



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть эта арифметическая прогрессия имеет разность d , а её первый член равен a . Тогда

$$12 - 12x = a + d, (x^2 + 4x)^2 = a + 3d, -6x^2 = a + 7d. \text{ Значит,}$$
$$(x^2 + 4x)^2 = a + 3d = \frac{2}{3}(a + d) + \frac{1}{3}(a + 7d) = \frac{2}{3}(12 - 12x) +$$
$$+ \frac{1}{3} \cdot (-6x^2)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = -2x^2 - 8x + 8$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x + 1 = 9$$

$$(x^2 + 4x + 1)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 3 \\ x^2 + 4x + 1 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ (x + 2)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 - \sqrt{6} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ: $-2; -2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$10x+5y \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 3y-2x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 3x-2y \leq 4 \end{cases}$$

Значит, $10x+5y = 7(3y-2x) + 8(3x-2y) \geq 7 \cdot (-6) + 8 \cdot (-4) = -74$, при чём рав-во достигается при

$$x = -\frac{24}{5}; y = -\frac{26}{5}$$

Ответ: -74



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n) \cdot (m-2n+13).$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m-2n-2).$$

По условию, либо $B = 17p^2$, либо $B = 15q^2$, м.е.

$$B > 0 \Rightarrow mn(m-2n-2) > 0 \Rightarrow m-2n-2 > 0 \Rightarrow m-2n \geq 3,$$

т.к. $m-2n \in \mathbb{N}$. Пусть $x = m-2n$, тогда $A = x(x+13)$.

Рассмотрим 2 случая:

1) $A = 17p^2$ (p-прост.):

$$x(x+13) = 17p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x | 17p^2 \Rightarrow x = 1; 17; p; p^2; 17p; 17p^2$$

~~17p^2~~

$$\begin{cases} x=1 \\ x+13=17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ p^2 = \frac{17}{14} x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=17 \\ x+13=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=17 \\ p^2 = 30 \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=p \\ x+13=17p \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{13}{16} \\ p = \frac{13}{16} \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=p^2 \\ x+13=17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ p=2 \end{cases} \checkmark$$

$$\begin{cases} x=17p \\ x+13=p \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -17 \cdot \frac{13}{16} \\ p = -\frac{13}{16} \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=17p^2 \\ x+13=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-12 \\ p^2 = -\frac{12}{17} \end{cases} \times$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$ (предположение)

2) $A = 15q^2$ (q -нечет.):

$X | 15q^2 \Rightarrow X = 3; 5; q; q^2; 3q^2; 5q^2; 15q^2$ (м.к. $X \geq 3$)

$\begin{cases} X=3 \\ X+13=5q^2 \end{cases}$	$\begin{cases} X=3 \\ q^2 = \frac{16}{5} \end{cases} \quad \times$
$\begin{cases} X=5 \\ X+13=3q^2 \end{cases}$	$\begin{cases} X=5 \\ q^2 = 6 \end{cases} \quad \times$
$\begin{cases} X=q \\ X+13=15q \end{cases}$	$\begin{cases} q = \frac{13}{14} \\ X = \frac{13}{4} \end{cases} \quad \times$
$\begin{cases} X=q^2 \\ X+13=15 \end{cases}$	$\begin{cases} X=2 \\ q^2=2 \end{cases} \quad \times$
$\begin{cases} X=3q^2 \\ X+13=5 \end{cases}$	$\begin{cases} X=-8 \\ q^2 = -\frac{8}{3} \end{cases} \quad \times$
$\begin{cases} X=5q^2 \\ X+13=3 \end{cases}$	$\begin{cases} X=-10 \\ q^2 = -2 \end{cases} \quad \times$
$\begin{cases} X=15q^2 \\ X+13=1 \end{cases}$	$\begin{cases} X=-12 \\ q^2 = -\frac{4}{5} \end{cases} \quad \times$

Значит, случаи $A = 15q^2$ невозможны $\Rightarrow A = 17p^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow p=2, m-2n=X=4, B=15q^2.$

$15q^2 = B = mn(m-2n) = 2mn \Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow q : 2.$ П.к. q - нечетное, то $q=2 \Rightarrow mn = \frac{15q^2}{2} = 30$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 (ураганские)

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ~~m = 2n + 4~~ \\ n(2n + 4) = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ (n + 5)(n - 3) = 0 \\ \text{о.к. } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 3 \\ m = 10 \end{cases}$$

Ответ: (10; 3)

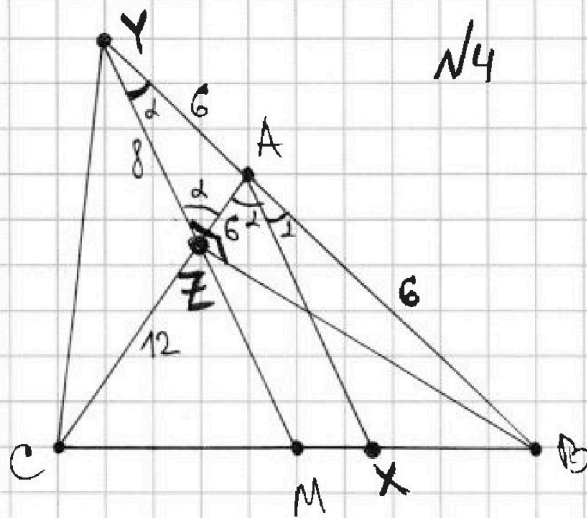


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) Пусть $\angle XAC = \angle XAB = \alpha$. $\angle MYB = \angle XAB = \alpha$ (соответственные),
 ~~$\angle AZY = \angle XAC = \alpha$~~ $\angle AZY = \angle XAC = \alpha$ (накрест лежащие), м.к. $MY \parallel AX$
 (по условию). Тогда $\angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AZY - \text{н/б}$ (по ~~теореме~~
 равнобедренности) $\Rightarrow AY = AZ = 6$. $CZ = CA - AZ = 12$.

2) По теор. Менелая для $\triangle ABC$ и сек. $M-Z-Y$: $\frac{BY}{YC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$. $\frac{BY}{YC} = 1$, $\frac{CZ}{ZA} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow \frac{AY}{YB} = \frac{1}{2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow BY = 2AY = 12 \Rightarrow AB = BY - AY = 6$.

3) Медиана ZA в $\triangle ZBY$ равна $6 = \frac{1}{2}BY \Rightarrow \angle BZY = 90^\circ$.

Тогда из $\triangle BZY$: $\cos \alpha = \cos \angle BZY = \frac{ZY}{BY} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos \angle BAC = \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{1}{9}$.

4) По теореме косинусов: $BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2BA \cdot AC \cdot \cos \angle BAC =$
 $= 384 \Rightarrow BC = 8\sqrt{6}$. Ответ: $8\sqrt{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} \stackrel{(1)}{=} 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

Решим отдельно ур-е (1):

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

Область определения - $x \in [0; +\infty)$, $y \in [0; +\infty)$

Пусть $f(t) = 2t^5 + 4t^2 + \sqrt[4]{3t}$, тогда ур-е (1)

перехмывается как $f(x) = f(y)$. Очевидно, что

при $t \geq 0$ ф-ии $2t^5$, $4t^2$, $\sqrt[4]{3t}$ строго возрастают \Rightarrow

$\Rightarrow f(t)$ строго возрастает \Rightarrow из рав-ва $f(x) = f(y)$

следует рав-во $x=y$.

* Вернёмся к изначальной системе.

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ x=y \end{cases}$$

$$x=y$$

$$\begin{cases} x=y \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\begin{cases} x=y \\ 2\sqrt{(3-x)(x+4)} + \sqrt{3-x} - \sqrt{x+4} \stackrel{(2)}{=} 5 \end{cases}$$

$$2\sqrt{(3-x)(x+4)} + \sqrt{3-x} - \sqrt{x+4} \stackrel{(2)}{=} 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение)

Решим отдельно ур-е (2). Пусть $a = \sqrt{3-x}$, $b = -\sqrt{x+4}$,
($a \geq 0, b \leq 0$). Тогда $-2ab + a + b = 5$ и $a^2 + b^2 = 7$

$$\begin{cases} -2ab = 5 - a - b \\ (a+b)^2 - 2ab = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2ab = 5 - a - b \\ (a+b)^2 - (a+b) - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2ab = 5 - a - b \\ (a+b\frac{3}{2} + 1)(a+b-2) = 0 \end{cases}$$

~~Решим систему~~
~~уравнений~~

$$\begin{cases} a+b = -1 \\ ab = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{по теор. Виета } a \text{ и } b \text{ — корни ур-я } t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \text{ (н.к. } a \geq 0) \\ \begin{cases} a+b = 2 \\ ab = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a \text{ и } b \text{ — корни ур-я } t^2 - 2t - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow a = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}, b = \frac{2 - \sqrt{10}}{2} \text{ (н.к. } a \geq 0)$$

Вернемся к x :

$$\sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$\sqrt{3-x} = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$$

$$x = \frac{-1-2\sqrt{10}}{2}$$

Значит, у исходной системы 2 решения:
 $x = y = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$, $x = y = \frac{-1-2\sqrt{10}}{2}$. Ответ: $(\frac{\sqrt{13}-1}{2}; \frac{\sqrt{13}-1}{2})$; $(\frac{-1-2\sqrt{10}}{2}; \frac{-1-2\sqrt{10}}{2})$

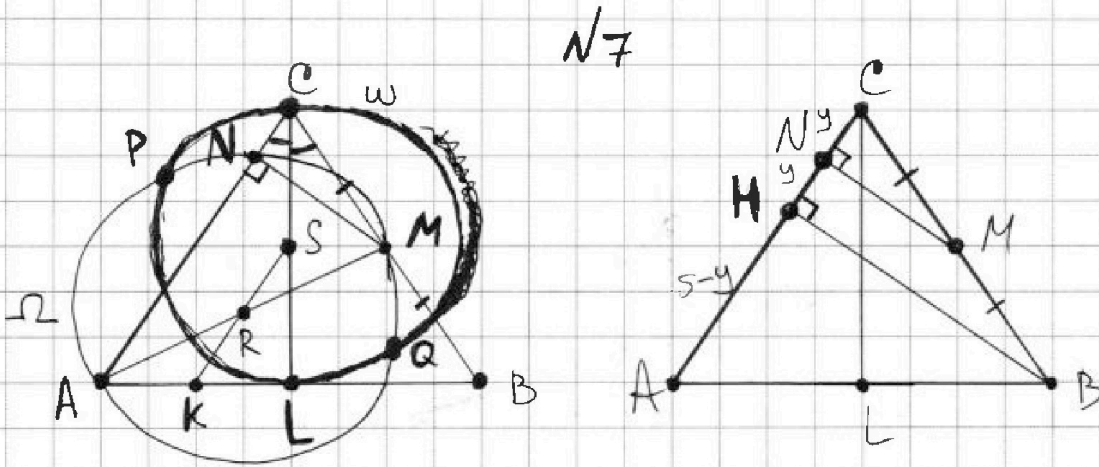


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

- 1) Пусть R и S - середины AM и CL соответственно, тогда R - центр Ω , S - центр ω , а PQ - прямая, проходящая через м-ку пересечения Ω и $\omega \Rightarrow PQ \perp RS$. По условию, $PQ \parallel h$, где h - высота из верш. B в $\triangle ABC \Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow RS \parallel AC$.
- 2) Пусть K - серед. AL . Тогда KS - ср. линия $\triangle ASL \Rightarrow KS \parallel AC \Rightarrow K, R, S$ коллинеарны. KR - ср. линия $\triangle AML \Rightarrow ML \parallel KR \parallel AC$. Прямая ML проходит через середину BC (м-ку M) и параллельна $AC \Rightarrow ML$ - ср. линия в $\triangle ABC \Rightarrow L$ - сер. $AB \Rightarrow CL$ - медиана, и дисс-са^у $\Rightarrow \triangle ABC$ n/δ и $AC=BC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7 (продолжение)

3) Пусть H - основание высоты из вершины B .

\angle в окр-ти $\Omega \subset ANM$ отражается на диаметр $AM \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AB \Rightarrow MN \parallel BH$. В $\triangle BCN$ прямая

MN проходит через середину BC (M - BM) и параллельна

$BH \Rightarrow MN$ - ср. линия $\triangle BCN \Rightarrow N$ - ср. CH .

4) Пусть $CH = NH = y$, $y > 0$, тогда $AH = AN - NH = 5 - y$, $AC =$

$= AN + NC = 5 + y$. По теореме Пифагора $AB^2 = BH^2 + AH^2$,

$BC^2 = BH^2 + CH^2 \Rightarrow BC^2 - CH^2 = BH^2 = BA^2 - AH^2 \Rightarrow (5+y)^2 - (2y)^2 =$
 $= 6^2 - (5-y)^2$.

$$(5+y)^2 + (5-y)^2 = 4y^2 + 36$$

$$2(y^2 + 25) = 4y^2 + 36$$

$$2y^2 = 14$$

$$y^2 = 7$$

$$y = \sqrt{7} \quad (\text{п.к. } y > 0)$$

Тогда $AC = BC = 5 + y = 5 + \sqrt{7}$

Ответ: $5 + \sqrt{7}$; $5 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$3y - 2x$$

$$-6 \leq \cancel{2x+y} \leq 6$$

$$\cancel{4 \leq 3x - 2y \leq 4}$$

$$-4 \leq 3x - 2y \leq 4$$

$$20x + 5y = 5(2x + y)$$

$$\cancel{7(3y - 2x) + 8(3x - 2y)}$$

$$\geq 7 \cdot (-6) + 8 \cdot (-4) = \boxed{-74}$$

Реш-60:

$$\begin{cases} 3y - 2x = -6 & | & 3 & 2 \\ 3x - 2y = -4 & | & 2 & 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y = -26 \\ 5x = -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{24}{5} \\ y = -\frac{26}{5} \end{cases}$$

$$10x + 5y \rightarrow \min$$

$$2x + y \rightarrow \min$$

$$\lambda(2x + y) + \mu(3x - 2y) =$$

$$= 2x + y$$

$$x(\cancel{2\lambda} + 3\mu) + y(\cancel{\lambda} - 2\mu) =$$

$$= 2x + y$$

$$\begin{cases} 3\mu - 2\lambda = 2 & | & 3 & 2 \\ 3\lambda - 2\mu = 1 & | & 2 & 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\mu = 8 \\ 5\lambda = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = \frac{7}{5} \\ \mu = \frac{8}{5} \end{cases}$$

$$x = 3 - \frac{7 - \sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

$$\frac{(2 + \sqrt{10})^2}{2} = 14 + 4\sqrt{10}$$

$$3 - \frac{7 + 2\sqrt{10}}{2} = -\frac{1 + 2\sqrt{10}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{1}$

$$\begin{cases} 12 - 12x = a + d \\ (x^2 + 4x)^2 = a + 3d \\ -6x^2 = a + 7d \\ -6x^2 + 12x - 12 = 6d \\ -x^2 + 2x - 2 = d \end{cases}$$

$$a(a+d) + b(a+7d) = a+3d$$

$$(a+b)a + (a+7b)d = a+3d$$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ a+7b=3 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{3}, a = \frac{2}{3}$$

$$a = 12 - 12x - d = 12 - 12x + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 14x + 14$$

~~$$(x^2 + 4x)^2 = x^2 - 14x + 14 + 3(-x^2 + 12x - 2)$$~~

~~$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = -2x^2 + 22x - 22$$~~

~~$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 22x + 22 = 0$$~~

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 3 \\ x^2 + 4x + 1 = -3 \end{cases}$$

~~$$(x^2 + 4x)^2 = \frac{2}{3}(12 - 12x) + \frac{1}{3}(-6x^2)$$~~

~~$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 8 - 8x - 2x^2$$~~

~~$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$~~

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

~~$$x^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 8 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 18 \right) = 9$$~~

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

~~$$x^2 \left(\left(x + \frac{1}{x} \right)^2 + 8 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 16 \right) = 9$$~~

~~$$x = -2$$~~

~~$$\frac{1}{6} x^2 \left(x^2 + \frac{1}{x} + 4 \right)^2 = 9$$~~

~~$$(x^2 + 4x + 1)^2 = 9$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$x = m - 2n \geq 2$$

$$x(x+13) = 17p^2$$

$$\begin{cases} x = 17 \\ x + 13 = p^2 \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} x = p^2 \\ x + 13 = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = p \\ x + 13 = 17p \end{cases}$$

$$y^2 + 25 = 2y^2 + 18$$

$$y^2 = 7$$

$$(5 + \sqrt{7})^2 - (2\sqrt{7})^2 = 6^2 - (5 - \sqrt{7})^2$$

$$x = 4, p = 2$$

$$x(x+13) = 15q^2$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x + 13 = 5q^2 \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ x + 13 = 3q^2 \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} x = 3q \\ x + 13 = 5q \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} x = q^2 \\ x + 13 = 15 \end{cases} \quad \times$$

$$A = 17p^2 \Rightarrow B = 15q^2$$

$$2mn = 15q^2 \Rightarrow q = 2, mn = 30$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 3 \\ m = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ n(n+2) = 15 \end{cases}$$

$$m(n+1)^2 = 16$$

$$m = 2n + 4$$

$$4b^4 + 4b^3 + b^2 + b^2 + 10b + 25 =$$

$$= 28b^2 + 28b + 7$$

$$4b^4 + 4b^3 - 26b^2 - 18b + 18 = 0$$

$$2b^4 + 2b^3 - 13b^2 - 9b + 9 = 0$$

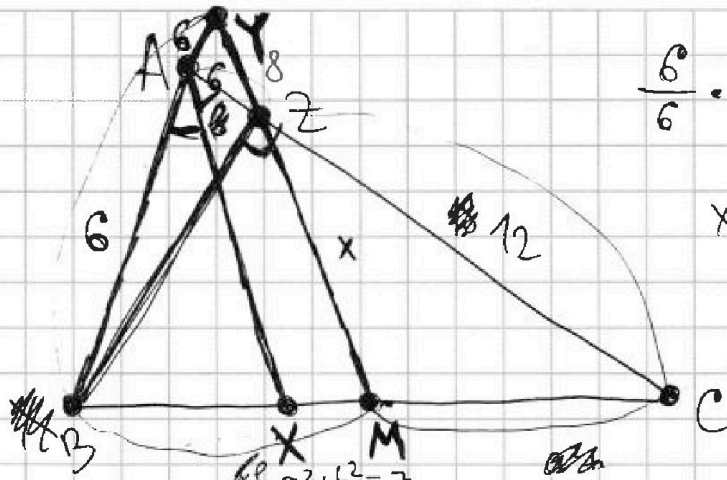


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

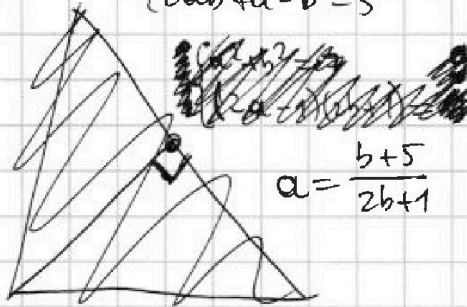
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$a, b \geq 0$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ 2ab + a - b = 5 \end{cases}$$



$$a = \frac{b+5}{2b+1}$$

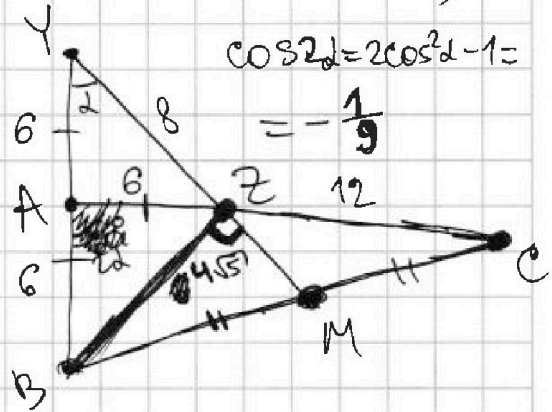
$$\frac{6}{6} \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$x = 4$$

$$(b+5)^2 + b^2 = 7(2b+1)^2$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= 2\cos^2 \alpha - 1 = \\ &= -\frac{1}{9} \end{aligned}$$



~~Handwritten scribbles~~

$$\begin{aligned} 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3xy} &= 2y^5 - \\ -4\sqrt{3x} + 4y^2 & \end{aligned}$$

~~Handwritten scribbles~~

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3y} \Rightarrow x=y \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)} \quad l = a+b$$

$$2ab - a - b = 5, \quad (a+b)^2 - 2ab = 7 \Rightarrow l^2 - l = 12$$

$$4ab - 2a - 2b + 1 = 11 \Rightarrow (2a-1)(2b-1) = 11 \quad l^2 - l - 12 = 0$$

$$l = 4$$

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha = \\ &= 6^2 + 8^2 + 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{9} = \\ &= 36 + 324 + 24 = 384 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{6}$$

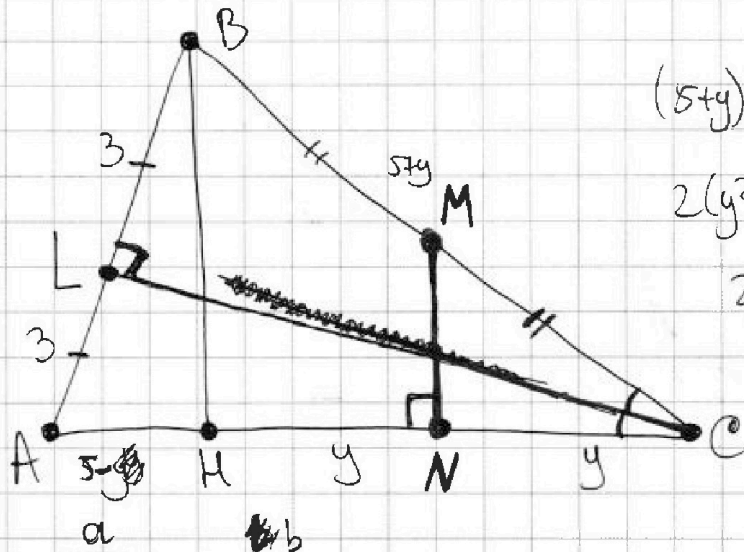


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(5+y)^2 - 3^2 = (2y)^2 - (5-y)^2$$

$$2(y^2 + 25) = 4y^2 + 9$$

$$2y^2 = 41$$

$$y = \sqrt{\frac{41}{2}}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)}$$

$$(2\sqrt{x+4} + 1)(2\sqrt{3-x} - 1) = 9$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\begin{cases} a+b+5 = -2ab \\ a^2+b^2 = 7 \end{cases}$$

$$a^2+b^2 = 7$$

~~$$a+b+5 = -2ab$$~~

~~$$a^2+b^2 = 7$$~~

$$\begin{cases} a+b+5 = -2ab \\ (a+b)^2 + a+b+5 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+5 = -2ab \\ (a+b+2)(a+b-1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = 1 \\ ab = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = -2 \\ ab = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

~~$$a = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$~~

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$x = a^2 - 4 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

