



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$D = 36 - 32 = 4$$

$$\sqrt{D} = 2$$

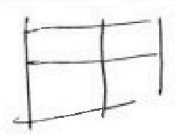
$$x_{1,2} = -3 \pm 2$$

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p — некоторое простое число. Найдите числа a и b .

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$.

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):



- он сидит на первой парте в ряду,
- ближайшая парта перед ним пуста,
- за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если трехчлен имеет 2 действительных корня, то его дискриминант > 0

Давайте найдем дискриминант данного трехчлена.

$$x^2 + 2\sqrt{3}t x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$\Delta = (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2 > 0$$

дискриминант

$$\Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4t^2 > 0 \quad /:4 \quad (4 > 0 \Rightarrow \text{знак не меняется})$$

$\Delta = \text{дискриминант}$

$$4 - t^2 > 0$$

$$4 > t^2 \Rightarrow 2 > |t| \Rightarrow \begin{cases} 2 > t, \text{ и } t > 0 \\ -2 < t, \text{ и } t < 0 \end{cases}$$

Если произведение корней трехчлена \neq положительное, то оба его корня одной знака (и $\neq 0$ очевидно)

Видно, что оба корня $(x_1 \text{ и } x_2)$ больше 0.

Вспомнив формулу нахождения корней $x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\text{Вспомнив формулу нахождения корней } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

a, b, c коэффициенты при x^2, x^1 и x^0 соответственно

$$a = 1 \quad b = 2\sqrt{3}t \quad c = 4t^2 - 4$$

$$\text{Если } t \geq 0, \text{ то } b = 2\sqrt{3}t \geq 0 \Rightarrow -b = -2\sqrt{3}t \leq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} < 0 \quad \text{ранее мы сказали, что оба корня должны быть одного знака, сейчас}$$

$$\sqrt{\Delta} > 0 \quad \text{мы доказали, что при положительных } t$$

$$\text{один из корней отрицательной} \Rightarrow$$

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} < 0 \quad 2a = 2 \cdot 1 = 2 > 0$$

\Rightarrow чтобы не путаться, с этими же неравенствами я оперировала в графоанализе

$$b > \sqrt{b^2 - 4(1 \cdot (4t^2 - 4))} \Rightarrow b > \sqrt{b^2 - 4 \cdot 4t^2} \Rightarrow \sqrt{b^2} > \sqrt{b^2 - 16t^2}$$

$$\Rightarrow -16(t^2 - 1) < 0 \Rightarrow 16(t^2 - 1) > 0 \Rightarrow t^2 - 1 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow t > 1 \text{ (и.ч. } t \text{ всего и случаев } > 0) \Rightarrow$$

Если $t > 0$, то $2 > t > 1$

Теперь разберем второй случай



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если $t < 0$, то $b = 2\sqrt{3}t < 0 \Rightarrow -b = -2\sqrt{3}t > 0 \Rightarrow$

$\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} > 0 \Rightarrow$ при $t < 0$ один из корней больше 0 \Rightarrow
 т.ч. оба корня должны быть одного знака, то

$\begin{cases} \text{при } \sqrt{D} > 0 \\ -b > 0 \\ 2a > 0 \\ \text{т.ч. } a=1, c=2 > 0 \end{cases}$

второй корень тоже больше 0 \Rightarrow
 $\sqrt{D} > 0$ т.ч. $D > 0$
 $\begin{cases} \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} > 0 \Rightarrow -b - \sqrt{D} > 0 \Rightarrow \\ 2a = 2 \cdot 1 = 2 > 0 \end{cases}$

при $b < 0$ $\frac{(-b)^2}{b^2} = |b|^2 = b^2$
 $\frac{1}{b^2} = -b$

$\Rightarrow -b - \sqrt{b^2 - 4ac} > 0 \Rightarrow -b > \sqrt{b^2 - 4ac} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{b^2} > \sqrt{b^2 - 4 \cdot 1 \cdot (t^2 - 1)} \Rightarrow \sqrt{b^2} > \sqrt{b^2 - 4 \cdot 1 \cdot (t^2 - 1)} \Rightarrow$

$\Rightarrow 16(t^2 - 1) > 0 \Rightarrow t^2 - 1 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow$

т.ч. $16 > 0$
 можно сократить
 без изменения знака

$\Rightarrow |t| > 1$

т.ч. $t < 0$, то $t < -1$

при $t < -1$ знак
 поменяется на
 обратный

Ответ: $2 > t > 1$, при $t > 0$

$-2 < t < -1$, при $t < 0$

~~Ответ:~~

~~интервалы~~
 $(-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5 \end{cases} \quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$\begin{cases} a+b=40 \Rightarrow b=40-a \\ a^2-2ab+b^2+15a-15b=(a-b)^2+15(a-b)=(a-b)(a-b+15)=17p^5 \end{cases}$$

чрезвычайно заметим $b=40-a$

$$17p^5=(a-b)(a-b+15)=(a-(40-a))(a-(40-a)+15)=(2a-40)(2a-40+15)$$

$$=2(a-20)(2a-25)$$

* заметим, что $2(a-20)(2a-25) : 2 \Rightarrow 17p^5 : 2$

$$17/2 \Rightarrow p^5 : 2 \Rightarrow p : 2 \quad p \text{ - простое } : 2 \Rightarrow p=2$$

$$2(a-20)(2a-25)=17 \cdot 2^5 \quad /: 2$$

$$(a-20)(2a-25)=17 \cdot 2^4$$

$$2a-25 \neq 2 \Rightarrow \text{---}$$

заметим, что $2a-25$ — нечетное число, т.ч. $2a$ — четное, 25 — нечетное
четно - нечетное = нечетное

$$\begin{cases} 2a-25=17 \\ 2a-25=-17 \\ 2a-25=1 \\ 2a-25=-1 \end{cases}$$

другими значениями $2a-25$ либо не можем, т.ч. другие числа имеют в разложении множители, отличные от $17, 1, -1$, на кото рые $17 \cdot 2^4$ не разлагается (а это было бы противоречием)
 $2a-25 \neq 17$

если $2a-25=17$

$$2a=25+17=42$$

$$2a=42 \Rightarrow a=21 \Rightarrow (a-20)(2a-25)=(21-20)(42-25)=17 \neq 17 \cdot 2^4$$

если $2a-25=-17$

$$2a=25-17$$

$$2a=8 \Rightarrow a=4$$

$$(a-20) \cdot (2a-25) = (4-20) \cdot (8-25) = -16 \cdot -17 = 16 \cdot 17 = 2^4 \cdot 17$$

$a=4$ нам подходит

$$b=40-a \Rightarrow b=36$$

$$(a, b) = (4, 36)$$

если $2a-25=1$

$$2a=25+1=26 \Rightarrow a=13$$

$$(a-20)(2a-25) = (13-20) \cdot 1 = -7 \cdot 1 = -7 \neq 17 \cdot 2^4$$

не подходит
 $2a-25=-1$

Нам подходит только пара чисел $a=4, b=36$

Ответ: $a=4, b=36$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

E - точка пересечения MD с AB
 K - точка пересечения CE с AN

По теореме о пропорциональных отрезках при параллельных прямых AN и MD
 $\frac{CN}{MN} = \frac{AC}{AD}$ по условию $CN = MN \Rightarrow$
 $\frac{CN}{MN} = 1 = \frac{AC}{AD} \Rightarrow$
 $AC = AD$
 по теореме о пропорциональных отрезках при параллельных прямых AN и MD
 $\frac{BM}{MN} = \frac{BE}{EA}$ $BM = MN$ по условию \Rightarrow
 $\frac{BM}{MN} = 1 = \frac{BE}{EA} \Rightarrow$
 $BE = EA$

$BA = BE + EA = 2BE$
 $CD = CA + AD = 2AC$
 $BA = CD \Rightarrow 2BE = 2AC \Rightarrow BE = AC$
 $AC = AD = BE = EA$

в треугольнике CED медиана EA = половине стороны CD
 которой проведена $\Rightarrow \triangle CED$ - прямоугольный
 $\angle EKN = \angle CED$ т.к. это смежные углы $\angle CED = 90^\circ$ (т.к. из этого угла медиана = 1/2 гипотенузы)

при $AN \parallel MD$ (по условию)
 параллельных прямых AN и MD и секущей $CE \Rightarrow$
 $\angle EKN = \angle CED = 90^\circ \Rightarrow AK$ - высота $\triangle CAE$

~~по теореме о пропорциональных отрезках при~~
 $AC = AE \Rightarrow \triangle CAE$ равнобедренный $\Rightarrow \angle CAN = \angle NAE$
 $\Rightarrow \angle CAB = 2\angle CAN$
 $\angle CAN = \angle CDM$ (углы при параллельных прямых)

~~$\angle AED = \angle NAE$~~
 $\angle AED = \angle NAE$ (углы при параллельных прямых MD и AN и секущей AE)

$BM = MN = NC = \frac{BC}{3} = \frac{12}{3} = 4$

$\angle CAB = 2\angle CBA \Rightarrow \angle CBA = 30^\circ$ и $\angle CAB = 60^\circ$
 $\angle CBA = 30^\circ \Rightarrow \angle CBA = 30^\circ$
 $BC \cdot \cos(2\angle CAN) = BE = \frac{1}{2} AB$
 $AB = 2 \cdot BC \cdot \cos(2\angle CAN)$
 $AB = 2 \cdot 12 \cdot \cos(2\angle CAN)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Давайте X отмечать место, где никто не сидит, такое место ровно 1, т.к. по соседствам мест = $3 \cdot 3 = 9$, а человек в 8 местах $9 - 8 = 1$

Давайте посчитать, сколькими способами мы можем оставить свободными место в первом ряду. Всего в первом ряду 3 места, значит X на одном из 3 мест

Заметим, что если мы выбираем из ряда 3 человека (где X в первом ряду, не думая об остальных), то по ряду их можно распределить лишь одним способом, так, чтобы впереди более высокого был более низкий

Значит людей в первом ряду (где X) мы можем выбрать 6 способами. Осталось 6 мест (заметим, что если мы выберем 3 человек, то по ряду распределим их только одним способом, а оставшимся 3 человека $3 - 2 - 3 = 3$ в 3 способа), такие расстановки по ряду единственно возможные

\Rightarrow чтобы расставить 6 человек по 2 рядам, когда выбраны 3 человека, которые будут сидеть во II, это можно сделать C_6^3 способами

Заметим, что на каждую пару людей выбранных в первом ряду есть C_6^3 вариантов расстановки оставшихся людей, а также вариантов выбрать ~~столбец~~ \Rightarrow вариантов когда X в первом ряду

$= 3 \cdot C_6^3 \cdot C_6^3$ (здесь C_6^3 варианты выбора X, C_6^3 варианты выбора остальных, но не более, т.к. C_6^3 вариантов выбора столбца в котором X - 3 способа)

Заметим, что если X в 3 ряду, то вариантов выбрать столбец, так же 3, вариантов выбрать 2 человека перед X C_6^2 (они в ~~столбце~~ C_6^2 (обязательно в разборе прошлого случая) вариантов расстановки, если X в третьем ряду) $= 3 \cdot C_6^2 \cdot C_6^3$

Заметим, что если X в 2 ряду. Заметим, что человек позади X может быть любого роста, но условием ему хорошо будет видно,

Заметим, что если X в 2 ряду, то вариантов выбрать столбец, так же 3, вариантов выбрать 2 человека перед X C_6^2 (они в ~~столбце~~ C_6^2 (обязательно в разборе прошлого случая) вариантов расстановки, если X в третьем ряду) $= 3 \cdot C_6^2 \cdot C_6^3$

Заметим, что если X в 2 ряду, то вариантов выбрать столбец, так же 3, вариантов выбрать 2 человека перед X C_6^2 (они в ~~столбце~~ C_6^2 (обязательно в разборе прошлого случая) вариантов расстановки, если X в третьем ряду) $= 3 \cdot C_6^2 \cdot C_6^3$

Заметим, что если X в 2 ряду, то вариантов выбрать столбец, так же 3, вариантов выбрать 2 человека перед X C_6^2 (они в ~~столбце~~ C_6^2 (обязательно в разборе прошлого случая) вариантов расстановки, если X в третьем ряду) $= 3 \cdot C_6^2 \cdot C_6^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.ч. парта перед ним пуста. А также человек ~~перед~~ ~~любого~~ ~~места~~ ~~в~~ ~~ряде~~ ~~хорошо~~, т.ч. он на первой парте. Знают варианты, какой человек сидит перед x — 3 шт, позари x — ~~3~~ $3 - 1 = 2$ шт. (-1, т.ч. один человек уже сидит перед x и не может быть в 2 местах одновременно) людей в оставшихся 2 столбца (в которых нет пустого места) мы умеем рассаживать C_6^3 способами (объясняя в 1 случае). Вариантов в обратном столбце, где находится x — 3 шт. \Rightarrow
кол-во ~~распорядков~~, если пустое место в 2 ряду $= 3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot C_6^3$

всего распорядков: $3 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 + 3 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 + 3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot C_6^3$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
если пустое в 1 ряду
 $\underbrace{\hspace{10em}}$
если пустое в 3 ряду
 $\underbrace{\hspace{10em}}$
если пустое в 2 ряду

$$= \frac{3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot C_6^3}{2} + \frac{3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot C_6^3}{2} + 3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot C_6^3 = 3 \cdot 8 \cdot 7 \left(\frac{C_6^3}{2} + \frac{C_6^3}{2} + C_6^3 \right) =$$

$$\frac{42}{356} = 3 \cdot 8 \cdot 7 (C_6^3 + C_6^3) = 3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2 C_6^3 = 6 \cdot 7 \cdot 8 C_6^3 = 336 C_6^3$$

Ответ: ~~336~~ $336 C_6^3$ вариантов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нам нужно представить картину в виде графа, где вершины - деревца, ребра - дороги между деревцами. Заметим, что между любыми двумя деревцами есть ~~маршрут~~ (маршрут) (можно ехать из одной деревцы в другую) \Rightarrow граф связный. Заметим, что между двумя деревцами есть только 1 маршрут \Rightarrow этот граф - дерево (связный граф без циклов) \Leftrightarrow нет циклов

В дереве количество ребер на 1 меньше количества вершин \Rightarrow если n деревцев, то $n-1$ дорог - ребро. Также ребра можно считать как половину степеней вершин (выходящих ребер из вершин)

$$\begin{aligned} \text{кол-во ребер} &= n-1 \\ \text{кол-во ребер} &= \frac{3+4+5+7+(n-4) \cdot 1}{2} \end{aligned}$$

кол-во деревцев, из которых выходит 1 дорога

$$n-1 = \frac{3+4+5+7+n-4}{2}$$

$$n-1 = \frac{15+n}{2} \quad / \cdot 2$$

кол-во = количество

$$\begin{aligned} 2n-2 &= 15+n \\ n &= 17 \end{aligned}$$

Ранее мы говорили, что в нашем графе n -вершин \Rightarrow кол-во деревцев на островах $n=17$

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $x, y > 0$, ~~т.ч. x~~
 при пошлм противное $x < 0$ $y < 0 \Rightarrow$
 $2x < 0$ $2y < 0$ $x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 < 0$
 $y^2 > 0 \Rightarrow -y^2 < 0$
 $2x - x^2 + 2y - y^2 < 0 \Rightarrow$ корни не являются извлечен \Rightarrow

$x, y \geq 0$ ~~иначе~~ ~~решения~~

$|x+y-2| < 1$ иначе $\sqrt{1-|x+y-2|} < 0 \Rightarrow$ корни не являются извлечен

$2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \Rightarrow 2(x+y) \geq x^2+y^2$
 или знаем, что $x^2+y^2 \geq 2xy \Rightarrow$
 ~~$2(x+y) \geq 2xy$~~
 $x+y \geq xy \Rightarrow x+y < 1$

при парах $(1; 0); (0; 1)$

$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{2-1} = 1$
 $\sqrt{1-|x+y-2|} = \sqrt{1-1} = 0 \Rightarrow$ их сумма = 1

при парах $(2; 0); (0; 2)$

$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{4-4} = 0 \Rightarrow$ их сумма = 1
 $\sqrt{1-|x+y-2|} = \sqrt{1-0} = 1$

сумма 2 таких корней = 1 только если один из них равен 1, а другой 0, если $xy = k$, то $y = k \cdot x$

$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{2x+2(kx)-x^2-(kx)^2} = \sqrt{4kx-2x^2} = \sqrt{2x(2k-x)}$
 $\sqrt{1-|x+y-2|} = \sqrt{1-|x+kx-x|} = \sqrt{1-|kx|}$

т.ч. x и y целые k тоже целое ~~т.ч. сумма корней будет целым~~
 потому что $4kx-2x^2$ - целое $1-|kx|$ целое ~~если эти корни будут~~
 иррациональными, то их сумма не будет равна целому числу \Rightarrow их сумма
 2 целых числа не больше 1, т.ч. корни положительное целое



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и если хотя бы 1 корень $\sqrt{y^2 - 1} > 0$,
то сумма > 1 противоречие \Rightarrow

1 из корней = 1, другой = 0

если $\sqrt{1 - |k-2|} = 0$ то

если $x=2$ или $y=1$ набор
 $\sqrt{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 2^2 - 1^2} =$
 $\sqrt{4 + 2 - 4 - 1} = 1$

$1 = |k-2| \Rightarrow k=3$ или $k=1$

если $x=3$

то второй = 0

тогда

$3+3-2 \cdot 3 = 0$
 $3=2+1$
 $3=3$ то

$k=x+y$
больше
встранил
нет

$\sqrt{2x^2 - x^2 - y^2} =$

$= \sqrt{6-8} = 2$ сумма во втором

нет в R

если $x=2$ или $y=1$

только если $x=2$ $y=1$ или $x=1$ $y=2$

$\sqrt{1 - |k-2|} = 1$

$|k-2| = 0$

$k=2$ или $k=x+y$

$\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

$x=y=1$

$x=2$ $y=0$ или $x=0$ $y=2$

тогда

больше вариантов, это некорректно

$2x+2y-x^2-y^2 =$

$2+2-1-1 = 2 \neq 0$

противоречие

\Downarrow мы доказали, что некорректно

только

$\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

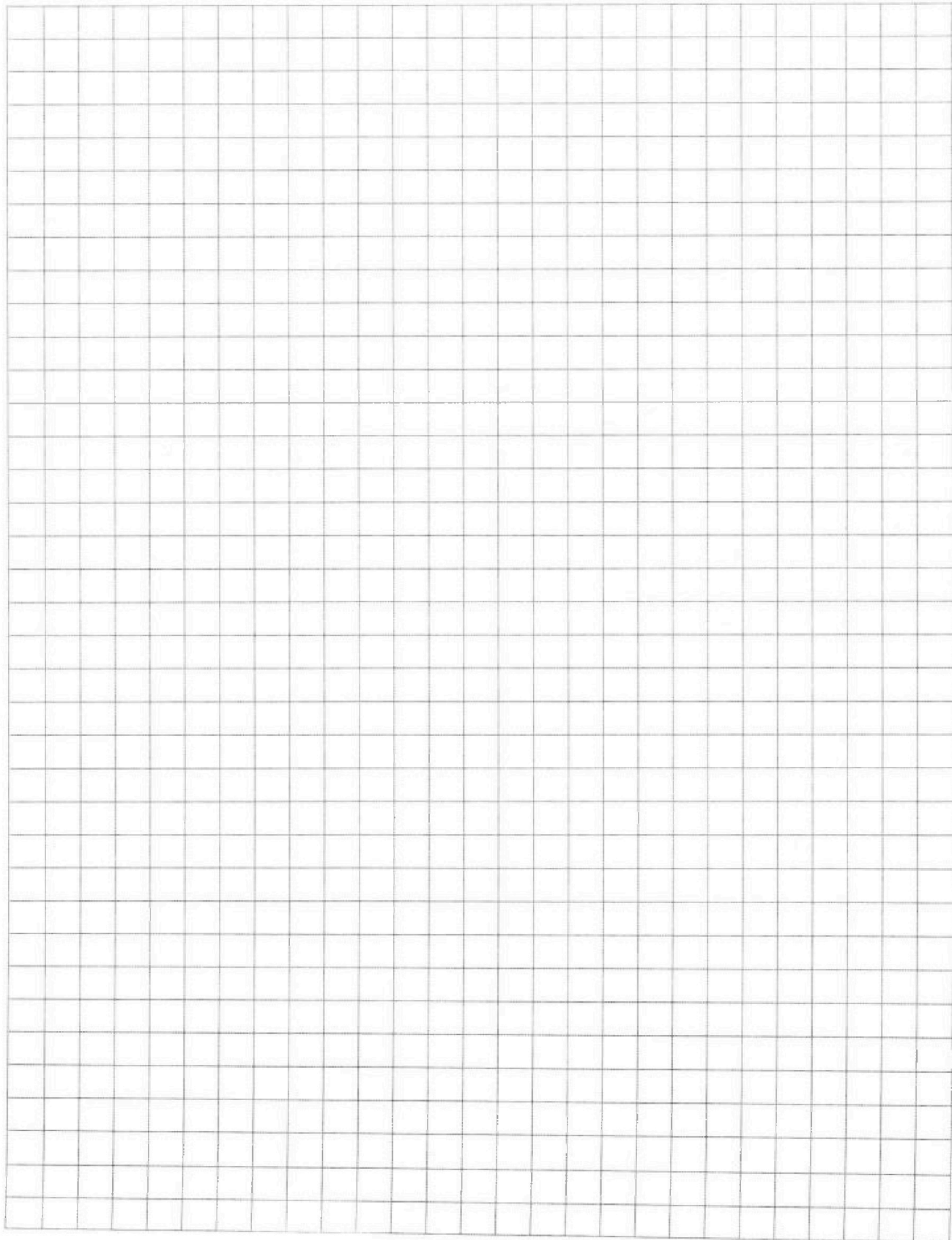


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

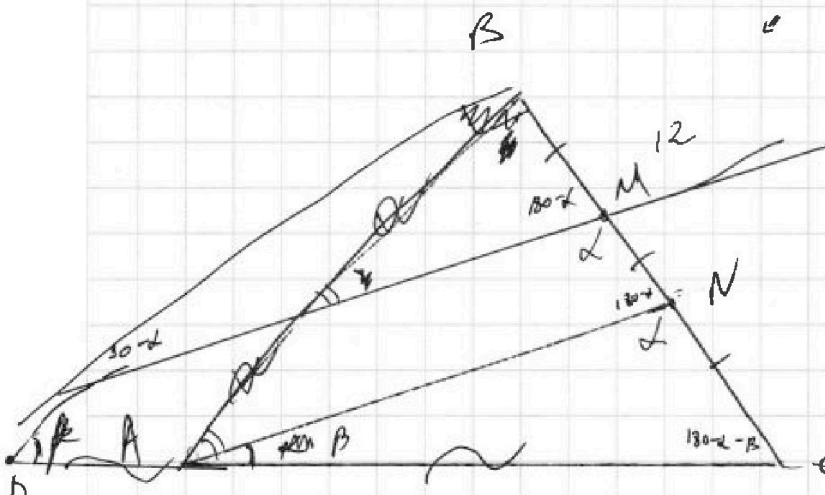
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $t > 0$
 $2\sqrt{3}t = 6 > 0$
 $2\sqrt{3}t > \sqrt{D}$
 $6 > \sqrt{6^2 - 16(t^2 - 1)}$ $2 > |t| > 1$

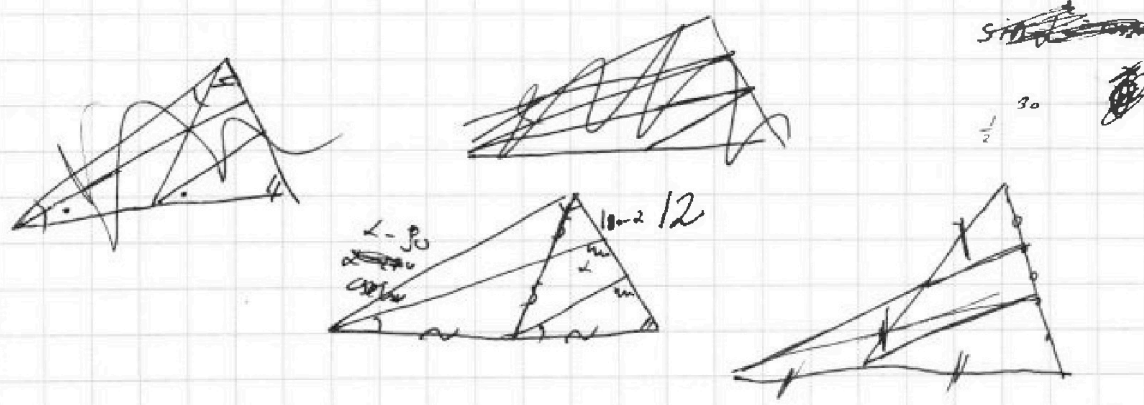
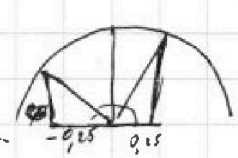
$16(t^2 - 1) > 0 \Rightarrow t^2 - 1 > 0 \Rightarrow t^2 > 1$

при $t < 0$
 $2\sqrt{3}t = 6 < 0$
 $-\sqrt{D} > 0$
 $-\sqrt{6^2 - 16(t^2 - 1)} > 0$
 $|\sqrt{6^2 - 16(t^2 - 1)}| > \sqrt{6^2 - 16(t^2 - 1)}$

$3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 16$ (16/31)
 $3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 31$



$AB = CD$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

2 реальных корня, $x_1 \cdot x_2 > 0$
 $D > 0$

$$(2\sqrt{3}t)^2 - (4t^2 - 4) \cdot 4 > 0$$

либо $x_1, x_2 < 0$
либо $x_1, x_2 > 0$

$$12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$x_1 = \frac{-2\sqrt{3}t + \sqrt{4(2-t)(4+t)}}{2}$$

$$16 - 4t^2 =$$

$$16 - 4t^2 > 0$$

$$x_2 = \frac{-2\sqrt{3}t - \sqrt{4(2-t)(4+t)}}{2}$$

$$4^2 - (2t)^2 =$$

$$4 - t^2 > 0$$

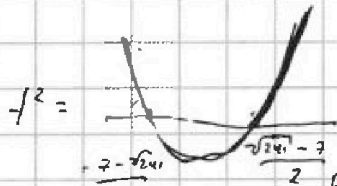
$$-(4-t)(4+t) =$$

$$4 > t^2$$

$$4(2-t)(4+t)$$

$$2 > |t|$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{12t^2 + 4(2-t)(4+t) - 8\sqrt{3(2-t)(4+t)}}{4}$$



$$x_1 \cdot x_2 = 3t^2 + 4^2 - t^2 - 2\sqrt{3} \cdot 4^2 - t^2$$

$$x_1 \cdot x_2 = 4^2 + 2t^2 - 2\sqrt{3} \cdot 4^2 - t^2 > 0$$

44

$$x = t^2$$

$$2 + x > \sqrt{3 \cdot 4^2 - 3x}$$

$$2 + t^2 > \sqrt{3 \cdot 4^2 - 3t^2}$$

$$x^2 + 4x + 4 > 3 \cdot 4^2 - 3x$$

$$x^2 + 7x - 3 \cdot 4^2 > 0$$

$$D = 49 + 48 \cdot 3 = 241$$

выбираю 3

$$x_1 = \frac{-7 - \sqrt{241}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-7 + \sqrt{241}}{2}$$

h

x

7

$$7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

(h на первом месте)

2

h

x

$$7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

h на втором

2

x

h

h на первом

7

$$8 \cdot 3$$

можно из любой в любую \Rightarrow всевозможные

нельзя попарно \Rightarrow всевозможные

в 6 группах нет циклов \Rightarrow это дерево \Rightarrow вершины на плоскости, где

горячо

$$n - 1 = \frac{3 + 4 + 5 + 7 + n - 4}{2} = \frac{n + 5}{2} = n - 1$$

$$n + 5 = 2n - 2$$

$$7 = n$$

$$n + 5 = 2n - 2$$

$$7 = n$$

