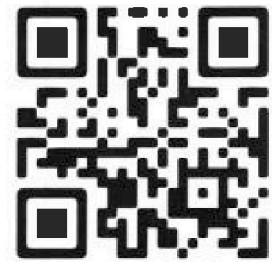




Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

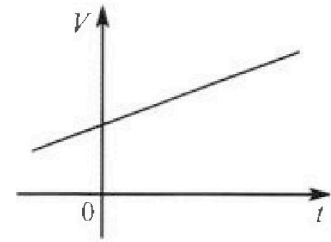


*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

- Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



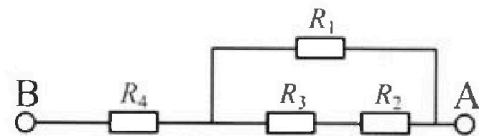
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

- Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
- Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

- Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



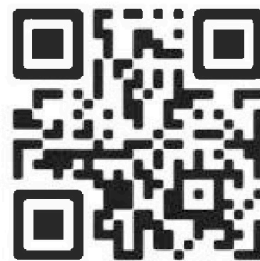
- Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
- На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

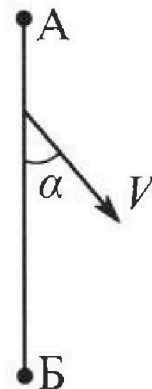


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



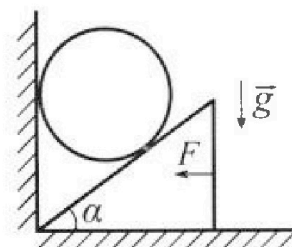
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.



Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Туристы из А в Б $S = 200 \text{ км}$, обратно тоже $S \Rightarrow$ все равно

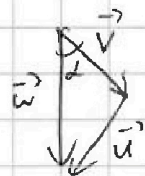
$$A \rightarrow B \rightarrow A \quad 2S = 400 \text{ км.} \quad \text{Если } 2S = u \cdot T_0 \Rightarrow u = \frac{2S}{T_0} = \frac{400 \text{ км}}{200 \text{ с}} = 2 \text{ км/с} = 20 \text{ м/с}$$

↑
т.к. нет ветра, значит скорость со стороны ветра скор-ю

2. В учебнике говорится ветер дует из пункта А в пункт Б так, что бы его скор-ю отн-о земли было направлена прямо из А в Б. Разберем его скор-ю отн-о земли w , тогда: $\vec{w} = \vec{v} + \vec{u}$. Нарисуем это будет выглядеть так:



Можно рассмотреть векторный Δ -ик скоростей, показывающий \vec{w} .



Это Δ -ик косинусов для \vec{w} и \vec{u} :

$$u^2 = w^2 + v^2 - 2vw \cos \alpha \Rightarrow$$

$$w^2 - 2v \cos \alpha w + (v^2 - u^2) = 0 \Rightarrow$$

$$w = \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4(v^2 - u^2)}}{2} = v \cos \alpha \pm \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2}$$

$$u = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow -v^2 + u^2 > 0 \Rightarrow$$

$v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2 > v^2 \cos^2 \alpha \Rightarrow$ корни с меньшим будут меньше нуля, а т.к. мы ищем модуль скорости, он нам не подходит \Rightarrow

$$w = v \cos \alpha + \sqrt{u^2 + v^2 (\cos^2 \alpha - 1)} = v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,8^2} = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6 \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

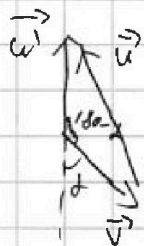
СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 W &= 15 \frac{m}{c} \cdot 0,8 + \sqrt{20^2 \frac{m^2}{c^2} - 15^2 \frac{m^2}{c^2} \cdot 0,8^2} = 9 \frac{m}{c} + \sqrt{400 - 225 \cdot 0,64} \frac{m}{c} = \\
 &= 9 \frac{m}{c} + \sqrt{(20 - 15 \cdot 0,8)(20 + 15 \cdot 0,8)} \frac{m}{c} = 9 \frac{m}{c} + \sqrt{(20 - 12)(20 + 12)} \frac{m}{c} = \\
 &= 9 \frac{m}{c} + \sqrt{8 \cdot 32} \frac{m}{c} = 9 \frac{m}{c} + \sqrt{2^{3+5}} \frac{m}{c} = 9 \frac{m}{c} + 16 \frac{m}{c} = 25 \frac{m}{c}
 \end{aligned}$$

С такой скоростью движется груз в направлении отрезка $A\bar{B}$ (откуда зритель) \Rightarrow время T_1 можно рассчитать по формуле: $T_1 = \frac{S}{W} = \frac{2000m}{25 \frac{m}{c}} = \frac{2000m}{25 \frac{m}{c}} = 20 \cdot \frac{100}{25} c = 80 c$

3. Рассмотреть возможность увеличения скорости груза w . Это будет скорость на участке $A-B$ на участке же $B \rightarrow A$ будет скорость груза в обратном направлении. Тогда скорость w' можно выразить так.



\vec{w} направил туда же, а \vec{u} пойдут так, чтобы $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ было направлено в точку $A\bar{B}$. Тогда по т.м. косинусов для треугольника скоростей:

$$u^2 = w^2 + v^2 - 2w \cdot v \cos(180 - \alpha) = w^2 + v^2 + 2wv \cos \alpha \Rightarrow$$

$$w^2 + 2wv \cos \alpha + (v^2 - u^2) = 0 \Rightarrow w' = \frac{-2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4(v^2 - u^2)}}{2}$$

$$w' = -v \cos \alpha \pm \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - v^2 + u^2}$$

Здесь $v \cos \alpha > 0 \Rightarrow -v \cos \alpha < 0$, тогда очевидно что корень с минусом будет тоже < 0 , т.е. \sqrt{x} для любого $x \in [0; +\infty)$ ≥ 0 .

$$w' = -v \cos \alpha + \sqrt{v^2 (\cos^2 \alpha - 1) + u^2} = -v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

Здесь α - наименьший оптимальный угол, который мы можем. Для него время на $A \rightarrow B \rightarrow A$ будет минимальным. Найдем + то время T



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T \rightarrow \min; T = \frac{S}{v} + \frac{S}{v'} = S \cdot \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right)$$

↑ куть A → B ↑ куть B → A

S - константа ⇒ надо минимизировать $\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right)$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} = \frac{v + v'}{v \cdot v'} = \frac{v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} + -v \cos \alpha + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{(\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} + v \cos \alpha)(\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - v \cos \alpha)}$$

$$= \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{(u^2 - v^2 \sin^2 \alpha) - v^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}$$

$$= \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2} = \frac{2}{u^2 - v^2} \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} \Rightarrow$$

Для минимизации T нужно, чтобы

$$\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} \rightarrow \min \Rightarrow u^2 - v^2 \sin^2 \alpha \rightarrow \min \Rightarrow$$

$$v^2 \sin^2 \alpha \rightarrow \max \text{ (т.к. не вычитали из } u^2 = \text{const)} \Rightarrow$$

$$\text{т.к. } v^2 = \text{const}, \sin^2 \alpha \rightarrow \max, \text{ т.е. } \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow$$

$$\sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \text{ Т.е. } \alpha = 90^\circ \text{ все время плыви}$$

стремится к тому, к чему галма, и $T = T_{\min}$

$$T_{\min} = S \cdot \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right) = S \cdot \frac{2}{u^2 - v^2} \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$T_{\min} = S \cdot \frac{2}{u^2 - v^2} \cdot \sqrt{u^2 - v^2} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - v^2}} = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{\sqrt{20^2 - 15^2} \frac{\text{ч}}{\text{ц}}} =$$

$$= \frac{\sqrt{(20-15) \cdot (20+15)} \frac{\text{ч}}{\text{ц}}}{4000 \text{ ч}} = \frac{\sqrt{5 \cdot 35}}{4000} \text{ ч} = \frac{4000}{5 \sqrt{7}} \text{ ч} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ ч} = \frac{800}{\sqrt{7}} \sqrt{7} \text{ ч}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 1. $u = 20 \frac{м}{с}$; 2. $T_1 = 80 с$; 3. $\alpha = 90^\circ$,
↳ (минимально)
4. $T_{min} = \frac{800}{4} \sqrt{7} с$



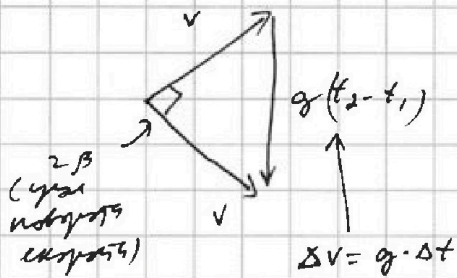
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть скорость, которую имел мяч в моменты t_1 и t_2 , будет v , тогда мяч изобразится Δ с катетами



Этот Δ можно считать равнобедренным, так как $\alpha = \beta$, так как модули скорости равны \Rightarrow

$$v + v = (g(t_2 - t_1)) \Rightarrow$$

$$2v = g(t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$v = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (1,5 - 0,5) s}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \frac{m}{s}$$

Пусть начальная скорость мяча (в момент времени $t_0 = 0$)

была u , представим её как $u^2 = u_x^2 + u_y^2$, где u_x и

u_y — проекции на горизонтальную и вертикальную оси

соотв-но. Тогда мяч пролетит расстояние между этими скоростями в моменты t_1 и t_2 , когда он был v :

$$\begin{cases} v^2 = (u_y - gt_1)^2 + u_x^2 \\ v^2 = (u_y - gt_2)^2 + u_x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$(u_y - gt_1)^2 - (u_y - gt_2)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(gt_2 - gt_1)(2u_y - g(t_1 + t_2)) = 0 \Rightarrow$$

$$u_y = \frac{g(t_1 + t_2)}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} (1,5 + 0,5) s}{2} = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$v^2 = (u_y - gt_1)^2 + u_x^2 \Rightarrow u_x^2 = v^2 - (u_y - gt_1)^2$$

$$u_x = \sqrt{\frac{100 \frac{m^2}{s^2}}{2} - \left(10 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,5 s\right)^2} = \sqrt{50 \frac{m^2}{s^2} - 25 \frac{m^2}{s^2}} = 25 \frac{m^2}{s^2}$$

$$u_x = 5 \frac{m}{s}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Зная u_x и u_y легко ответить на все вопросы задачи:

Время полёта на максимальную высоту определяется моментом, когда вертикальная составляющая скорости равна нулю. Раньше мяч не может подняться \Rightarrow макс высота пройдена. Время от старта до момента, когда $u_y = 0$:

$$0 = u_y - gT \Rightarrow T = \frac{u_y}{g} = \frac{10 \frac{m}{c}}{10 \frac{m}{c^2}} = 1 c$$

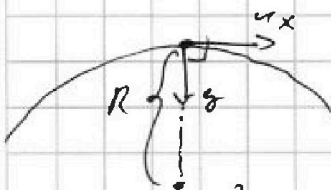
Тот же полёт от падения на площадку ТМЗ пройдёт за то же время T просто из симметрии траектории (возврат по параболе). Значит время полёта $2T = 2 c$. Скорость u_x мяча не меняется

значит путь, пройденный ТМЗ по горизонтальной площадке рассчитывается так:

$$L = u_x \cdot 2T = 5 \frac{m}{c} \cdot 2 c = 10 m$$

ТМЗ всегда будет двигаться с ускорением g , т.е. силой. Сила — это сила тяжести.

В произвольной точке, как сказано выше, сила тяжести направлена вертикально вниз, значит сила мяча летит со скоростью, составляющей только из горизонтальной составляющей u_x , т.е. скорость горизонтальна. Ускорение g всегда вертикально вниз направлено \Rightarrow всякое ускорение мяча \perp скорости мяча



Значит сила всякое ускорение состоит только из нормальной (центр.-стрем.) составляющей. Её можно вычислить по формуле:

$a_n = \frac{v^2}{R}$, где v — скорость движения ТМЗ, а R — радиус кривизны. В момент вылета $a_n = g$; $v = u_x \Rightarrow$

$$g = \frac{u_x^2}{R} \Rightarrow R = \frac{u_x^2}{g} = \frac{25 \frac{m^2}{c^2}}{10 \frac{m}{c^2}} = 2,5 m$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ 1. $T = 1 \text{ с}$; Задача 2. $L = 10 \text{ м}$; 3. $R = 2,5 \text{ м}$

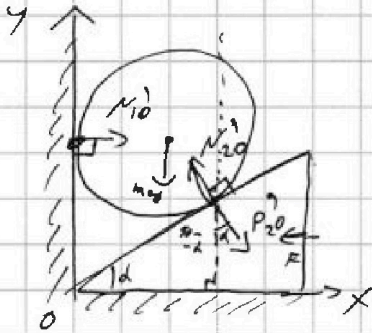


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На шар действует сила тяжести - mg , сила реакции со стороны вертикал. стены - N_1^0 , и сила реакции со стороны клина - N_2^0 . Силы N_1^0 и N_2^0 - реакции к норм-лям, которые действуют на шар.



По III з-ку Ньютона, шар с такой же по модулю силой действует на клин. Назовём эту силу P_2^0 . Если на клин действует сила F , введём эти уравновешивающие друг друга, F и P_2^0 клин нет ускорения в этом

В проекции на гориз-ную ось Ox :

$$P_2^0 \sin \alpha - F = 0 \Rightarrow \text{т.к. } (P_2^0) = |W_2^0|$$

$$N_2^0 \sin \alpha - F = 0 \Rightarrow \underline{N_2^0 \sin \alpha = F} \quad (1)$$

С другой стороны, шар тоже в равновесии \Rightarrow в проекции на Oy : (верт-ал ось)

$$-mg + N_2^0 \cos \alpha = 0 \Rightarrow \underline{N_2^0 \cos \alpha = mg} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{F}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\alpha = 60^\circ$$

~~Тогда выразив силу F , оставшиеся силы в системе уравнений не изменились.~~

~~Клин не имеет ускорения по горизонтали, следовательно сила реакции P_2 . По вертикали эти и сила тяжести уравновешивает силой реакции пола. Тогда равно, значит во вертикали ускорение клина 0. По горизонтальной оси по найденному значению α по III з-ку Н.~~

~~$$P_2 \sin \alpha = m \cdot a_x \Rightarrow N_2 \sin \alpha = m a_x \Rightarrow F = m a_x \Rightarrow$$~~

~~$$\sqrt{3} mg = m a_x \Rightarrow a_x = g \sqrt{3}$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

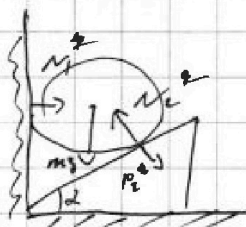


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

После того как F уберем силы в системе начнем решать.
Теперь будем называть силы N_1^* и N_2^* , N_1^* и N_2^* (смысл в-и). На клин теперь действует сила P_2^* , и из



$$|P_1^*| = |N_1^*| \quad |P_2^*| = |N_2^*|$$

Путь он движется с ускорением $a_{ик}$. Оно точно направлено вправо, т.к. в-т-и не равно нулю (из условия и т.д.)

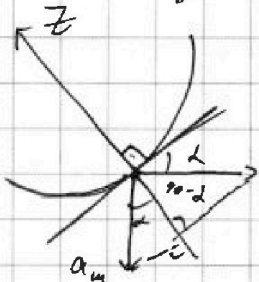
$$\text{По } z\text{-и } \mu: m a_{ик} = P_2^* \sin \alpha = N_2^* \sin \alpha \quad (\text{на } z\text{-и } \mu)$$

Путь шар движется с ускорением $a_{ш}$. Оно точно направлено вертикально вниз, т.к. он не может отделиться/выдвинуться в стенку. По z и μ шар имеет на вершине -ую ось направлено тем:

$$-m a_{ш} = -m g + N_2^* \cos \alpha \Rightarrow N_2^* \cos \alpha = m(g - a_{ш}) \Rightarrow$$

$$\frac{N_2^* \sin \alpha}{N_2^* \cos \alpha} = \tan \alpha = \sqrt{3} = \frac{m a_{ик}}{m(g - a_{ш})} \Rightarrow \frac{a_{ик}}{g - a_{ш}} = \sqrt{3} \quad (*)$$

(с другой стороны шарик и клин не могут отрываться друг от друга (т.к. нет трения) движется вместе с клином, и это подразумевает $a_{ш} > a_{ик}$). Значит ускорения в точке касания шарик с клином направлены и ускорения на z ось, т.е. что на z касания, равны, и в этой точке от шарика отходит от клина и касание происходит.



$$a_{шz} = -a_{ш} \cos \alpha = -a_{ш} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$a_{икz} = -a_{ик} \cos 90^\circ - \alpha = -a_{ик} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a_{ш} \cdot \frac{1}{2} = a_{ик} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a_{ш} = a_{ик} \sqrt{3} \quad (*)$$

$$\Rightarrow \frac{a_{ш}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{a_{ш}}{g - a_{ш}} = 3 \Rightarrow a_{ш} = 3g - 3a_{ш} \Rightarrow$$

$$a_{ш} = \frac{3}{4} g. \quad \text{Шарик начал двигаться с ускорением } a_{ш} \text{ с } v_0 = 0^2,$$

пусть конечная скорость $= v$. Тогда из др-ле перемещения

$$\text{для шарика: } H = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_{ш}} = \frac{v^2}{2a_{ш}} = \frac{4v^2}{8g} = \frac{2v^2}{3g}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

С другой стороны, замедлится с ускорением после удара мяча будет v (вверх). Он начнет замедляться с ускор g и остановится на макс.-й высоте h , когда его скорость станет 0. Это то, что мы считаем, но-ти злим, знаем, что вниз он падает, значит, ускорение g вниз, значит, сила тяжести mg вниз, значит, сила реакции N вверх.

Из закона сохранения энергии:

$$h = \frac{0 - v^2}{-2g} = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v^2 = 2gh; \quad \checkmark$$

$$H = \frac{3v^2}{2g} \Rightarrow v^2 = \frac{2gH}{3} \Rightarrow \frac{2gH}{3} = 2gh \Rightarrow H = 3h$$

$$H = \frac{4}{3}h = 0,45 \text{ м} \quad H = \frac{4}{3}h = 0,15 \text{ м} \cdot \frac{4}{3} = 0,20 \text{ м}$$

По оси Ox шар не движется $\Rightarrow a_{mx} = 0$. Из закона Ньютона $\Sigma F_x = 0$.
 $0 = N_1 - N_2 \sin \alpha \Rightarrow N_1 = N_2 \sin \alpha$

Косинус угла α вычислим из уравнения $N_2 \sin \alpha = mg$
Получим $\sin \alpha = \frac{mg}{N_2}$; $\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow$

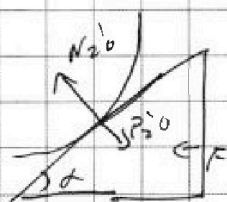
$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N_2 \sin \alpha = m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} g$$

$$N_2 \sin \alpha = N_1 = \frac{\sqrt{3} m g}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = \sqrt{3} \text{ Н}$$

N_1 - и есть искомая сила действия стержня на шар в направлении Ox

(N_1 и N_2 - силы в направлении Ox ; N_{10} и N_{20} - в направлении Oy)

Три измерения 2 силы F тоже измерять:



$$F = P_{20} \sin \alpha \quad (\text{равновесие по } Ox)$$

$$N_{20} \cos \alpha = mg \quad (\text{равновесие по } Oy)$$

$$|N_{20}| = |P_{20}| \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{N_2' \sin \alpha}{N_2' \cos \alpha} = \frac{F}{mg} \Rightarrow F = mg \tan \alpha$$

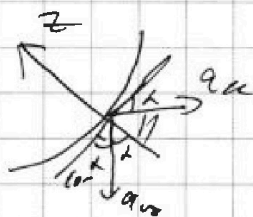
В условии задачи известны силы N_1' и N_2' ищем значения N_1 и N_2 (отличаются от проекции на ось x),

$$mg_{\text{к}} = N_2 \sin \alpha = N_2 \cos \alpha \quad (\text{II закон Ньютона})$$

$$ma_{\text{м}} = N_2 mg - N_2 \cos \alpha \quad (\text{II закон Ньютона})$$

$$\frac{a_{\text{к}}}{g - a_{\text{м}}} = \tan \alpha$$

Ускорение груза $a_{\text{к}}$ отрицательно
так же вычисляется \Rightarrow



$$a_{\text{м}z} = -a_{\text{м}} \cos \alpha$$

$$a_{\text{к}z} = -a_{\text{к}} \cos 90^\circ - \alpha = -a_{\text{к}} \sin \alpha$$

$$a_{\text{м}z} = a_{\text{к}z} \quad (\text{Связь ускорений}) \Rightarrow$$

$$a_{\text{м}} \cos \alpha = a_{\text{к}} \sin \alpha \Rightarrow a_{\text{м}} = a_{\text{к}} \tan \alpha \Rightarrow$$

$$\frac{a_{\text{к}}}{g - a_{\text{к}} \tan \alpha} = \tan \alpha \Rightarrow a_{\text{к}} = g \tan \alpha - a_{\text{к}} \tan^2 \alpha \Rightarrow$$

$$a_{\text{к}} = g \cdot \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

Чтобы N_1 было максимумом \Rightarrow по II закону Ньютона: $0 = N_1 - \underbrace{N_2 \sin \alpha}_{\text{max}} \Rightarrow$

$$N_1 = m \cdot a_{\text{к}} = mg \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$N_1 = mg \cdot \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = mg \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = mg \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \Rightarrow$$

$$N_1 = \frac{mg}{2} \sin 2\alpha, \quad \frac{mg}{2} = \text{const} \Rightarrow \text{для } N_1 \rightarrow \text{max} \text{ нужен}$$

$$\sin 2\alpha \rightarrow \text{max} \Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \quad (\text{Самое большое}) \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\text{При таком значении } N_1 = N_{1\max} = \frac{mg}{2} \cdot \sin 90^\circ = \frac{0,4 \text{ кН}}{2}$$

$$= 0,2 \text{ кН} = 200 \text{ Н}$$

Ответ: 1. $\alpha = 60^\circ$; 2. $H = 0,20 \text{ кН}$; 3. $N = \sqrt{3}H$; 4. N_1 принимает наиб. значение при $\alpha = 45^\circ$; $N_{\max} = 2H$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$V(t)$ имеет линейную зависимость \rightarrow Если линия представляет собой $V(t) = kt + b$, где k и b — некие константы
Известно: $V(t_0) = kt_0 + b = u$ и $V(t_{100}) = \beta \cdot V(t_0) \Rightarrow$
 $V(t_{100}) = kt_{100} + b$

$$kt_{100} + b = \beta kt_0 + \beta b. \text{ Обозначим } V(t_0) = \frac{m}{\rho(t_0)} = \frac{m}{\rho} = \frac{0,04 \text{ м}^3}{0,8 \text{ г/см}^3} = \frac{1}{20} \text{ см}^3 = 0,05 \text{ см}^3. \text{ Нужно найти } V(t_{100}) \text{ и } V(t_0)$$

$$V(t_{100}) - V(t_0) = kt_{100} + b - (kt_0 + b) = k(t_{100} - t_0)$$

$$\beta V(t_0) - V(t_0) = k(t_{100} - t_0) \Rightarrow$$

$$k = \frac{(\beta - 1) V(t_0)}{t_{100} - t_0} = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow$$

$$V(t_0) = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t_0 + b \quad t_0 = 0 \Rightarrow V(t_0) = \frac{m}{\rho} = b \Rightarrow$$

$$k = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho}; \quad b = \frac{m}{\rho} \Rightarrow$$

$$V(t) = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t + \frac{m}{\rho}$$

$$V(t_2) = kt_2 + \frac{m}{\rho} \quad (\text{используем } k \text{ и } b \text{ из предыдущих шагов})$$

$$V(t_2) = kt_2 + \frac{m}{\rho} \quad \Delta V = V(t_2) - V(t_1) = k(t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Delta V = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} (t_2 - t_1) = \frac{0,12}{100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}} \cdot \frac{0,04 \text{ м}^3}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} \cdot (50 - 40)^\circ\text{C} = \frac{0,12}{100} \cdot 10 \cdot 0,05 \text{ см}^3 = \frac{0,12}{10} \cdot 0,05 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = \frac{0,12 \cdot 50}{10} \text{ мм}^3 =$$

$$= 0,12 \cdot 5 \text{ мм}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

Л.С. — разность объемов $V(t_0)$ и $V(t_{100}) \Rightarrow$

$$Л.С. = V(t_{100}) - V(t_0) = kt_{100} - kt_0 = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t_{100} =$$

$$= \frac{0,12}{100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}} \cdot \frac{0,04 \text{ м}^3}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 0,12 \cdot 0,05 \text{ см}^3 = 0,12 \cdot 50 \text{ мм}^3 = 6 \text{ мм}^3$$

$$S = \frac{6 \text{ мм}^3}{200 \text{ мм}} = 0,03 \text{ мм}^2$$

Ответ: 1. $V(t) = \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{m}{\rho} \cdot t + \frac{m}{\rho}$; 2. $\Delta V = 0,6 \text{ мм}^3$; 3. $S = 0,03 \text{ мм}^2$

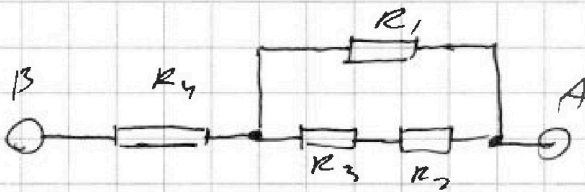


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{23} = R_2 + R_3$$

(ком-соед.)

2-3 соединены попарно
1 и 2,3, а 2 и 3 соединены
нп-соед.

$$R_{2-3} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{2 \cdot 5}}$$

$$R_{1-3} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2-3}}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2.5}} = 1 \Omega$$

$$R_{2AB} = R_4 + R_{1-3} = 5 + 5 = 10 \Omega$$

Компьютерная программа 4 и 13 работ (ком-соед.)
так как на них распределены 4 и 13 работ:

$$I_4 = I_{1-3} = I = 4 \text{ A}$$

R_4 и R_{1-3} соединены попарно по нп-соед. \Rightarrow

$$I_4 = I_{1-3} = I = 4 \text{ A} \quad \text{1 и 2-3 соединены попарно}$$

$$\Rightarrow U_1 = U_{2-3} \Rightarrow I_1 R_1 = I_{2-3} R_{2-3} \Rightarrow I_1 \cdot 5 \Omega = I_{2-3} \cdot 2.5 \Omega$$

$$I_1 = 5 I_{2-3} \quad \text{1) } I_1 + I_{2-3} = I_{1-3} = 4 \text{ A} \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{1}{6} \cdot 5 \cdot 4 = \frac{20}{6} \text{ A} = \frac{10}{3} \text{ A}$$

$$I_{2-3} = \frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3} \text{ A} \quad \text{2 и 3 соединены попарно по нп-соед.} \Rightarrow I_2 = I_3 = I_{2-3}$$

Рассчитываем мощность на каждой резисторе по формуле

$$P = I^2 R \text{ и сложим их:}$$

$$P_4 = I_4^2 R_4 = 16 \text{ A}^2 \cdot 5 \Omega = 80 \text{ A} \cdot \Omega = 80 \text{ Вт}$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \left(\frac{10}{3}\right)^2 \cdot 5 \Omega = \frac{100 \cdot 5}{9} \text{ Вт} = \frac{500}{9} \text{ Вт} = 55.56 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 5 \Omega = \frac{4}{9} \cdot 5 \text{ Вт} = \frac{20}{9} \text{ Вт}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 5 \Omega = \frac{4}{9} \cdot 5 \text{ Вт} = \frac{20}{9} \text{ Вт}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{500}{9} + \frac{20}{9} + \frac{20}{9} + 80\right) \text{ Вт} = \left(\frac{600}{9} + \frac{40}{9} + \frac{80}{9}\right) \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$+ \frac{720}{9} \text{ Вт} = \left(\frac{720 + 720}{9} \right) \text{ Вт} = 160 \text{ Вт}$$

Итак мощность каждой резистора, будем, что
капильная мощность у резистора R_2 , равна $P_{\text{min}} =$
 $= \frac{40}{9} \text{ Вт}$ (уменьшена $\frac{40}{9}$; $\frac{200}{3} = \frac{600}{9} \text{ (Вт)}$; $80 \text{ Вт} = \frac{720}{9} \text{ Вт}$)

Ответ: 1. $R_{\text{экв}} = 2 \text{ к} = 10 \text{ Ом}$; 2. $P = 160 \text{ Вт}$; 3. капильная
мощность на $2 \cdot 0,4 \text{ резисторе } (R_2)$, равна $P_{\text{min}} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$

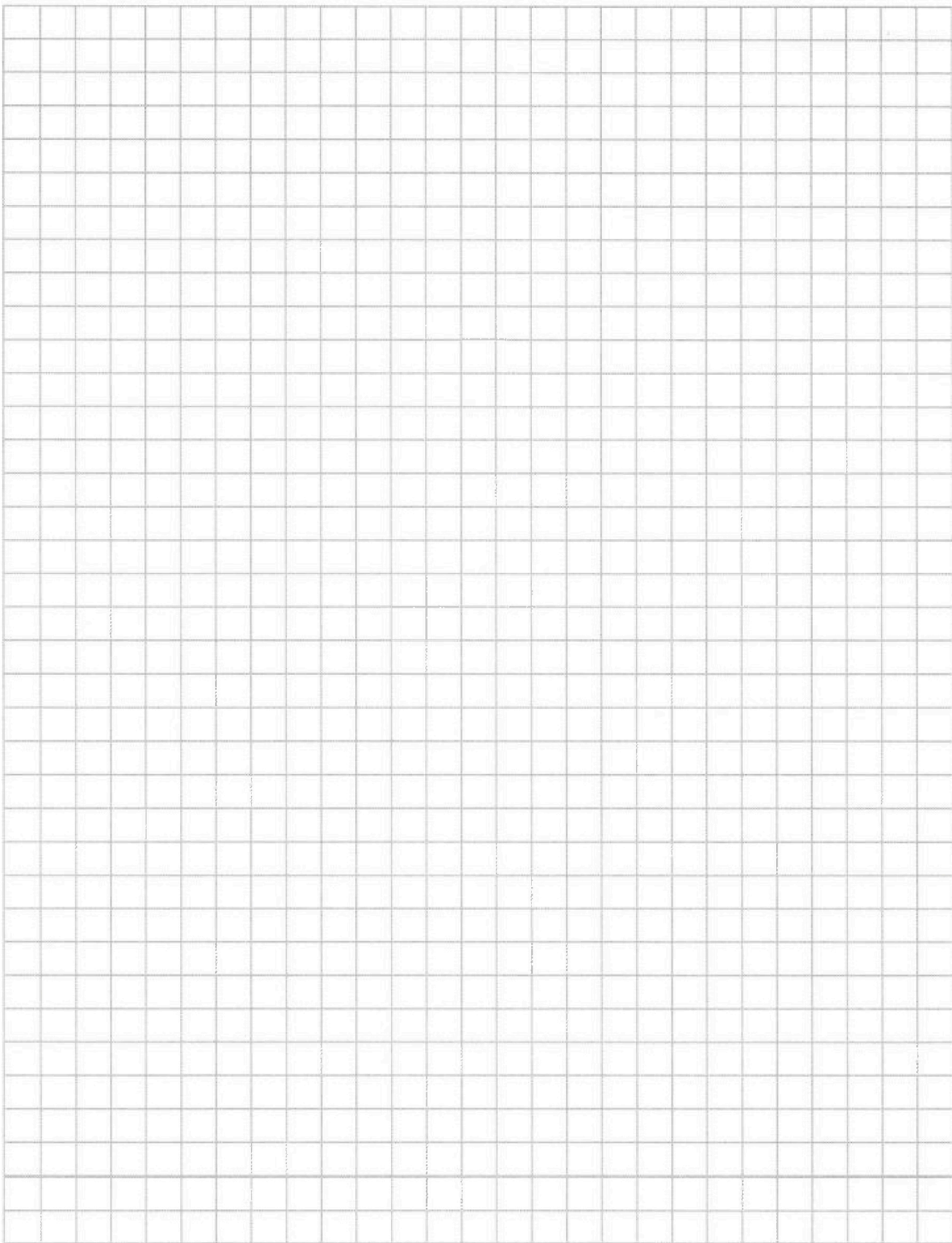


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

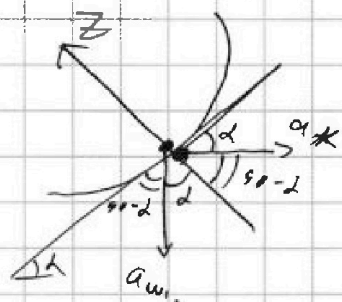
СТРАНИЦА
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновик

Рассмотрим точки касания шара и вилки. Они не обязательно образуются группой точек (прямые касания, касания, касания и т.д.) Значит ускорение шара и вилки в точке касания в направлении \perp к поверхности касания будут равны. Ускорение любой точки вилки, в т.ч. тех, которые касаются шара будет казаться по координате ускорения, равно его ускорению - a_k .

Шар движется вертикально вниз (оказавшись он не отрывается и не вылетает в сторону) \Rightarrow Его точка касания движется с тем же ускорением вниз, поэтому $a_w = a_k$.



Ускорения ускорения равны:

$$a_{kz} = a_k \cdot \cos 90^\circ - \alpha = -a_k \sin \alpha = -a_k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$a_{wz} = a_w \cdot \cos \alpha = -a_w \cdot \frac{1}{2}$$

$$a_k \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a_w \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a_w = a_k \sqrt{3} = 3g \cdot \sqrt{3}$$

$$a_w = 3g$$

Используем формулу для перемещения S по времени

$$S = \frac{v_k^2 - v_0^2}{2a}, \text{ чтобы найти скорость перед ударом о рав-во}$$

$$(V): H = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot 3g} \Rightarrow H = \frac{v^2}{6g} \Rightarrow v^2 = 6gH \quad (3)$$

С другой стороны шар имеет такую же скорость v сразу после удара и поднимется на высоту h . \Rightarrow

По той же формуле

$$h = \frac{v_k^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{-v^2}{-2g}$$

Ускорение "тормозит" шар

v_k - скорость шара-то по той высоте, которую шар достигнет v_0 - как шарик вилки - шар-то или откинет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

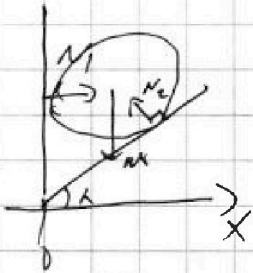
Черновик

$$h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v^2 = 2gh \quad \text{из (3): } v = 69 \text{ м/с} \Rightarrow$$

$$2gh = 69^2 \Rightarrow h = 3 \text{ м} \Rightarrow M = \frac{h}{3} = \frac{0,15 \text{ м}}{3} = 0,05 \text{ м} = 5 \text{ см}$$

Станово группа шлово, что укрепление при погубе
точно будет от, т.к. соприкасается с землей означет
что клин движется вправо от ног шлово.

Вспомогательная шлово. Вспомогательная ось X
ис параллельная направлению движения:



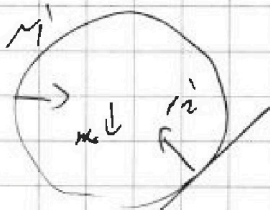
$$\text{OX: } 0 = N_1 - N_2 \sin \alpha = N_1 - F \Rightarrow$$

$$N_1 = F = \sqrt{3} mg = \sqrt{3} \cdot 0,4 \text{ т} \cdot 10 \text{ кН} = 4\sqrt{3} \text{ т}$$

При изменении угла alpha будет меняться сила F,
несмотря на что равновесие. Однако соотношение (1) и (2)
будет неизменно справедливым:

$$N_2 \sin \alpha = F; \quad N_2 \cos \alpha = mg \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow$$

$$F = mg \cdot \tan \alpha. \quad \text{Тогда получено}$$



$$N_2' \sin \alpha = \max$$

$$mg - N_2' \cos \alpha = ma_u$$

$$\sqrt{3} = \frac{a_u}{g - a_u}$$

$$3 = \frac{a_u}{g - a_u}$$

$$a_u = \frac{1}{2} g \dots$$

$$\frac{a_u \sqrt{3}}{a_u \sqrt{3} + 1} =$$

$$\frac{a_u \sqrt{3}}{a_u} = 1$$

$$\frac{a_u}{a_u} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

