МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t, при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a-b=12$, а значение выражения $a^2+2ab+b^2+3a+3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b.

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M, пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D, что $AB = CD$. Найдите AB, если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
   FN.

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

   - он сидит на первой парте в ряду,
   - ближайшая парта перед ним пуста,
   - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

   Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE, лежит на отрезке CD. Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

$x^2+4\sqrt{2}\cdot t\cdot x+9t^2-9=0$

~~Корни данного уравнения это~~ посчитаем дискриминант!

(посчитаем через дискриминант)

$D = 32t^2-4\cdot 9\cdot t^2+4\cdot 9=4\cdot 9-4t^2$

$=36-4t^2$. Данное уравнение имеет 2 решения при дискриминанте $\geq 0 \Rightarrow$

$36-4t^2\geq 0 \Rightarrow 36\geq 4t^2 \Rightarrow 9\geq t^2 \Rightarrow$

$3\geq t\geq -3$

~~посчитаем корни:~~ $\cancel{x_2=\dfrac{4\sqrt{2}\cdot t-\sqrt{36-4t^2}}{2}}$

$\cancel{x_1=\dfrac{4\sqrt{2}\cdot t+\sqrt{36-4t^2}}{2}}$

По Т. Виета:

$9t^2-9=x_1\cdot x_2 \Rightarrow$ если $x_1\cdot x_2>0$ (подум)

то: $9t^2-9>0 \Rightarrow t^2>1 \Rightarrow$ ~~t>1~~ соответственно при $t>1$, $t<-1$.

$\Rightarrow$ у данного уравнения 2 решения ($D\geq 0$), ~~что~~ произведение их положительное при

$t\in(3;1)\cup(-1;-3)$

Ответ: $t\in(3;1)\cup(-1;-3)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=12 \\ a^2+2ab+b^2+3a+3b=19p^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=12+b \\ (a+b+3)\cdot(a+b)=19p^4 \end{cases}$$

$\cancel{(15+b)\cdot(12+b)=19p^4}$

$\cancel{180+27b+b^2=19p^4}$

Заметим, что если $a+b$ делится на p и $a+b+3$ делится на p, то p — тройка. Иначе либо $a+b \equiv 0 \bmod (p^4)$ или $(a+b+3) \equiv 0 \bmod (p^4)$, при этом второе слагаемое ~~не нулевое~~ потому ≥ 19

Если одно из чисел делится на p, при этом p — не тройка то только одно из чисел $(a+b+3)$ $(a+b)$ делится ровно

Рассмотрим 3 варианта:

$p=3$

~~т.к. числа имеют~~

~~$a+b+3$ и $a+b$, то~~

$$\begin{cases} (a+b+3)(a+b)=19\cdot 3^4 \\ a=b+12 \end{cases}$$

~~подставим~~

$(2b+15)(2b+12)=19\cdot 3^4$.

$\cancel{180+b^2+27b=19\cdot 3^4}$.

$\cancel{D=27^2-4(180-19\cdot 3^4)}$

$\cancel{D=3^{\ldots}\cdot 3^2\cdot 4(20-19\cdot 3)}$

Заметим, что $2b+15$ — нечетное, $2b+12$ — четное (при натур. b) $\Rightarrow$ их произведение четно, но их произведение $19\cdot 3^4$ — нечетное противоречие $\Rightarrow$ этот вариант не подходит.

$$\begin{cases} a+b=p^4 \\ a+b+3=19 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} a+b=16 \\ a-b=12 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} a=b+12 \\ a+b=16 \end{cases}$$

$\Downarrow$

~~$2b+12=16$~~

$\Downarrow$

$2b=4$

$\Downarrow$

$b=2$

$a=14$

и $p=2$ подходит

$\Downarrow$

это решение.

$a+b+3=p^4$

$$\begin{cases} a+b=19 \\ a-b=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=19 \\ a=b+12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b+12=19 \\ 2b=7 \end{cases}$$

b - натуральное

$\Rightarrow$ нет решений.

в данном случае.

Ответ: $b=2$, $a=14$.

Я рассмотрел все варианты, показал, что других нет

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Обозначим: $AB = 2x$, $AP = 2x$~~

$BC = 6$ (из усл.) $BM = MN = NC = \frac{6}{3} = 2$

$\alpha = \angle NAC$

$\cos(2\alpha) = -\frac{3}{4}$

Сходим.

$\triangle PMC \sim \triangle ANC$ т.к. $AK \parallel PM$ ~~$\angle AK \angle PM$~~

$\angle ACN$ - общ

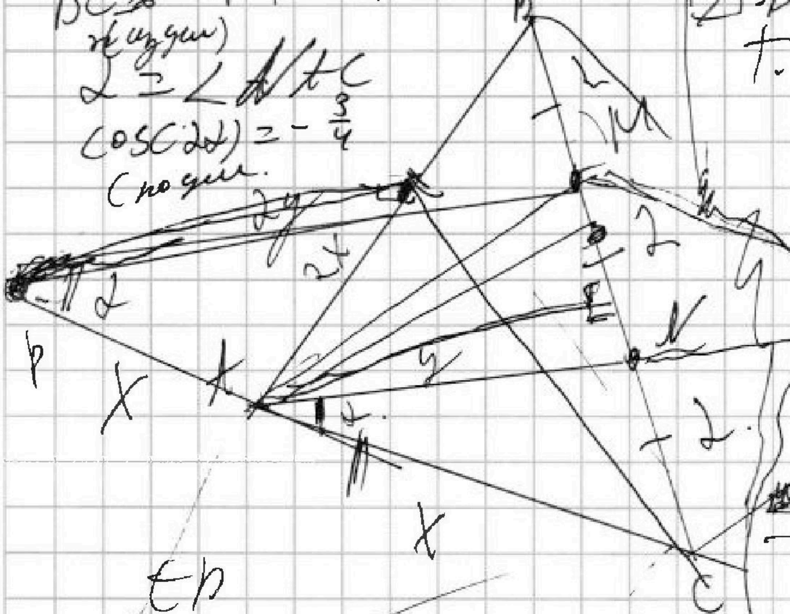
коэффициент подобия $= 2$

т.к. $\frac{NC}{MC} = \boxed{\frac{1}{2}}$

~~$\angle KAC = \angle MPC$~~ из ~~параллельности~~

~~$KC = BC$~~ ~~$\frac{2AB}{DM}$~~

$\boxed{x = \frac{BC}{2} = CA}$



EP

~~усиливаем $\triangle ANC$ до A для того прямого через ... ...~~

AN - биссектриса $\triangle ABC$ т.к. делит сторону ~~сторон~~ AB в отношении $\frac{2}{4} = \frac{AC}{AB}$ т.к. $= \frac{1}{2}$ т.к.

$AC = \frac{1}{2} \cancel{BC} = \frac{1}{2} BA$ ~~тогда по т. косинусов~~

$\Rightarrow$ ~~$AC^2 + AB^2$~~ $\angle BAC = 2\angle NAC = 2\alpha$.

тогда по т. косинусов $AB^2 + AC^2 -$

$2\cos(2\alpha) \cdot AB \cdot AC = BC^2 = 4x^2 + x^2 + \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 2x \cdot x$

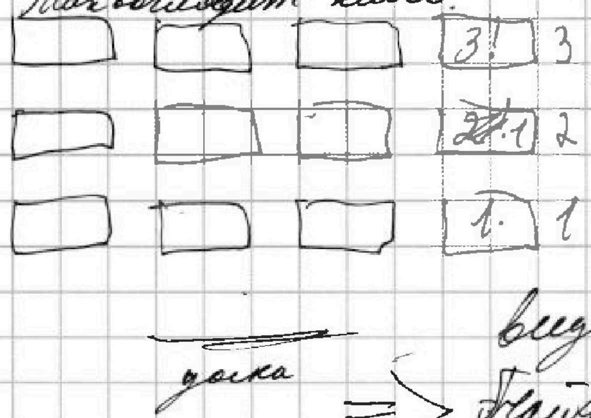
$\Rightarrow 6^2 =$ ~~$5x^2 - 2\cos(2\alpha) \cdot x^2$~~ $8x^2 \Rightarrow 6 = 2\sqrt{2}x$

$\Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} = 1{,}5\sqrt{2}$ ~~$36 = 6{,}5x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\ldots} = \frac{6}{\sqrt{6{,}5}} \Rightarrow 2x$~~ $AB = 2x$

$=$ ~~$\frac{12}{\sqrt{6{,}5}}$~~

ответ: ~~$\frac{12}{\sqrt{6{,}5}}$~~ $1{,}5\sqrt{2}$.

Так выглядит класс:



~~Заметим, что на в ряду может сидеть~~

Т.к. в классе всего 11 человек, а мест (видно из рисунка) всего 12, => найдется всего 1 парта, тогда ~~выбрать ее — 12 вариантов~~, ученики к наименьшим ростом LC#M

Всего вариантов рассадки (без учета не подходящих) = 12!, нам не подходят варианты, когда есть 2 человека (один с зади, другой с переди) рост больше чем у человека с зади, остальных подходят, тогда ~~выбрать пару таких парт в ряду 2 вариантов~~, всего таких рядов 8 => выбрать такую пару ~~8 вариантов~~

Заметим, что если в ряду нету пустого места, то этот ряд с данной группой из 3х человек можно рассадить однозначно тогда если пустое место (например в первом ряду), то рассадить всех можно таким количеством способов: $\cancel{3}\, C_{11}^{3} \cdot C_{8}^{3} \cdot C_{5}^{5} \cdot 2!$

(выбрать 3 на 1, выбрать 3 их в другой ряд, выбрать 5 их в 3ий ряд и посадить двух оставшихся)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2! \cdot \underbrace{3}$

выбираем первую тройку учеников и размещаем их (однозначно) в 1 ряд

выбираем 2-ую тройку учеников и однозначно размещаем в 2 ряду им

выбираем 3 их из оставших 5 ~~и садим их один ряд~~

выбираем пустую парту в 1 ряду

размещаем так оставшихся 2 случайным образом

вариантов выбрать ряд с пустой партой — 4 ⇒ всего вариантов хороших рассадок

$$8 \cdot 3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 8 \cdot 3}{11! \cdot 8! \cdot 5! \cdot 2! \cdot 5! \cdot 8!}$$

Почему можно однозначно рассадить в 1 ряду набор из 3х дальных?

Это верно т.к человек с минимальным ростом должен сидеть на 1 парте, 2 по росту на 2й и 3ий (самый высокий) на последней)

Ответ: $8 \cdot 3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = 24 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

$(DE - OD) \cdot (DE + OD) > 0$

при этом по нр-ву $\triangle BOE$

~~$DO + DE > OE \Rightarrow DO + DE$~~

$DO + R > DE \Rightarrow (DE - DO) < R$.

~~Заметим, что максимальное~~ значение

~~суммы достигается при равенстве, тогда~~

~~Найдем этих-у~~

Заметим, что максимальное значение суммы противолежащего катета и гипотенузы достигается когда $DE = \sin(\omega) \cdot PE$

— максим $= (1 + \sin(\omega)) \cdot DE$, при этом

Не значение $PE = \frac{R}{\cos(\omega)}$, а $R = \frac{2DE}{\cos(\omega)} \Rightarrow$

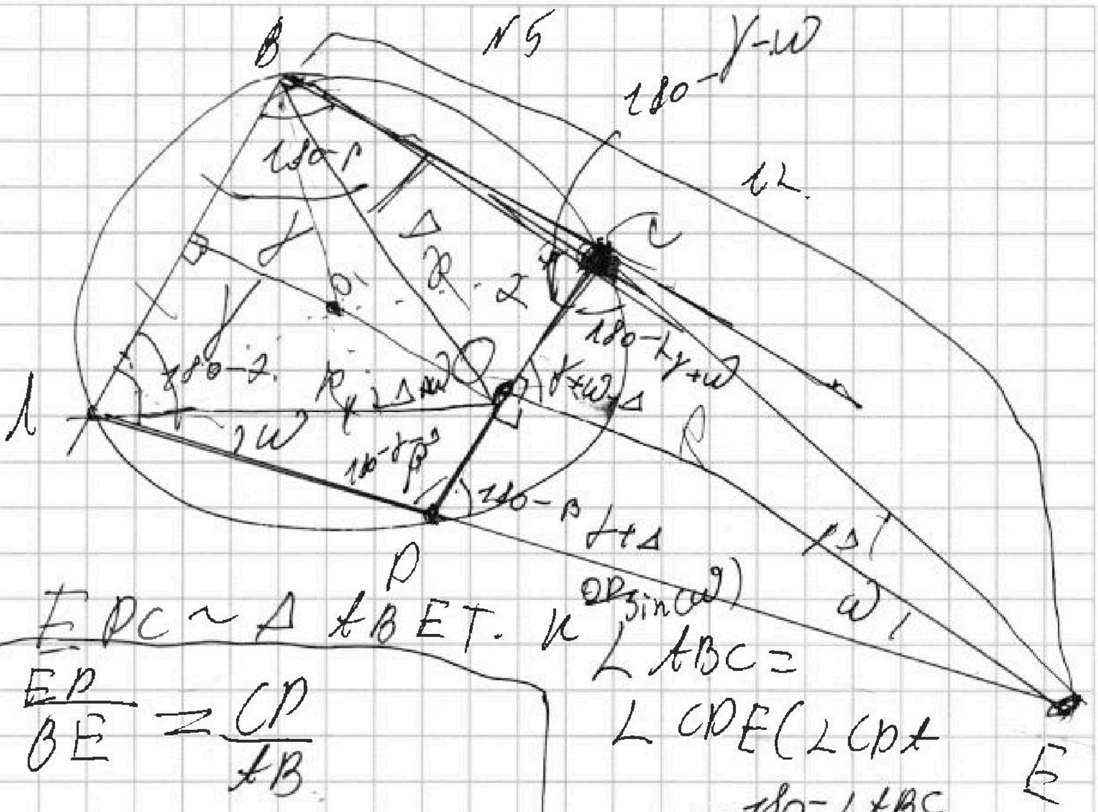
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N5



$\angle \Delta EDC \sim \Delta ABE$ т.к. $\angle ABC = \angle CDE$ ($\angle CDA = 180 - \angle ABC$ т.к. вписан, $\angle CDE$ — смежный), аналогично $\angle BAD = \angle DCE$, $\angle ABE$ — общ.

$\Rightarrow \frac{ED}{BE} = \frac{CD}{AB}$

Также заметим, что $\angle DOE = \angle EOC = 90^\circ$

т.к. $\angle EOD = \gamma + \Delta$ ($= \angle ABC$)

$\angle OED = \omega$ т.к. AOE — р/б

$\Rightarrow \angle CDE = \gamma + \Delta + \omega$ (т.к. смежный с треугольным), но сумма всех углов в $ABE = 180^\circ \Rightarrow \gamma + \Delta + \omega = 90^\circ$.

$2\gamma + 2\omega + 2\Delta$

Тогда пусть радиус окр вокруг $ABE = R$

$\Rightarrow D^2 + R^2 = DE^2 + OD^2 \Rightarrow R^2 = DE^2 - OD^2$ по Т. пифагора для DOE

Тогда по нр-ву ΔBOE $2R \geq BE$

~~Заметим, что с 1 стороны OE~~

$= \frac{DE}{\cos(\omega)}$, ~~с другой стороны~~ $DE = O \cdot \cos$

$R \geq 6 \Rightarrow \sqrt{DE^2 - OD^2} \geq 6 \Rightarrow$

$(DE - OD)(DE + OD) \geq 36$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

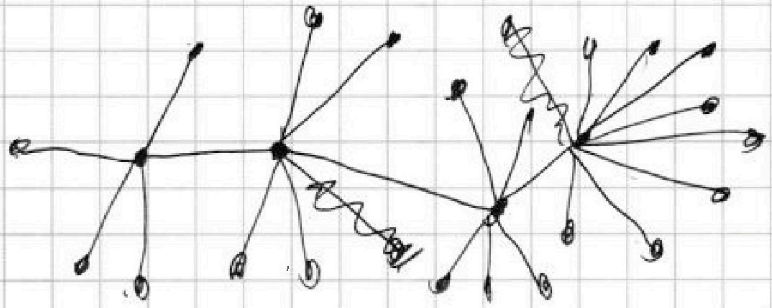
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Итак~~ => количество деревень кроме этих 4-х = 21 (деревня из остальных деревень дороги идут только в эти 4 (т.к. степень каждой — 1), а если соединены две такие деревни и больше, то найдется такая деревня (не из 4-х данных), со степенью ≥ 2, а такого не бывает по усл.) => всего 25 деревень

Пример:



тут всего 25 деревень, условия выполняются

ответ: ~~26~~ 25.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

6

Представим четвертник графа ~~города~~ города-ребра деревни-вершины

Заметим, что ~~эти~~ четыре данных нам города

не могут образовывать цикла т.к. ни в

~~любого города~~ одного из этих городов в другой

можно добраться больше чем 1 способом

также заметим, что граф связанный т.е.

из любой можно добраться в любую

другую, также заметим, что путь между

двумя из 4-х данных нам деревень будет

проходить только через под набор 4х данных нам

деревень т.к. из других деревень можно

уехать только тоже как и приехать

(степень 1) => ~~степень каждой из~~

Рассмотрим возможное кол-во дорог

соединяющих эти 4 деревни 1 — не могли быть, 2 —

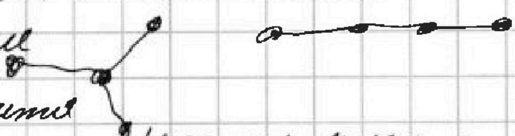
не подходит, 3 — подходит, 4 не подходит т.к.

будет образовываться цикл (из 3х ребер всегда

будет построено дерево таких типов:

вообще из них если провести

ещё 1 ребро, то получится



цикл => 3 дороги между 4 деревнями, каждая

дорога посчитана 2 раза => степень ~~выходящих~~

количество ребер ~~выходящих~~ из этих 4 деревень ~~в~~

вне $= 9+7+6+5-3\cdot 2=21$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Продолжим рассматривать вариант $y+1=x$. Мы дошли до того (на предыдущей странице), что $y(y+1)=0$

тогда есть 2 решения для y:

$$\left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=-1 \end{array}\right.$$

если $y=0$ то $x=1$ если $y=-1$ то $x=0$, оба ~~этих~~ варианта подходят, учитывая это:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-1 \\ x=0 \end{cases} \end{array}\right.$$

ответ: $(0;-1)$ и $(1;0)$ тоже это равно:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-1 \\ x=0 \end{cases} \end{array}\right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2$

Т.к значение под корнем не отриц $\Rightarrow$

$1-|x-y-1|\geq 0 \Rightarrow 1\geq |x-y-1|$

Раскроем модуль, рассмотрим 2 варианта:

$x\geq y+1$

тогда: $|x-y-1|=x-y-1$

$\Rightarrow 1\geq x-y-1$

$y+2\geq x$

$x\geq y+1$

т.к x и y — целые то рассмотрим 2 варианта!

$x=y+2$, $x=y+1$.

$\sqrt{2y+4-2y-(y+2)^2-y^2}+\sqrt{1-1+y-y+2}=2$

$\Rightarrow \sqrt{\cancel{2}4-(y+2)^2-y^2}=2$

$\Rightarrow 4=4-(y+2)^2-y^2$

$\Rightarrow (y+2)^2+y^2=0$

~~но т.к $y\geq 0$~~

$\Rightarrow 2y^2+4y+4=0$

$D=16-32=-16$

$D<0\Rightarrow y\in\varnothing$

в данном случае $\Rightarrow$ он не подходит

$x<y+1$

тогда!

$|x-y-1|=y+1-x$

$\Rightarrow 1\geq y+1-x$

$x\geq y$, но при этом

$x<y+1$ — противоречие

$\Rightarrow$ данный вариант нам не подходит.

$y+1=x$ подставим взаимо

$\sqrt{2+2y-2y-(y+1)^2-y^2}$

$+\sqrt{1\cancel{-1}}=2$

$\Rightarrow\sqrt{2-(y+1)^2-y^2}=1$

$\Rightarrow 2-(y+1)^2-y^2=1$

$(y+1)^2+y^2-1=0$

~~решение~~ ~~$y=$~~ $y^2+2y+1+y^2-1=0$

$2y^2+2y=0$

$y(y+1)=0$

$\Rightarrow$ ~~$y=1$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное** количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

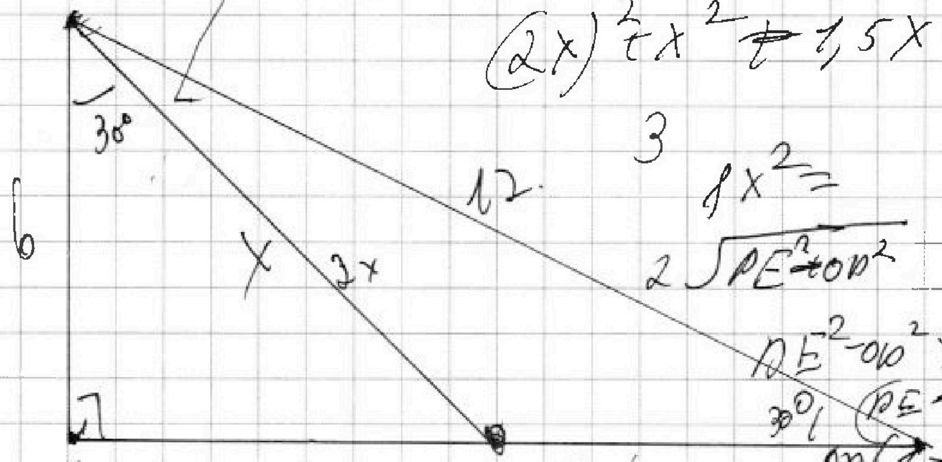
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\frac{DE}{\cos(\omega)} = \frac{OD}{tg(\omega)}$ $\quad \frac{OP\cdot\cos^2\omega}{\sin(\omega)}$

Черновик

$(2x)^2+x^2 = 1{,}5x\cdot 2x$



3

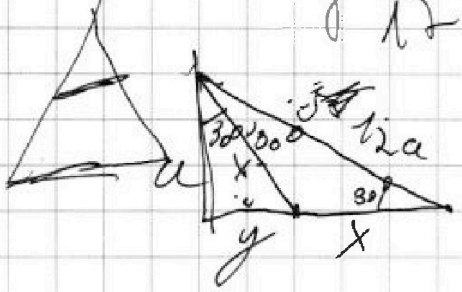
$8x^2=$

$2\sqrt{PE^2+OD^2} \geq 12$

$PE^2-OD^2 \geq 36$

$(PE-OD)(OD+ED)$

$DE = \frac{OD(1-\sin^2(\omega))}{\sin(\omega)}$

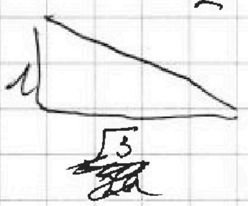


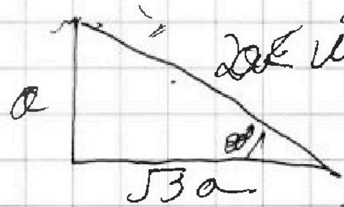
$\frac{2a}{a} = \frac{x}{y}$

$PE = \frac{OD(1+\sin(\omega)-\sin(\omega))}{\sin(\omega)}$

$2\cos\omega < 1$

2





$\frac{1+\sin(\omega)-\sin^2\omega}{\sin(\omega)}$

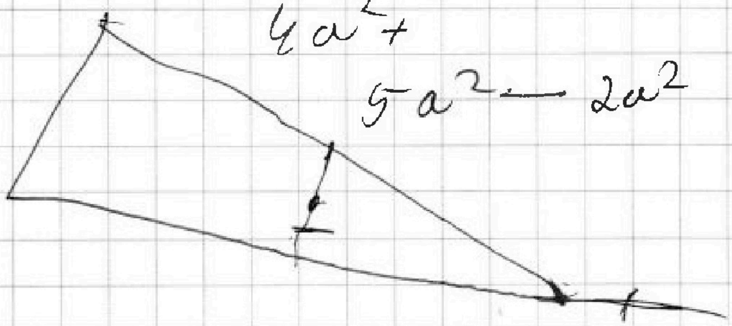
4

$-\sqrt{3}a$

$\to max$

$4a^2+$

$5a^2-2a^2 = x^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

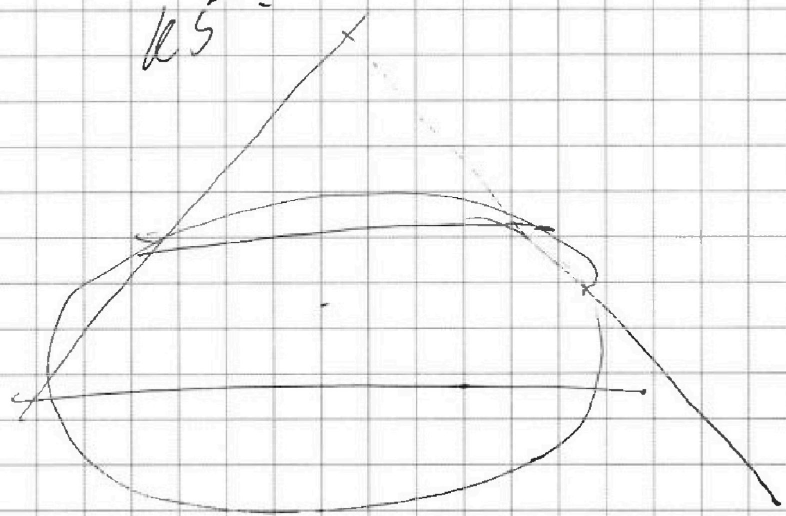
1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{DE}{BE} = \frac{R}{H}$$

$$\frac{DE}{R} \quad \frac{BE}{H}$$

R5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2$

$2x \geq 2y+x^2+y^2$ $\quad 1-|x-y-1| \geq 0$

$2x-x^2-2y-y^2 \geq 0$ $\quad \frac{R\sin(\omega)}{\cos(\omega)}$ $\quad 8+4+$

$D=4-8y-8y^2$

это парабола направлена ветвями в низ $\Rightarrow$ при $D \geq 0$ $\quad 2R \geq x \geq y+1$

$\frac{\sin(\omega)+1}{\cos(\omega)} \cdot R$

условие что $2x-x^2-2y-y^2 \geq 0$ выполнено

$1-x+y+1 \geq 0$

$P \geq 6$

$x \leq y+1$ $\quad 2 \geq x-y$

$\Rightarrow$ ~~$4-8y-8y^2 \leq 0$~~

~~$8y^2+8y-4 \geq 0$~~ $\quad 1+x-y-1 \geq 0 \Rightarrow x$ $\quad \Rightarrow \quad x \geq y+1$

$x \leq y+2$

~~$D=64+4$~~

$\sqrt{(2-x)\cdot x+y(2-y)}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2$

Т.к $(2-x)\cdot x+y(2-y)$ - целое, $1-|x-y-1|$ тоже целое, то:

$19 \cdot \frac{R}{\cos(\omega)}$

$\begin{array}{r} 19 \\ \times\ 9 \\ \hline 171 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 151 \\ \times\ 4 \\ \hline 704 \end{array}$

785

$\frac{OD}{\sin(\omega)}$ $\quad$ 25 × 25

785 | 5, 28, 157

$(281+151\cdot 4)\cdot 9$

$(26+15)$ $\quad (24+12)$

$AE \leq AB+BC$

$\cos(2\alpha)=\cos^2(\alpha)+\sin^2(\alpha)$

$\sin(90-2\alpha)-2\sin(45-\alpha)\cdot\cos(45+\alpha)$

$\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ $\quad \cos^2(\alpha)$