



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(\angle CEM) = -\frac{3}{4}$ .  
 $\angle CAN$
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$x^2 + 4\sqrt{2}t \cdot x + 9(t^2 - 1) = 0$$

Если <sup>квадратное</sup> ур-ние имеет 2 различных корня, то

$D > 0$ . Запишем это условие:

$$D = (4\sqrt{2}t)^2 - 36(t^2 - 1)^2 =$$

$$= 32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 = 4(9 - t^2) > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 < 9 \Rightarrow t \in (-3; 3)$$

Для реализации второго условия воспользуемся  $(x_1 \cdot x_2)$  Виета:

$$0 < x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad (\text{где } ax^2 + bx + c = 0)$$

$\Downarrow$

$$9(t^2 - 1) > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup$$

$$(1; +\infty)$$

$\cap$

$$(1; +\infty)$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \\ t \in (-3; 3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

Ответ:  $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 2

$$a - b = 12 \Rightarrow a = 12 + b$$

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 + 3(a+b) &= (a+b)^2 + 3(a+b) = \\ &= (a+b+3)(a+b) = (12+b+b+3)(12+b+b) = \\ &= (15+2b)(12+2b) = \end{aligned}$$

$$= 2(15+2b)(6+b) = 19p^4$$

Заметим, что  $\forall p^4$  - четное (т.е.  $p$  - четное),

КРОМЕ двойки  $\Rightarrow \boxed{p=2}$   
(т.е.  $2p$  левая часть  $: 2$ )

Получим:

$$(15+2b)(6+b) = 19 \cdot 8$$

$$12b + 15b + 2b^2 + 15 \cdot 6 - 19 \cdot 8 = 0$$

$$2b^2 + 27b + 15 \cdot 6 - 19 \cdot 8 = 0$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$D = 27^2 + 8 \cdot 62 = 1225 =$$

$$= 35^2$$

$$b = \frac{-27 \pm 35}{4}$$

$$b \in \mathbb{N} \Rightarrow b = \frac{35-27}{4} = \boxed{2}$$

$$\begin{array}{r} 1225/5 \\ 60 \quad 245 \\ \hline 22 \\ 120 \\ \hline 25 \\ 125 \\ \hline 15 \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1225/5 \\ 245/5 \\ \hline 77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 27 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 19 \\ \hline 152 \\ 3 \\ \hline 15 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ \hline 90 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 27 \\ \hline 27 \\ \hline 189 \\ \hline 54 \\ \hline 729 \\ \hline 196 \\ \hline 225 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 62 \\ \hline 8 \\ \hline 196 \\ \hline 125 \\ \hline 125 \\ \hline 50 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получили, что  $b=2$ , тогда

$$a = 12 + b = 14$$

Ответ:  $a=14$

$$b=2$$

---





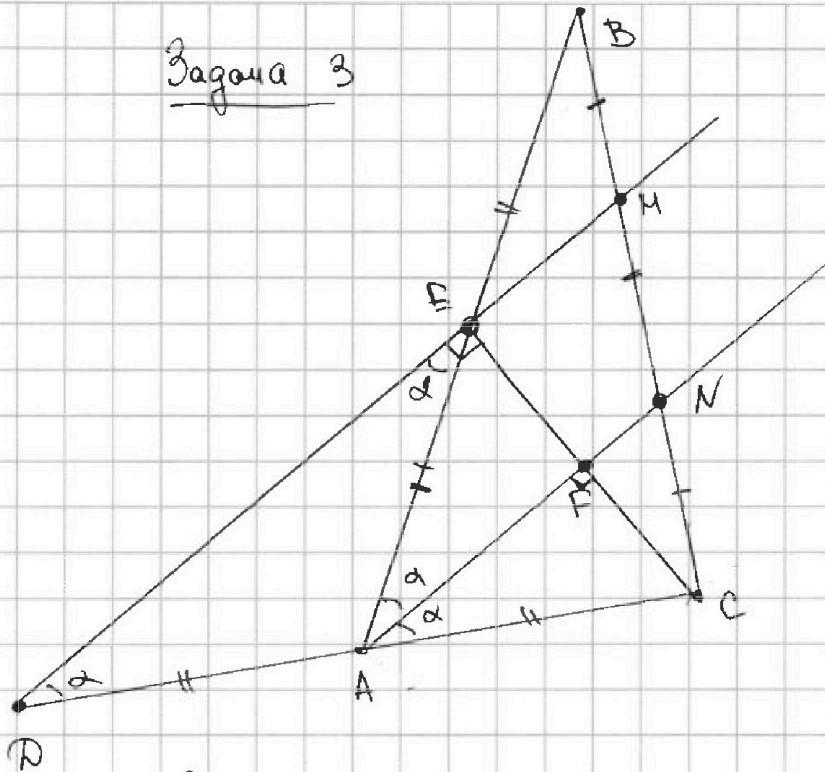
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



$$\begin{aligned} MD \cap AB &= \\ &= E \\ CE \cap AN &= \\ &= F \end{aligned}$$

Заметим, что по  $(th)$  Фалеса  $AC = AD$

Также, по  $(th)$  Фалеса  $EB = AE$

Мы знаем, что  $AB = CD \Rightarrow AC = AD = EB = AE$

$\triangle DEC$  медиана - это  $\frac{1}{2}$  стороны  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle DEC$  - прямоугол.  $\triangle$ . ( $\angle DEC = 90^\circ$ )

Пусть  $\angle CAN = \alpha$ , тогда из  $\parallel$  прямых  $MD$  и  $AN$

$\angle EDC = \alpha \Rightarrow$  из р/б  $\triangle ADE$   $\angle DEA = \alpha$

$\angle EAC$  - внешний угол  $\triangle ADE \Rightarrow \angle EAC = 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EAN = \angle EAC - \angle NAC = 2\alpha - \alpha = \alpha$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем  $\text{th } \cos$  в  $\triangle ABC$ :

$$AB^2 + AC^2 - 2ABAC \cos 2\alpha = BC^2$$

Вспомним, что:  $BC = 6$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2\alpha = \cos(2 \angle CAN) = -\frac{3}{4} \\ AB = 2x \text{ (где } x = AE) \\ AE = x \end{cases}$$

$$(2x)^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 36$$

$$5x^2 + 3x^2 = 36$$

$$x^2 = \frac{36}{8} \Rightarrow x = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

Ответ:  $AB = 2x = 3\sqrt{2}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4

~~Задача, где есть три распределения учеников~~

~~Вд~~ Посмотрим, какими способами можно посадить  $n$  школьников за ряд из 3 парт так, чтобы все они хорошо видели. Помогает, что вабрав 4 группы учеников мы можем их ~~и~~ упорядочить ( $a < b < c$ ) и посадить:

РКССА

$\boxed{a} \quad \boxed{b} \quad \boxed{c}$



Ответ на ~~этой~~ <sup>готовленную</sup> задаче -  $C_3^n$

~~В нашей задаче у нас 3 таких ряда (там, где не а)~~

Теперь вернемся к нашей задаче. Зафиксируем свободные места (они будут 1, т.к.  $4 \times 3 - 11 = 1$ ) и посмотрим на кол-во способов рассадки.

У нас есть 3 ряда по 3 места и 1 с одним свободным местом. Начнем





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

с ~~разреш~~ 3 "нормальных" ряда:

$$\begin{aligned} \text{Количество способов: } & C_3^{11} \cdot C_3^7 \cdot C_3^5 = \\ & = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{6} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = \\ & = 11 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2^3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 11 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^4 = N \end{aligned}$$

Теперь посмотрим на варианты места ~~свободное~~  $3x$

3 способа его расположения:

x	(1)
x	(2)
x	(3)

Понятно, что в 1 и 3 случае если надо посадить 2 учеников, то вариантов только 1.

Во варианте 2 способов 2 \*  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  для одного ряда ~~уже~~ ~~уже~~  
если зафиксировать ряд, где  $3x$  свободное место, то способов будет  $4N$ . ( $N + N + 2N$ )

Теперь же, ~~свободное~~ т.к. ряда 4 посчитаем количество способов. Всего. Это  $16N$ .

Ответ:  $11 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 6

Сначала докажем, что деревья, из которых выходит 1 дорога, соединены с "мегаполисами":

• мегаполисом будем называть деревья, куда идет 5, 6, 7 или 9 дорог.

Пусть это не так, тогда деревья

### Задача 6.

Будем называть деревьями деревья, откуда выходит 1 дорога. А мегаполисами деревья, куда ~~крайне~~ откуда выходит 5, 7, 6 или 9 дорог.

Сначала докажем, что деревья <sup>соединены</sup> ~~соединены~~ только с мегаполисами:

Пусть это не так, тогда деревья соединены с деревьями. Больше они не можем





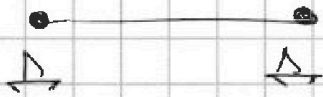
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

не могут соединиться, т.к. из этих деревьев уже вышло по одной дороге.



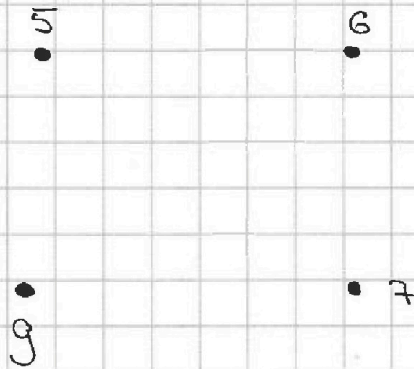
Деревья не связаны с

метанолем если некаким-то путем  $\Rightarrow$   $\nabla$  условием.

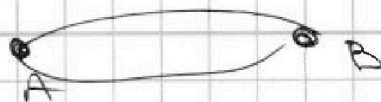
Мы докажем, что  $\nabla$  деревья соединены с метанолом.

Теперь посмотрим на расположение метанолов:

Представим поселки и дороги в виде графа. Тогда дороги будут ребрами, а поселки — вершинами.



Важно! Во-первых, кратных ребер у этого графа нет, т.к. иначе бы  $\exists$ х. 2 пути из поселков А Б В







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

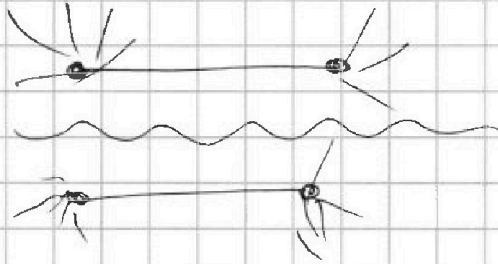
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Во-вторых, у ~~этих~~ ~~узлов~~ меганомов не могут быть замкнуты в круг, т.ч. образуется цикл, что приводит к  $K_4$  и возможно 2 пути.

2 ребра ~~между~~ между меганомеями тоже не может быть, т.к. 2 этих узла не будут соединены между собой:



4 и 0 ребер ~~не~~возможно по аналогичным причинам  $\Rightarrow$  между меганомеями ровно

3 ребра.

Пусть кол-во дорог, выходящих из меганомов -  $M_1; M_2; M_3$  и  $M_4$



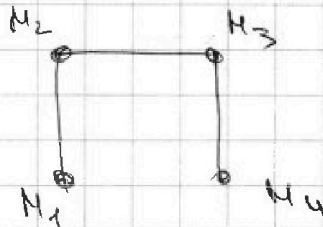
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда:



$k$   $M_1$  и  $M_4$  "присоединено"  $M_1-1$  и  $M_4-1$ .

$d$   $M_2$  и  $M_3$   $M_2-2$  и  $M_3-2$ .  $\Rightarrow$

$\rightarrow$  Всего посещений  $M_1 + M_2 + M_3 + M_4 - 6 + 4 =$

$= (M_1 + M_2 + M_3 + M_4 - 2)$  — не зависит от респон-

дентских ребер  $\Rightarrow$  в нашей задаче

посещений  $5 + 6 + 7 + 9 - 2 = 25$

Ответ: 25 посещений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

$$\sqrt{x(2-x) - y(2+y)} + \sqrt{1 - |x-y-1|} = 2$$

$$|x-y-1| \leq 1$$

$$x \geq y+1$$

$$x \leq y+1$$

$$1 \geq x-y-1$$

$$y+1-x \leq 1$$

$$x \leq y+2$$

$$x \geq y$$

$$y+2 \geq x \geq y+1$$

$$y+1 \geq x \geq y$$

$$x(2-x) - y(2+y)$$

Задача 7

сумма 2 корней является целым числом, тогда и только тогда, когда эти корни являются целыми числами.

Сумма 2 <sup>натуральных</sup> ~~натуральных~~ (т.к. корни  $\geq 0$ ) неотрицательных

чисел  $= 2 \Rightarrow$  эти числа либо  $(2; 0)$  либо  $(1; 1)$  либо  $(0; 2)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разберем случай 1;1:

$$2x - 2y - x^2 - y^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 2x + y^2 + 2y + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x(x-2) + (y+1)^2 = 0}$$

~~Случай~~

$$1 - |x - y - 1| = 1$$

$$|x - y - 1| = 0 \Rightarrow x = y + 1$$

Имеем:

$$\begin{cases} x(x-2) + (y+1)^2 = 0 \\ x = y + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (y+1)(y-1) + (y+1)^2 = 0 \Rightarrow (y+1)(2y) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2y(y+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow (x; y):$$

$(1; 0)$   
 $(0; -1)$

Теперь разберем случаи  $(2; 0)$  и  $(0; 2)$ :

2; 0

~~$2x - 2y - x^2 - y^2 = 1$~~   
 ~~$1 - |x - y - 1| = 0$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & x \geq y+1 \\
 & 1-x+y+1=2 \\
 & x \leq y+1 \\
 & 1-y+1+x=2 \\
 & \boxed{x=y+2} \\
 & \boxed{x=y} \\
 & 2-1+2-1=2 \\
 & W
 \end{aligned}$$

~~$$|x-y-1|=2$$~~

~~$$|x-y-1|=-1 \Rightarrow W$$~~

Область:  $(1; 0)$ ;  $(0; -1)$ ;  $(1; -1)$

1)  $|x-y-1|=1$

$$\begin{aligned}
 & \boxed{x=y+2} \\
 & x \geq y+1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x \leq y+1 \\
 & \boxed{y=x}
 \end{aligned}$$

2)  $x^2-2x+y^2+2y+4=0$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 + 2 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = -2 \Rightarrow W$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У случай 0; 2

$$1 - |x - y - 1| = 4$$

$$|x - y - 1| = -3 \Rightarrow \text{У}$$

Ответ:  $(1; 0)$  и  $(0; -1)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

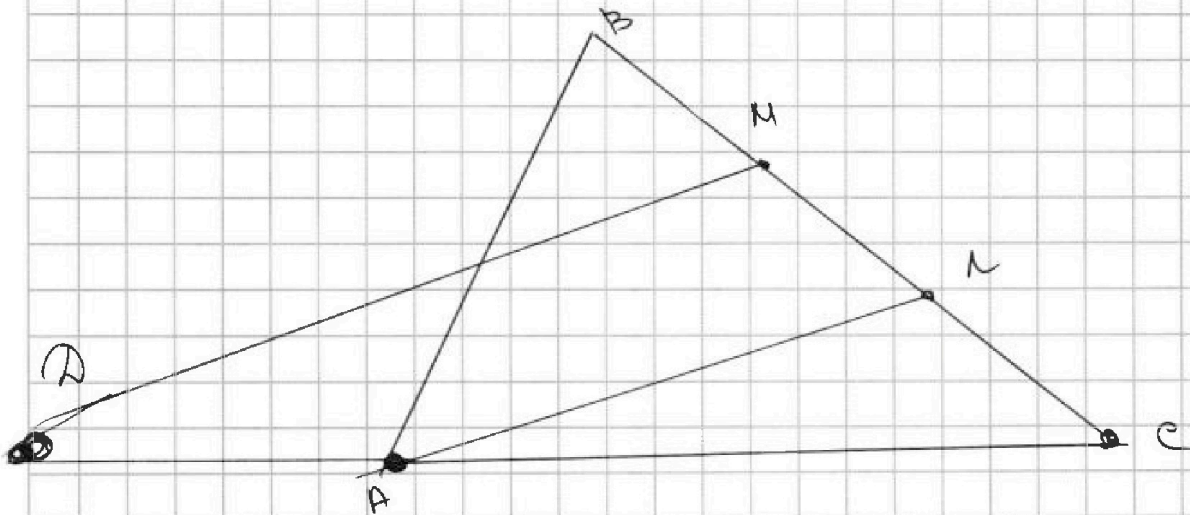
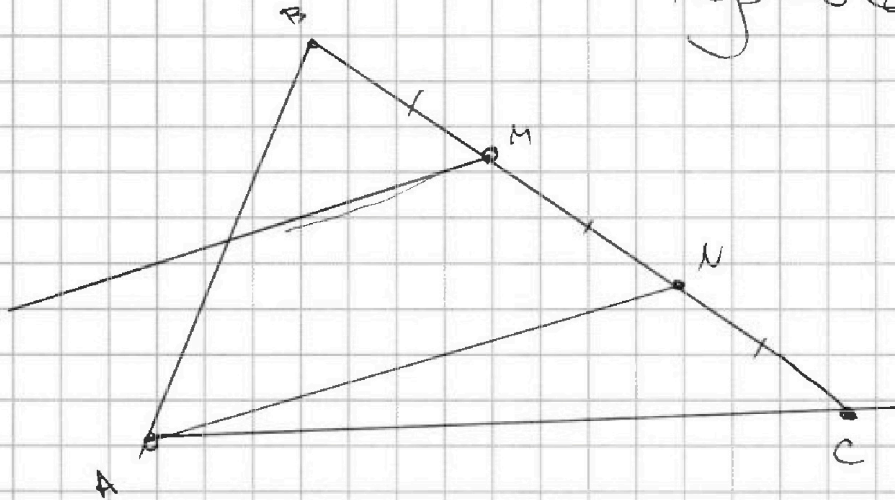
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

Черновик





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



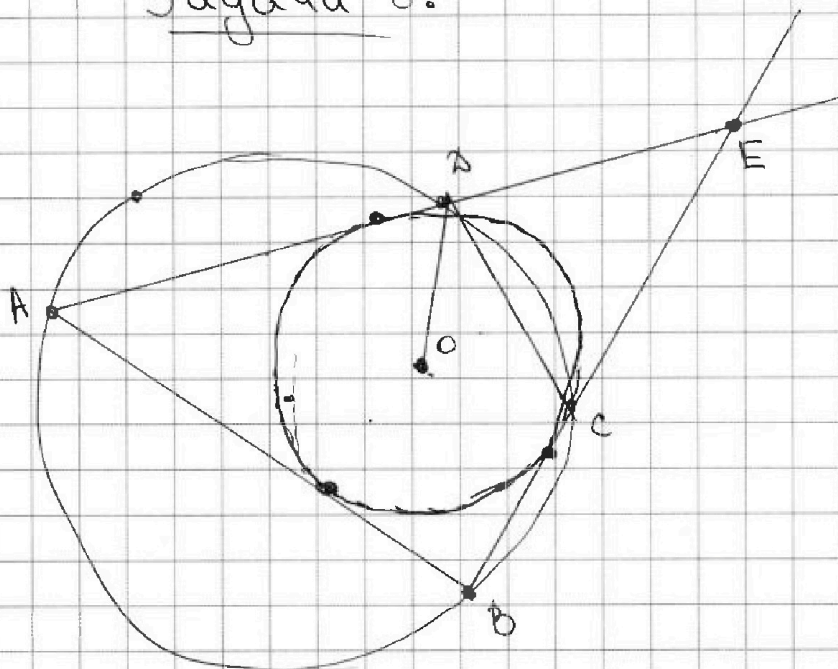
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.







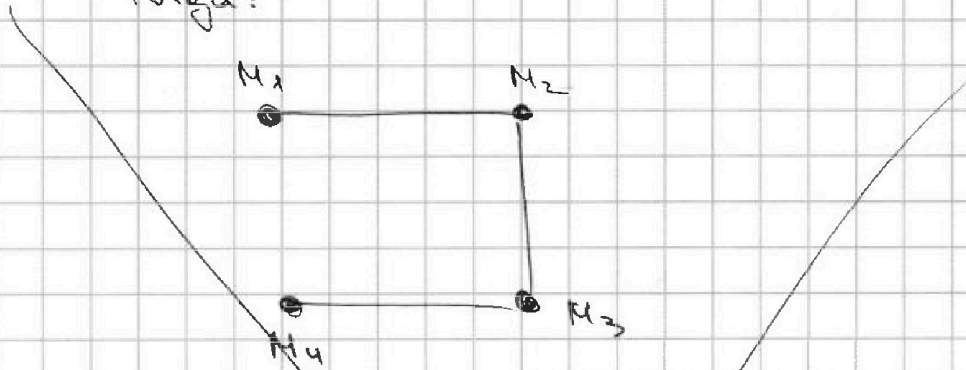
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда:



к  $M_1$  и  $M_4$  проведем " ~~к~~  $M_1-1$  и  $M_4-1$   
деревца соответственно. А к  $M_2$  и  $M_3$

$M_2-2$  и  $M_3-2$  соотв.  $\rightarrow$

$\Rightarrow$  Всего поселим  $M_1-1 + M_4-1 + M_2-2 + M_3-2$

$+4 = \boxed{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 - 2}$ , что не зависит

от расположения ребер.  $\Rightarrow$  в нашей задаче

поселим  $5+6+7+9+2 = 25$

Ответ: 25 деревьев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $|x-y-1|=1$

$x \geq y+1$   $x \leq y+1$

$x = y+2$   $y+1-x=1$

$y = x$

~~$2x - 2y - x^2 - y^2 = 2$~~

~~$x^2 - 2x + y^2 + 2y + 2 = 0$~~

~~$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$~~

~~Если сумма 2 квадратов 0, то  
каждое из них 0.  $\Rightarrow x=1, y=-1$~~

~~И, наконец, разберем последний случай:~~

~~$1 - |x-y-1| = 2$~~



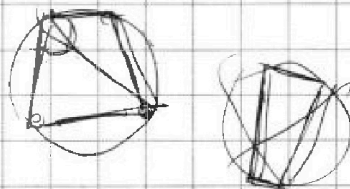
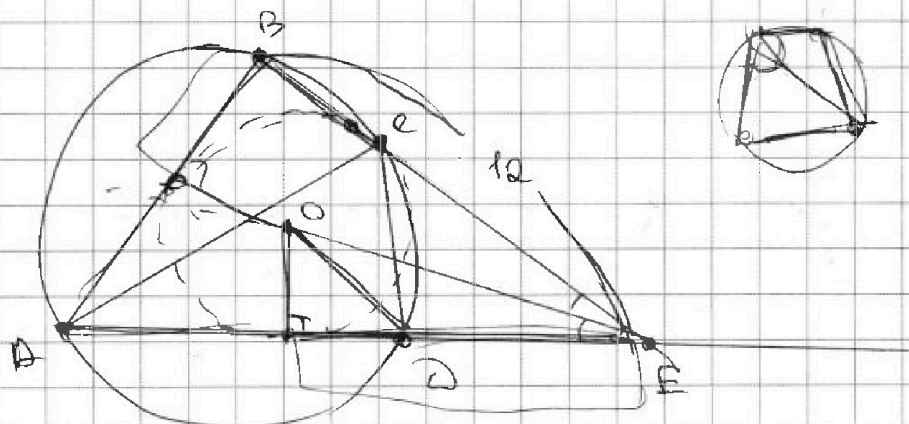


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

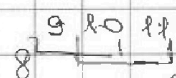


11 чел.

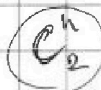


1 9 10 11

9-1  
8-2  
7-4



9 10 11



7  
14  
8  
18 2  
9 0  
60

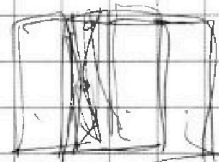
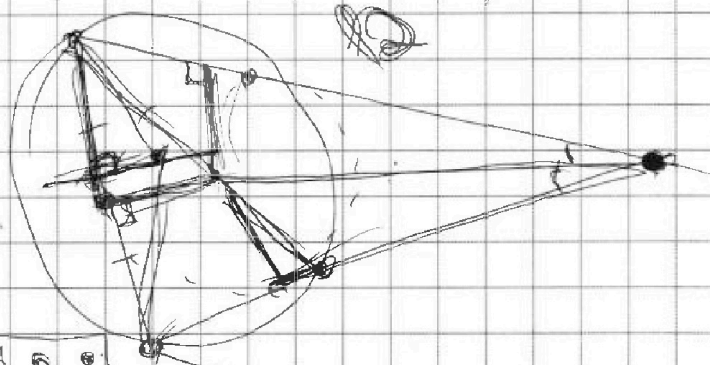
$$b = \frac{-27 \pm 35}{4} = 2$$

3 6  
9 8

41  
27  
+ 27  
18 9  
54  
+ 7 29  
9 6  
2 2 3

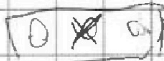
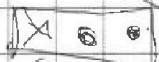
1  
100  
8  
60 6  
2  
35  
35  
17 5  
205  
1225

~~11 12~~  $C_2^2$



$$\sin(\pi - \alpha) = 2 \sin \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$



11 3 4 3

$C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 5

