



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партией перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NS

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$t \neq 0$
два разл. действ.
корня, произв которых > 0

З-м, что это квадрат. ур-ие отн. x . \Rightarrow

\Rightarrow оно будет иметь два ^{различных} корня тогда

и только тогда, когда $D > 0 \Leftrightarrow (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4t^2 - 4) > 0$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 3t^2 - 16(t^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow 12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$\Leftrightarrow -4t^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow 16 > 4t^2 \Leftrightarrow t^2 < 4 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow t \in (-2; 2)$. З-м, что по Д. Виета

~~пр~~ произведение корней данного ур-ия (если они ₃ равно $4t^2 - 4$. Откуда найдем и. систему:

$$\begin{cases} 4t^2 - 4 > 0 \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 > 1 \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \\ t \in (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

Ответ: $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$a, b \in \mathbb{N}$

$$a + b = 40.$$

$p \in \mathbb{P}$ — пр.-к. число

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$a, b = ?$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$\Downarrow$$

т.к. $a+b=40 \Rightarrow b=40-a$

\Downarrow

$$(a - (40-a))(a - (40-a) + 15) = 17p^5$$

$$(2a-40)(2a-40+15) = 17p^5$$

$$2(a-20)(2a-25) = 17p^5$$

Получаем, $270 \nmid 17p^5 : 2 \Rightarrow p^5 : 2$ (т.к. $(17; 2) = 1$)

$$2a^2 - 25a - 40a + 20 \cdot 25 = 17 \cdot 16$$

$$2a^2 - 65a + 500 - 16^2 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 500 - 256 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 244 - 16 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 248 - 20 = 0$$

$$2a^2 - 65a + 228 = 0.$$

$$D = 65^2 - 4 \cdot 2 \cdot 228 = 4225 - 8 \cdot 228 = 4225 - 1824 =$$

$$= 2401 = 49^2 \Rightarrow a = \frac{65 \pm 49}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{57}{2} \\ a = \frac{16}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{16}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 4 \end{cases} \text{ (т.к. } a \in \mathbb{N})$$

$$\Downarrow$$

$b = 36$

Ответ: $a=4; b=36.$

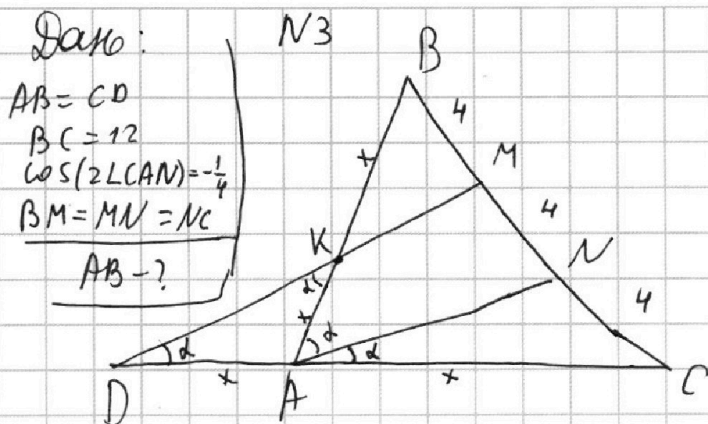
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) 3-м, это т.к. $BC = 12$
 $BM = MN = NC$
 \Downarrow
 $BM = MN = NC = 4$

2) Пусть $\alpha = \angle CAN$
 \Downarrow
 $\cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$
 \Downarrow
 т.к. $DM \parallel AN$
 \Downarrow
 $\angle MDA = \alpha$
 (т.к. соотв. углы при перес. пр.)

3) т.к. $MD \parallel NA$
 и $MN = NC$
 \Downarrow
 $AD = AC$ (по т.т. Фалеса)

Пусть $x = \overset{\text{def}}{AD} = AC \Rightarrow CD = 2x \Rightarrow AB = 2x$

4) Пусть $K = \overset{\text{def}}{BA \cap MN} \Rightarrow$ по Δ . Менелая для ΔABC и сек. MD :

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BK}{KA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1$$

$$\frac{8}{4} \cdot \frac{BK}{KA} \cdot \frac{x}{2x} = 1 \Rightarrow \frac{BK}{KA} = 1$$

$$\Downarrow$$

$$BK = KA$$

$$\Downarrow$$

$$BK + KA = AB = 2x$$

Замечание: ΔDKA - ∇ (по угл.) $\Leftrightarrow \begin{cases} BK = KA = x \\ x = AD \text{ (по усл.)} \end{cases}$

$\angle KAN = \angle DKA = \alpha$
 (т.к. напр. пер. углы при $DM \parallel AN$, KA - сек.)
 \Downarrow
 $\angle KDA = \angle DKA$ (по усл.)
 \Downarrow
 $\angle BAC = 2\alpha$

Замечание
 5) Δ Фосинусов для ΔABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$144 = 4x^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \cos(2\alpha) = -\frac{1}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$144 = 5x^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot (-\frac{1}{4}) \Rightarrow 144 = 5x^2 - x^2 \cdot (-1)$$

$$144 = 6x^2 \Rightarrow 3x^2 = 72$$

$$x^2 = 24$$

$$AB = 2x = 4\sqrt{6} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6} \Leftrightarrow x = \sqrt{24}$$

(т.к. $x < 0$ - не подходит)

Ответ: $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение №4

3) З-и, что если пусто на второй парте, то эта ситуация аналогично 1-ой с одним изменением, после выбора мн-в А и В мы можем рассадить оставшихся 2-ух человек на ряду с пусто как хотим, то есть всего $2!$ способами \Rightarrow если пусто на второй парте, то кол-во способов равно $3 \cdot 2! \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = 6 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$ (очевидно, что расстановки разные)

\Downarrow

Всего способов $(3+3+6) \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 = 12 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 =$

$$= 12 \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 12 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 12 \cdot 56 \cdot 10 =$$

$$= 672 \cdot 10 = 6720.$$

Ответ: 6720 способами.



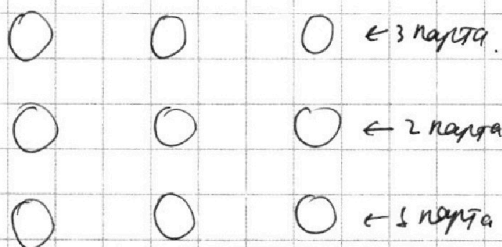
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

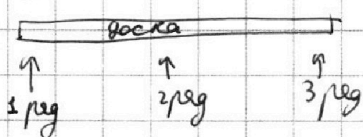
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4



Если Пусто "пусто" будем подразумевать парту, за которой никто не сидит (очевидно, что она одна).



1) 3-м, что если пусто расположено на 3 парте, то подберем возможные варианты сводится к выбору множеств

порядок элементов в A и B не важен! → A и B из множества {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

или по выбору A, B не совпадает с выбором B, A

ВОО это росты и шкаликов.

(тогда упорядочив мн-во A и B и расставим их соответственно в ряды 1 и 2, а после упорядочим остаток из 2-ух элементов из мн-ва и поставим их на 3 ряд, мы сможем получить нужную расстановку)

выбрать два таких мн-ва можно $C_8^3 \cdot C_{8-3}^3$ способами.

Но вариантов расположения

пусто на 3-ей парте 3

на каждой расстановке A (на каждой выбор A приходится выбор B → поэтому умножаем)

Если пусто на 3-ей парте кол-во

способов равно $3 C_8^3 \cdot C_5^3$ (очевидно также, что все такие расстановки возможны)

2) 3-м, что если пусто расположено на первой парте, то эта ситуация аналогична 1-ой

кол-во способов равно $3 C_8^3 \cdot C_5^3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение N5

$$\frac{10 \sin \alpha / \cos \beta}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{DE}{\cos(\beta - \alpha)} = \frac{OD}{\cos(\alpha + \beta)}$$

$$DE = \cos(\beta - \alpha) \cdot \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$OD = \cos(\beta + \alpha) \cdot \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$OD + DE = \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} (\cos(\beta - \alpha) + \cos(\beta + \alpha)) = 5$$

$$= \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} (\cos \beta \cos \alpha + \sin \alpha \sin \beta + \cos \beta \cos \alpha - \sin \alpha \sin \beta) =$$

$$= \frac{5}{\cos \alpha \cos \beta} \cdot 2 \cos \alpha \cos \beta = 10$$

$$\Downarrow$$
$$OD + DE = 10 \Rightarrow \min(OD + DE) = 10$$

Ответ: ~~5~~ $\min(OD + DE) = 10$

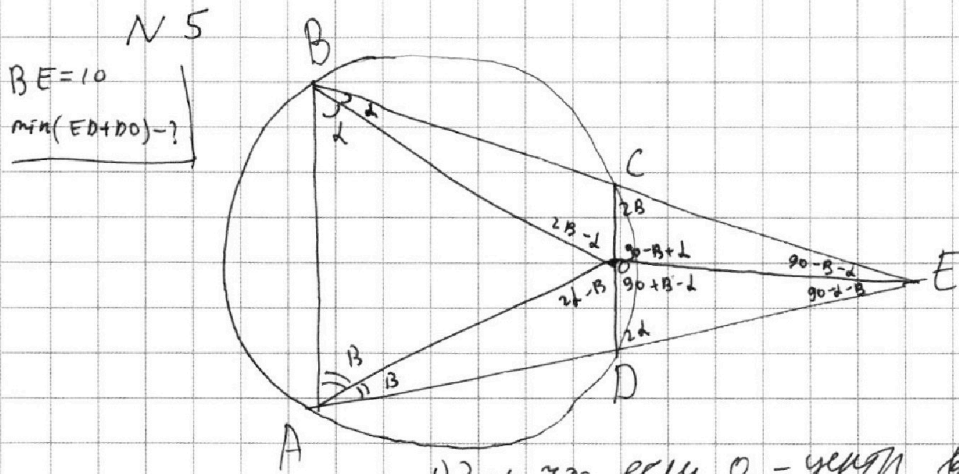


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) 3-4, что если O - центр впис. окруж. $\triangle ABE$

- 2) Пусть $\angle ABO = \angle OBC = \alpha$ \Leftarrow AO - бисс. $\angle BAD$
 $\angle BAO = \angle OAD = \beta$ \Leftarrow BO - бисс. $\angle ABC$
 $\angle DCE = \angle BAD = 2\beta$ (бисс. впис. $\triangle BCD$)

$\angle CDE = \angle ABC = 2\alpha$ (бисс. впис. $\triangle BCD$)

Кроме того, пусть $\gamma = \angle CEO = \angle OED \Rightarrow$ в $\triangle CDE$ сумма углов равна $2\gamma + 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$

- 3) В $\triangle BEO$, впис. сумма углов:

$\angle OBE + \angle BEO + \angle BOE = 180^\circ$
 $\alpha + 90 - \beta - \alpha + 90 - \beta + \alpha + \angle BOE = 180^\circ$
 $\angle BOE = 2\beta - \alpha$

В $\triangle COE$:
 $\angle COE = 180^\circ - \angle OCE - \angle CEO = 90 - \beta + \alpha$

Аналогично в $\triangle AOE$: $\angle AOE = 2\alpha - \beta$

$\angle DOE = 180^\circ - \angle COE = 90 + \beta - \alpha$

- 4) В $\triangle BEO$ по синусов:

$\frac{OE}{\sin(90 + \beta)} = \frac{BE}{\sin \alpha} \Rightarrow OE = 10 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$

- 5) В $\triangle DOE$ по синусов:

$\frac{OE}{\sin(2\alpha)} = \frac{DE}{\sin(90 + \beta - \alpha)} = \frac{OD}{\sin(90 - \alpha - \beta)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Представим систему дорог на острове в виде графа. (Вершины - деревни; ребра - дороги). Т.к. из любой деревни в любую другую можно добраться и при том единств. образом, то это означает, что наш граф - связное дерево. Пусть деревень на острове n штук. Тогда по свойству дерева, ребер в нем $n-1$.

Посчитаем теперь $\sum_v \deg(v)$. $\sum_v \deg(v) = 3+4+5+7+(n-4) \cdot 1 =$

$$= 7+7+5+n-4 = 14+1+n = n+15.$$

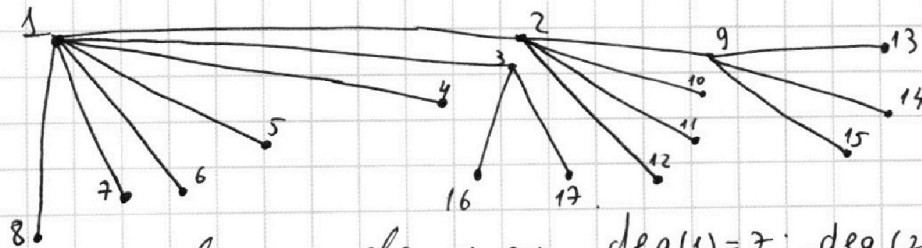
↑
т.к. есть 4 такие деревни и $n-4$ деревни со степенью 1.

Но з-м, что $\sum_v \deg(v)$ равна

удвоенному числу ребер $\Rightarrow \sum_v \deg(v) = 2(n-1)$

$$\begin{aligned} n+15 &= 2n-2 \\ 17=n &\Rightarrow n=17. \end{aligned}$$

Пример на 17:



это связное дерево, при том $\deg(1)=7$; $\deg(2)=5$; $\deg(9)=4$,

$\deg(3)=3$;
и степень всех остальных вершин равна 1.

⇓
Ответ: 17 деревень.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Упрощение N 7

$$3.2) \text{ Если } a = -1 \text{ и } b = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 0} = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$$

↓
(-1; 1)

$$3.3) \text{ Если } a = -1 \text{ и } b = -1 \Rightarrow \sqrt{2 - (-1)^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 2} = 1$$

$$\begin{matrix} x-1 & y-1 \\ // & // \end{matrix} \quad \Downarrow$$
$$(a; b) \in \{(0; 1); (0; -1); (1; 0); (1; -1); (-1; 0); (-1; 1)\}$$

$$\Downarrow$$
$$(x; y) \in \{(1; 2); (1; 0); (2; 1); (2; 0); (0; 1); (0; 2)\}$$

\Downarrow
Ответ: $x = 1; y = 2$

или $x = 1; y = 0$

или $x = 2; y = 1$

или $x = 2; y = 0$

или $x = 0; y = 1$

или $x = 0; y = 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7
 $x, y \in \mathbb{Z}$

~~2.1~~
 $x = ?; y = ?$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

Пусть

$$a := x - 1 \\ b := y - 1 \Rightarrow a, b \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = a + 1 \\ y = b + 1 \end{cases}$$

\Downarrow

$$2x - x^2 = 2a + 2 - a^2 - 2a - 1 = 1 - a^2$$

$$2y - y^2 = 1 - b^2$$

$$x + y - 2 = a + b$$

$$\sqrt{2 - a^2 - b^2} + \sqrt{1 - |a + b|} = 1$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 2 \\ |a + b| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 \leq 2 \\ b^2 \leq 2 \\ |a + b| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } a \in \mathbb{Z} \\ b \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } b \in \mathbb{Z} \\ a + b \in \{-1; 0; 1\}, \text{ т.к. } a + b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

1.1) Если $a = 0$ и $b = 0 \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 \quad \nabla$

1.2) Если $a = 0$ и $|b| = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - 0^2 - 1} + \sqrt{1 - |b|} = 1$

(если $b \neq 0 \Rightarrow |b| = 1$)

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow a = 0; |b| = 1$$

\Downarrow
(0; 1)
(0; -1)

2.1) Если $a = 1$ и $b = 0 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - 0} + \sqrt{1 - 1} = 1$

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow (1; 0)$$

2.2) Если $a = 1$ и $b = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - 1^2} + \sqrt{1 - 2} = 1$

∇

2.3) Если $a = 1$ и $b = -1 \Rightarrow \sqrt{2 - 1^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 0^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{1} = 1$

\Downarrow
(1; -1)

3.1) Если $a = -1$ и $b = 0 \Rightarrow \sqrt{2 - (-1)^2 - 0} + \sqrt{1 - 1} = 1$

$$\sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \quad \checkmark \Rightarrow (-1; 0)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

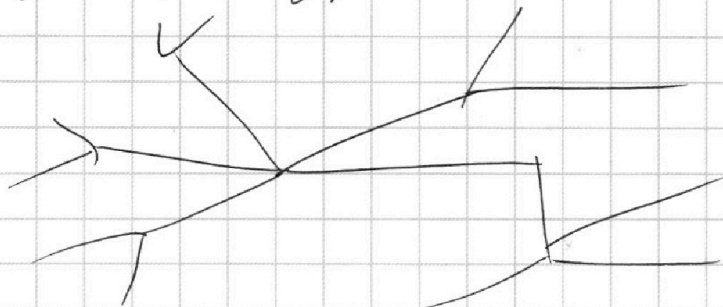
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Очев, что дерево



Если дерево \Rightarrow то n вершин $(n-1)$

$$2(n-1) = \sum \deg = 3 + 4 + 5 + 7 + (n-4) \cdot 1 \Rightarrow 2n - 2 = 7 + 7 + 5 + n - 4$$

$$2n - 2 = 19 + n - 4 = 15 + n$$

$$\left(\frac{5}{\sin \alpha}\right)^2 (\cos \alpha + 1) = \frac{5(\cos \alpha + 1)}{\sin^2 \alpha} = 5 \cdot \frac{\cos \alpha + 1}{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$n - 2 = 15 \Rightarrow n = 17$$

$$x = 0 \Rightarrow 1$$

$$x = 1 \Rightarrow 0$$

$$\frac{x+1}{1-x^2}$$

$$(x+1)(1-x^2) - (x+1)(1-x)^2 = 0$$

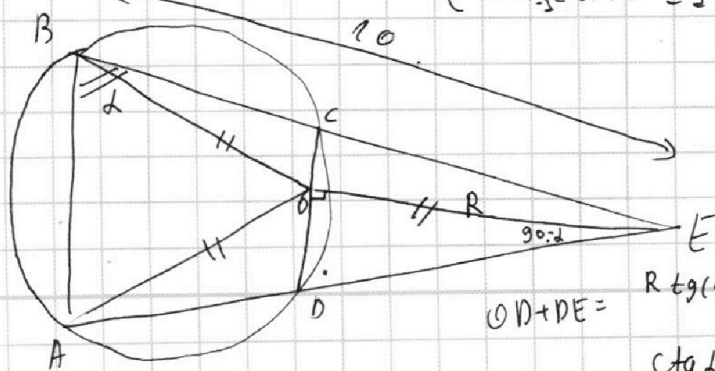
$$1 - x^2 - (x+1)(1-x)^2 = 0$$

$$\sqrt{2 - 1 + 2x - x^2 - 1 + 2y + y^2 + 2} = \sqrt{2 - (x^2 - 2x + 1) - (y^2 - 2y + 1)} = \sqrt{2 - (x-1)^2 - (y-1)^2}$$

Пусть $a = x - 1$
 $b = y - 1$
 $x = a + 1$
 $y = b + 1$

$$\Rightarrow \sqrt{2 - a^2 - b^2} + \sqrt{1 - |a+b|} = 1$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \leq 2 \\ |a+b| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 \leq 2 \Rightarrow a \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$



$BE = 10$
 $\min(OD + DE) = ?$

$$OD + DE = R \operatorname{tg}(90 - \alpha) + \frac{R}{\cos(90 - \alpha)} = R \operatorname{ctg} \alpha + \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including geometric diagrams, calculations, and a table.

Top Diagram: A triangle ABC with a curved line through it. Points M, N are on BC. Lengths BM=4, MN=4, NC=4. A point D is on AC. Angles at A are labeled x. Calculations: $4225 - 1824 = 2401$, $\sqrt{2401} = 49$, $2 \cdot 49 = 98$, $100 - 98 = 2$.

Middle Diagram: A large geometric figure with points A, B, C, D, E. Length BE=10. Angles at E are $90-x$. A right angle is marked at D. Calculations: $1.2 \cdot 22.8 = 27.36$, $8 \cdot 200 + 8 \cdot 20 + 64 = 1600 + 160 + 64 = 1760 + 64 = 1824$.

Bottom Diagrams: Several smaller geometric figures, including triangles and circles with internal lines.

Table:

3 шаг			
2 шаг			
1 шаг			

Annotations: 2 шаг, 3 шаг, Воскря, $\min(ED+DD) = ?$

Bottom Calculations:

- $65+49 = 114 = \frac{57}{2}$
- $65-49 = 16$
- $66-99 = -33$
- 91
- $65 \times 65 = 4225$
- $2 = 3600 + 225 + 600 = 4225$
- $60 \times 70 = 4200$
- $4 \cdot 2 \cdot 228 = 1824$
- $4225 - 1824 = 2401$
- $4225 - 1824 = 2401$
- $4225 - 1824 = 2401$
- $D = 65^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 57 =$

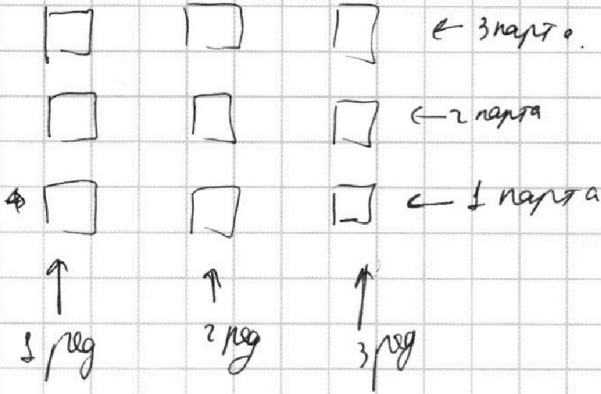


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

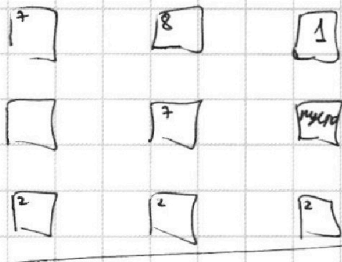
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

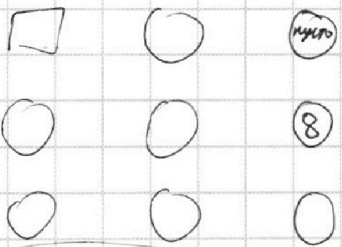
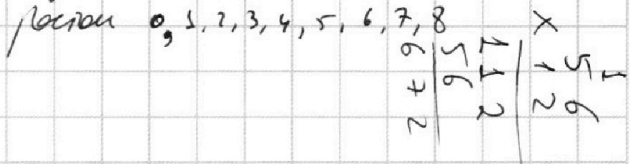


будет если: 1) сидит на первой карте
2) если перед ним никого
3) если перед ним человек ниже роста.

Если самый низкий человек ~~сидит~~ на 3 карте, при этом будет пустой. Тогда второй по высоте, он сидит на первой карте.
Какой - то



по сути надо рассадить



где 1 выбрать место 3 способами, где 2, 3 способами где 3 способа.

по сути мы выбираем из множества {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8} два трех элементных множества.

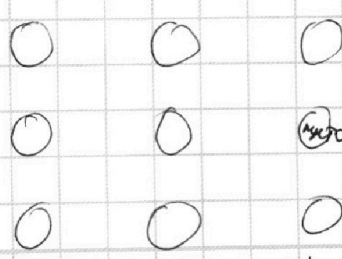
$$C_8^3 \cdot C_5^3$$

из 8 мы выбираем 2 м.ва:

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2$$

или по середине $2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$

Если пусто среди то $3! \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$ вариантов



$$\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3! \cdot 2! \cdot 1!} = 10 \cdot 56 = 560$$



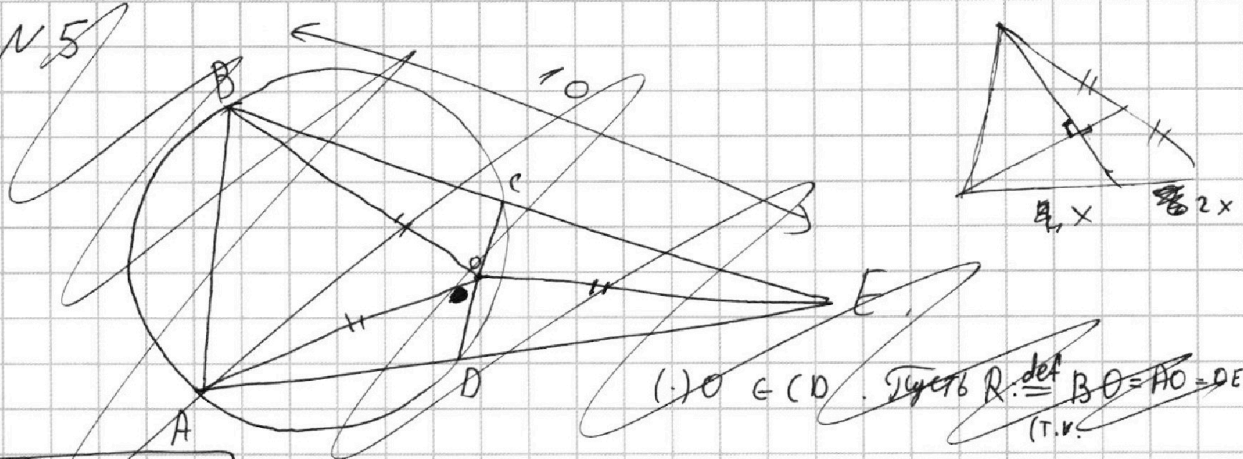
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
— ИЗ —

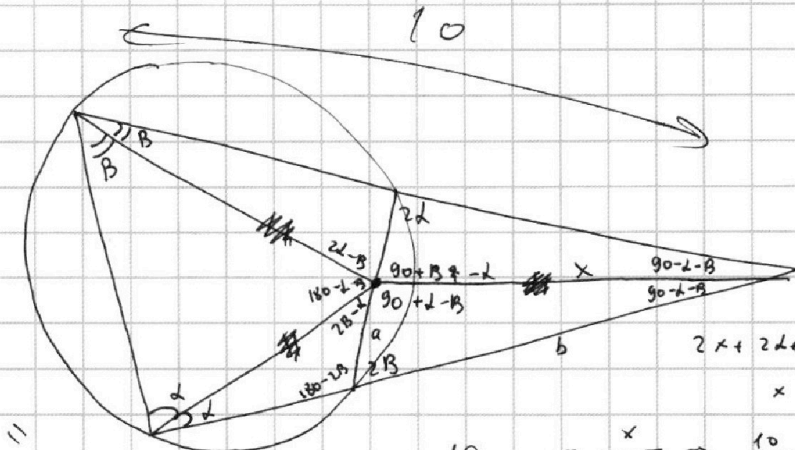
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5



$\text{Min}(EO+DO) = ?$

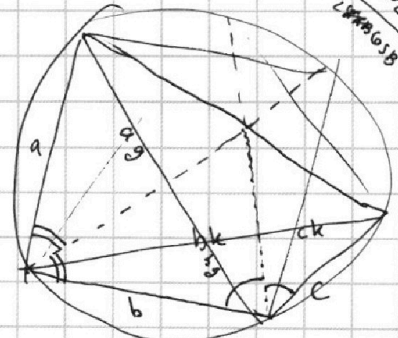
$(1) O \in CD$. Пусть R — дуга $BO=AO=DE$ (т.к. ...)



$\frac{5}{\cos B \cos \alpha}$

$= 10 \frac{\sin 2\beta}{2 \cos \alpha \cos B \cos \alpha}$

$\frac{10}{\sin(90+\alpha)} = \frac{x}{\sin B} \Rightarrow \frac{10}{\cos \alpha} = \frac{x}{\sin B}$
 $x = 10 \frac{\sin B}{\cos \alpha}$



$\frac{x}{\sin 2\beta} = \frac{a}{\cos(\alpha+\beta)} = \frac{b}{\sin(90+\alpha-\beta)}$

$a = 5 \frac{\cos(2\beta)}{\cos \alpha \cos B}$
 $b = 5 \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos \alpha \cos B}$

$\Rightarrow a+b = 5 \cdot \frac{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}{\cos \alpha \cos B}$
 $= 5 \cdot \frac{\cos \alpha \cos B - \sin \alpha \sin B + \cos \alpha \cos B + \sin \alpha \sin B}{\cos \alpha \cos B}$
 $= 5 \cdot \frac{2 \cos \alpha \cos B}{\cos \alpha \cos B}$
 $= 10$

$x^2 + 2\sqrt{3}x + 12 = 0$

$D = 4 \cdot 3 - 4 \cdot 12$

$-32 \cdot (-32 + 15) = 77 \cdot 32$