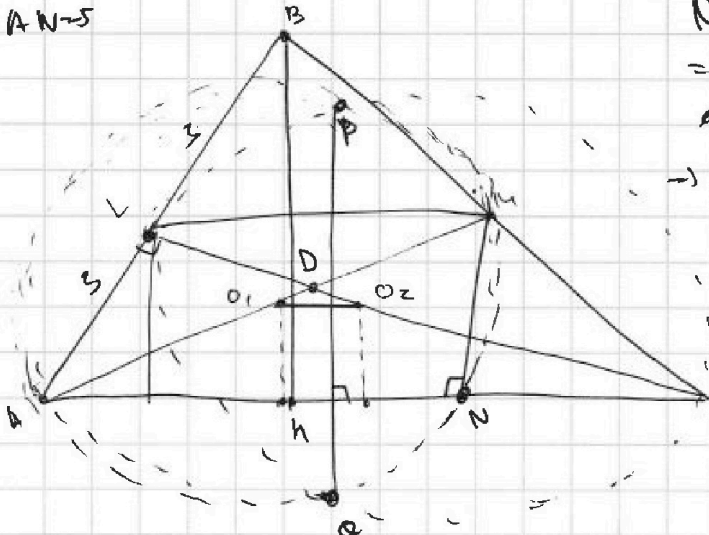
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AB=6$   
 $AN=5$

$AC=?$   $BC=?$



$N \in \Omega$ ,  $AM$  - диаметр  $\Omega \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$  (диаметр  
всегда под прямым углом)  
 $\rightarrow MN \parallel BH$

$O_1$  - центр  $\Omega$   
 $O_2$  - центр  $\omega$   
 $AO_1 = O_1M$   
 $\angle O_2 = O_2C$   
 $O_1O_2 \perp PQ$   
 $\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC \Rightarrow \frac{AO_1}{O_1D} = \frac{CO_2}{O_2D}$

Окружность из  $O_1$  и  $O_2$   
высоты на  $AC$   
и.и.  $O_1O_2 \parallel AC$  или  
будут равны  $\Rightarrow$  высота  
на  $AC$   $h$   
тогда и.и.  $O_1, O_2$  - центры  
 $AM, CL$  соответственно.  
 $\triangle AO_1H_0 \rightarrow \triangle AMN$   
и.и.  $k=2$   
высоты  $h$   
 $h$   
аналогично  $\angle H_0C = 2h$   
и.и.  $h$   
высоты  
из  $C$  на  $AC$

$MN \parallel BH$   $M$  - сеп.  $k=2$   
 $\Rightarrow MN$  - ср. линия  $\triangle BHC$

$MN = \frac{1}{2} BH$   
 $BH = \sqrt{36 - AM^2}$   
 $MN = \sqrt{AM^2 - 25}$   
 $MN^2 = \frac{1}{4} BH^2$   
 $4(AM^2 - 25) = 36 - AM^2$   
 $4AM^2 = 136 - AM^2$   
 $AO_1 = \frac{1}{2} AM = \frac{\sqrt{136 - AM^2}}{4}$

$\Rightarrow \angle M \parallel AC \Rightarrow$  и.и.  $BM = MC$   $AC = CB$  ( $CM$  - ср. линия)  
 $\Rightarrow CL$  - биссектриса, медиана, высота  $\Rightarrow \triangle ABC$  - равнобедр.  
 $AC = BC = 2a$

$D$  - точка пересечения медиан  $\triangle ABC$   
 $AD : DH = 2 : 1$   
 $CD : DL = 2 : 1$

$AN=5 < AC \Rightarrow AC > 5$   
 $a > 5/2$

$AN=5 \Rightarrow NC = 2a - 5$   $CH = 2NC = 4a - 10$  ;  $AH = 10 - 2a$

т. Пифагора:

$BH^2 = 6^2 - (10 - 2a)^2$   
 $BH^2 = 4a^2 - (4a - 10)^2$   
 $36 - 100 + 40a - 4a^2 = 4a^2 - 16a^2 + 80a - 100$   
 $8a^2 - 40a + 36 = 0$

$2a^2 - 10a + 9 = 0$   $a = \frac{10 \pm \sqrt{17}}{4} \Rightarrow AC = BC = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}$



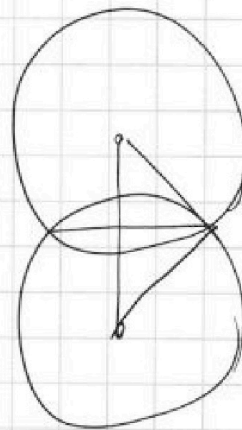
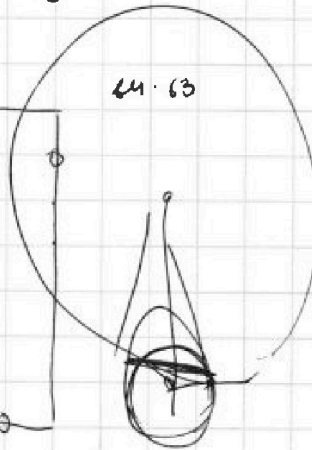
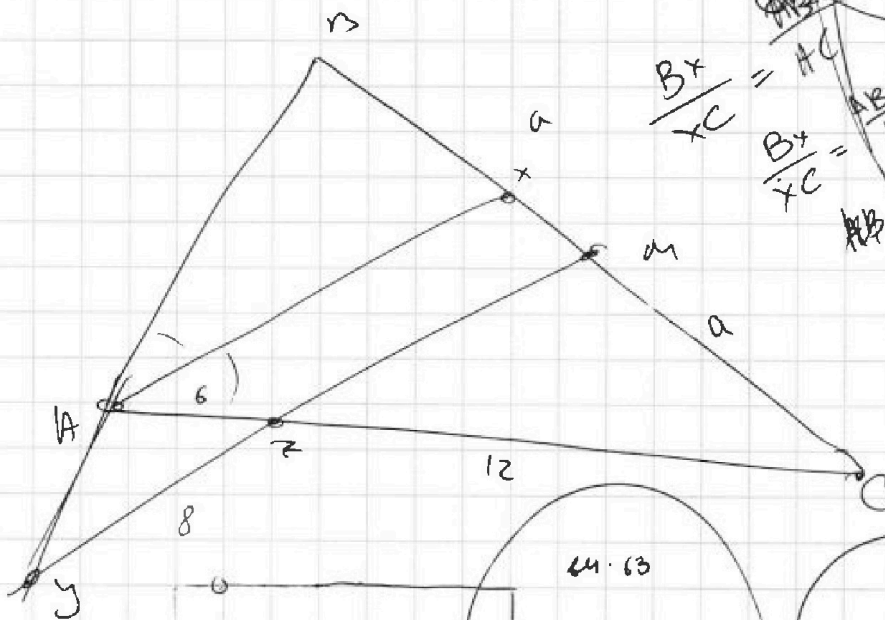
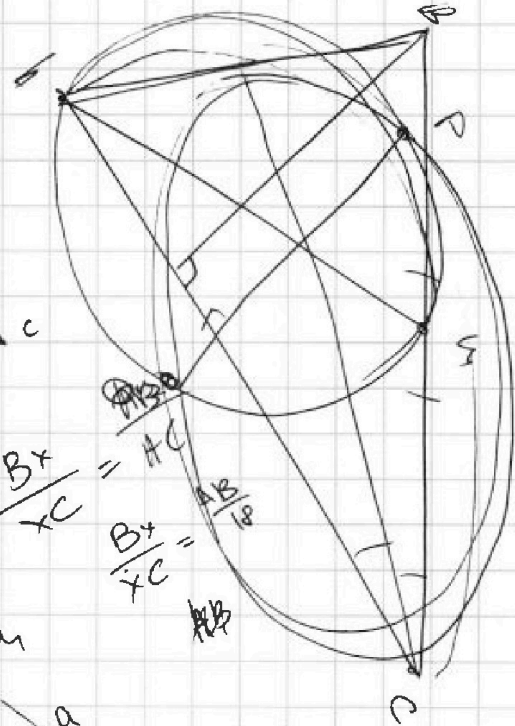
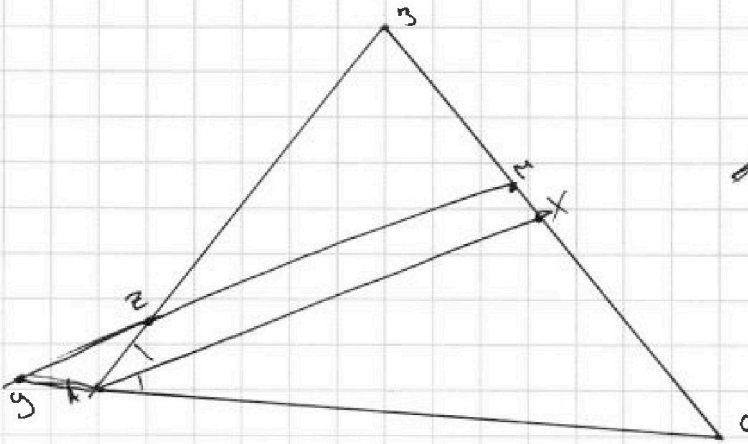


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = 12 - 12x$   
 $a_4 = (x^2 + 4x)^2$   
 $a_8 = -6x^2$

$d$  - разность арифметической прогрессии

$$\left. \begin{aligned} a_2 + 2d &= a_4 \\ a_4 + 4d &= a_8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_2 + a_4 = 2(a_4 - a_2)$$
 ~~$6x^2(x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 - 12(1 - 2x)$~~

$a_8 - a_2 = 6d$   
 $a_4 - a_2 = 2d$

$2a_2 + a_8 = a_4$

$24(1-x) - 6x^2 = (x(x+4))^2$   
 $24 + 24x - 6x^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$   
 $x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 24x - 24 = 0$   
 $d = -x^2 + 2x - 2$

$(x+4)^2 - 12 + 12x = 2d$   
 $x^2 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$

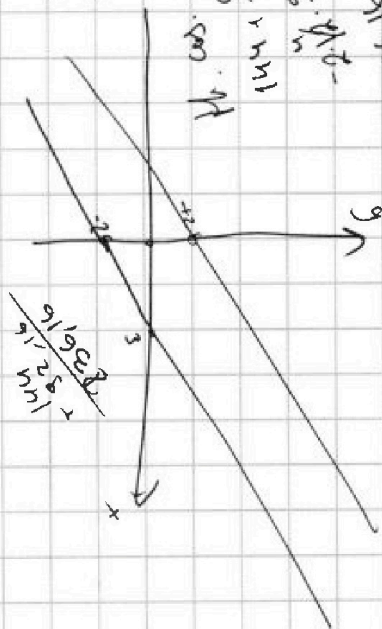
$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 16x - 8 = 0$

$x^2 + 8x - 16 = 0$   
 $x^2 + 2x - 4 = 0$   
 $x = -1 \pm \sqrt{1+16} = -1 \pm \sqrt{17}$

$D = 16 + 64 = 80$   
 $x = \frac{-24 \pm \sqrt{80}}{2} = -12 \pm 2\sqrt{5}$   
 $21x = 16$

$2x^3 + 4x^4 + (3x)^4 = 2y^5$   
 $x^4 + 3 - y = 2\sqrt{12 - 4x + 3x - xy}$   
 $x - y - 2\sqrt{12 - 4y + 3x - xy} = 4(2 - x - 21)y = 4(1 - x - 1) - 14 = -14$   
 $2x^2(x^2 - 2)$

$\frac{24}{14} = \frac{12}{7}$   
 $14y = 24x = 24 + 8$   
 $\frac{1}{3} 4x + 8 = 24x$   
 $4x \cdot \frac{1}{3} = 8$



$y \leq \frac{2}{3}x - 2$   
 $x - y \leq 2$

$16 - 6x + 18 \cdot 4 - 16 - 8$

$\frac{21}{16} = 9 \cdot 6$

$\frac{153160}{6}$   
 $\frac{8956}{153160}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$|a| \leq b$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{3}{2}y - 3 \\ x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \\ x \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$10x+5y \rightarrow \min$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x \geq 15y-30 \\ 10x \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 15y-30 \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ & \frac{25}{3}y \geq \frac{20}{3} \\ & y \geq 2 \\ & 10x \geq 15y-30 \Rightarrow 0 \\ & \Rightarrow 10x+5y \geq 20y-30 \rightarrow \min \\ & \begin{cases} y = \min \\ y \geq 2 \\ 10x+5y=10 \\ y=2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 15y-20 \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ & \frac{25}{3}y \geq \frac{20}{3} \\ & y \geq 2 \\ & 10x \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{1}{10}(15y-30) \geq \left(\frac{20}{3}y - \frac{40}{3}\right) \cdot \frac{1}{10} \\ & \frac{3}{2}y \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \\ & y \geq 2 \\ & \cdot \frac{1}{10}(15y-20) \geq \left(\frac{20}{3}y - \frac{40}{3}\right) \cdot \frac{1}{10} \\ & \frac{3}{2}y - 2 \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \\ & y \geq -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot 3 + \frac{3}{2}y \geq \frac{2}{3} + \frac{2}{3}y \\ & \frac{7}{6}y \geq -\frac{8}{3} \\ & y \geq -2 \end{aligned}$$

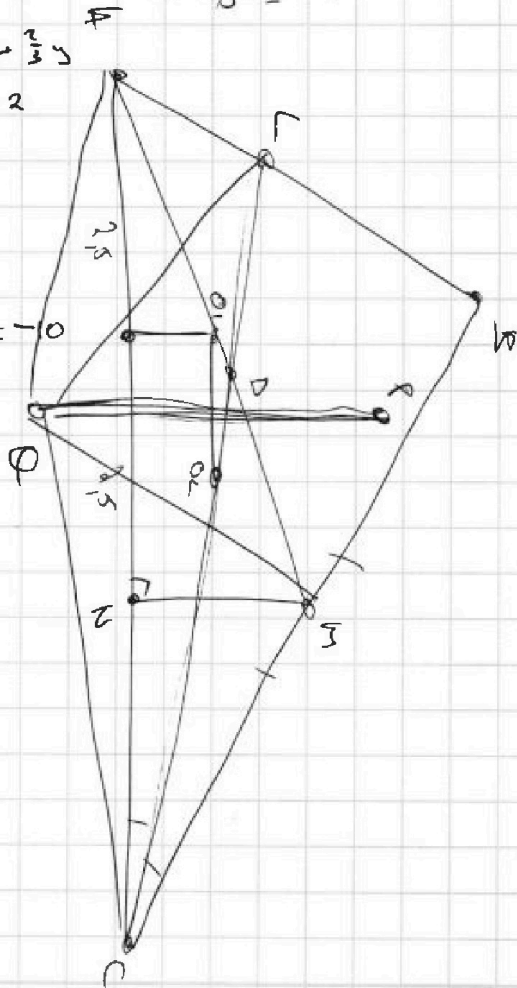
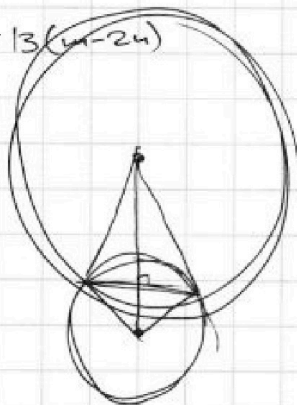


$$\begin{cases} y \leq -2 \\ x \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ x \leq 3 + \frac{3}{2}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x+5y \geq \frac{20}{3}y - \frac{40}{3} \\ 10x+5y \leq 30 + 20y < -0 \end{cases}$$

$$A = 4r^2 - 4r + 4r^2 + 3r - 2r = 17r^2$$

$$(4r-2r)^2 + 3(4r-2r)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -4$$

$$y \leq 3$$

$$12 - x - y \geq 0$$

$$x + y \leq 12$$

$$x, y \geq 0$$

$$x \leq 12 - y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

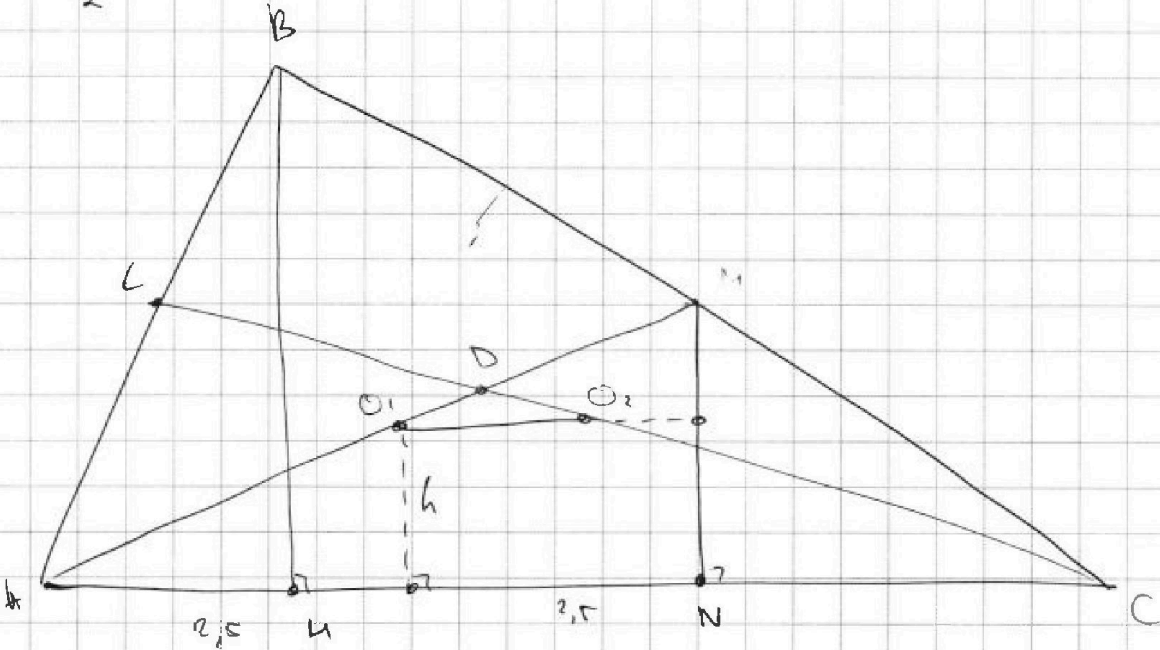
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{2} =$$

$2,5$



$$36 - 100 + 40a - 4a^2 =$$

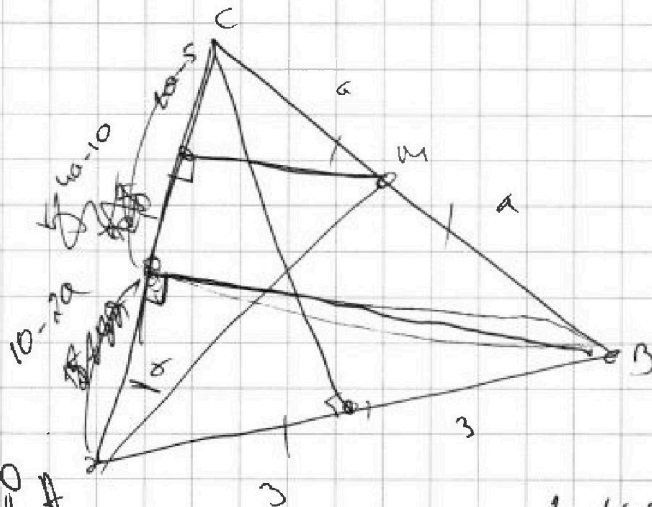
$$= -64 + 40a - 4a^2$$

$$4a^2 - 16a^2 + 40a - 100 =$$

$$= -12a^2 + 40a - 100$$

$$-12a^2 + 40a = 36 + 40a - 4a^2$$

$$8a^2 - 40a + 36 = 0$$



$$36 - (10 - 2a)^2 = 4a^2 - (4a - 10)^2$$

$$36 - 100 + 40a - 4a^2 = 4a^2 - 16a^2 + 80a - 100$$

$$8a^2 + 36 = 40a = 0$$