



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B$ в безветренную погоду составляет $T_0=400$ с. Расстояние AB равно $S=9,6$ км.

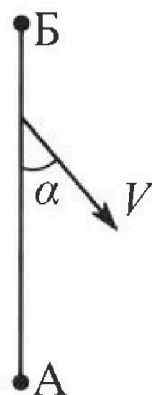
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 16$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.) таким, что $\sin \alpha = 0,6$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ максимальная? Движение аппарата прямолинейное.

4. Найдите максимальную продолжительность $T_{\max}$ полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$. Движение аппарата прямолинейное.



2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол $2\beta = 60^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до падения на площадку.

2. Найдите максимальную высоту H полета.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в момент времени $t_1 = 1$ с.

3. Клин с углом при вершине $\alpha = 30^\circ$ находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=1$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите горизонтальную силу F , которой систему удерживают в покое.

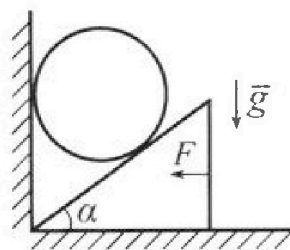
Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на $H=0,8$ м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.

2. Найдите перемещение h шара после соударения до первой остановки.

3. Найдите ускорение a клина в процессе разгона.

4. При каком значении угла α ускорение клина максимальное?

5. Найдите максимальное ускорение $a_{\max}$ клина.





Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

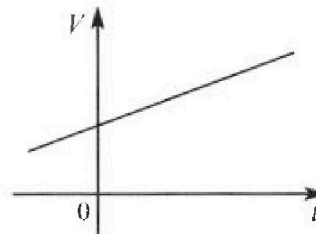
Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками $t_1 = 35^\circ\text{C}$ и $t_2 = 42^\circ\text{C}$ равно $L=5$ см. В термометре находится $m=2$ г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем ртути в $\beta = 1,018$ раза больше объема ртути при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность ртути при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 13,6$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

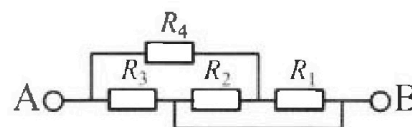


1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: m , ρ , β , t_0 , t_{100} , t .
2. Найдите приращение ΔV объема ртути при увеличении температуры от $t_1 = 35^\circ\text{C}$ до $t_2 = 42^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения $U=10$ В.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$T_0 = 400 \text{ с}$$

$$S = 9,6 \text{ км} = 9600 \text{ м}$$

$$V = 16 \text{ м/с}, \sin \alpha = 0,6$$

Найти:

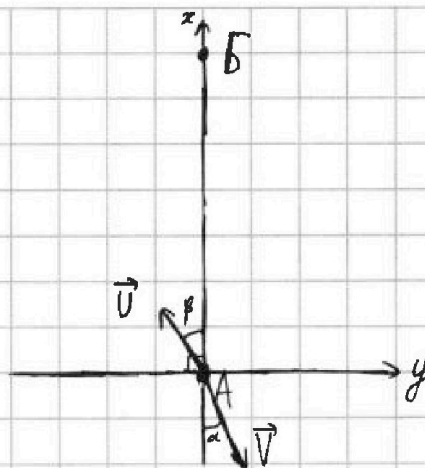
$$U = ? \quad V = 0$$

$$U = ? \quad V = 16 \text{ м/с}, \sin \alpha = 0,6$$

$$T_1 = ?$$

$$\alpha = ? \quad T_{\text{АБА}} = T_{\text{МАХ}}$$

$$T_{\text{МАХ}} = ?$$



Решение:

Рассмотрим первый случай. Аппарат с постоянной скоростью U за время T_0 проходит расстояние S . Значит,

$$U = \frac{S}{T_0} = \frac{9600 \text{ м}}{400 \text{ с}} = 24 \text{ м/с}$$

На время мгновенно перейдем в $СО$, связанную с ветром. В ней аппарат движется со скоростью $\vec{U}$, а точка $Б$ движется со скоростью $-\vec{V}$. Тогда очевидно, что аппарат движется прямолинейно, т.к. кратчайшим путем от одной точки до другой является прямая.

Вернемся в $СО$, связанную с Землей. Тогда аппарат движется со по прямой от $А$ к $Б$. Назовем ось, проходящую через $А$ и $Б$, осью x , а перпендикулярную ей — осью y . Начало координат в точке $А$ (см. рисунок).

Поскольку аппарат движется только вдоль оси x , проекция его скорости на ось y равна 0. В свою очередь, проекция скорости аппарата на ось y складывается из проекций скоростей $\vec{V}$ и $\vec{U}$ на ось y .

Пусть $\vec{U}$ направлено под углом β к оси x . Тогда,

$$0 = V \sin \alpha - U \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{V}{U} \sin \alpha$$

Тогда $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$, $\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2} \sin^2 \alpha}$. Значит, проекция скорости аппарата на ось x складывается из проекций ~~собств~~ $\vec{U}$ и $\vec{V}$ на ось x .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим эту проекцию за v_x . Тогда, $v_x = U \cos \beta - V \sin \alpha \cos \alpha$
 $= U \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2} \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$. Взяв T_1 — отношение
 расстояния S к v_x , а значит,

$$T_1 = \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{9600}{\sqrt{24^2 - 16^2 \sin^2 \alpha} - 16 \sqrt{1 - 0,36}} \cdot c =$$

$$= \frac{9600}{\sqrt{576 - 256 \cdot 0,36} - 16 \cdot 0,8} \cdot c ; 16 \cdot 0,8 = 12,8 ; 256 \cdot 0,36 = \begin{array}{r} 256 \\ \times 0,36 \\ \hline 1536 \\ + 768 \\ \hline 9216 \end{array} \Rightarrow 576 - 9216 = 483,84$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{9600}{\sqrt{483,84} - 12,8} \cdot c$$

Чтобы максимизировать T при полете $A \rightarrow B \rightarrow A$ время
 будет складываться из $\frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} + \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} + V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$, м.к.

на обратном пути со ветер в проекции на Ox сонаправлен с
 аппаратом. Тогда,

$$T = S \left(\frac{1}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} + \frac{1}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} + V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \right) = S \cdot \frac{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} \cdot 2}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha - V^2 (1 - \sin^2 \alpha)} =$$

$$= 2S \cdot \frac{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha - V^2 + V^2 \sin^2 \alpha} = 2S \cdot \frac{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2}, \text{ но } \frac{2S}{U^2 - V^2} = \text{const} \Rightarrow$$

при $T = T_{\max}$ возьмем значение выражения $\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}$ макс.
 малым, & что будет в случае, когда $\sin^2 \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0^\circ$ или $\alpha = 180^\circ$

$$T_{\max} = \frac{2S}{U^2 - V^2} \cdot \sqrt{U^2} = \frac{2US}{U^2 - V^2} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600}{576 - 256} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600}{320} = 2 \cdot 24 \cdot 30 = 1440 \text{ c}$$

Ответ: $U = 24 \text{ м/с}$; $T_1 = \frac{9600}{\sqrt{483,84} - 12,8} \text{ c}$; $\alpha = 0 + n\pi \text{ радиан}, n \in \mathbb{R}$; $T_{\max} = 1440 \text{ c}$

$$U = \frac{S}{T_0}; T_1 = \frac{S}{\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}; T_{\max} = \frac{2US}{U^2 - V^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Дано:

$$t_1 = 1 \text{ с}, t_2 = 2 \text{ с}, |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$$
$$\alpha = 60^\circ$$
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$T = ?$$
$$H = ?$$
$$v_x = ?$$

m — масса мяча

Решение:

Мяч летит по параболе, а значит $\frac{mv_x^2}{2} + mgh = \text{const} \Rightarrow v^2 + 2gh = \text{const} \Rightarrow$ Поскольку $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$, $h_1 = h_2$, где h_1 и h_2 — высоты мяча над землей в моменты времени t_1 и t_2 соответственно.

Поскольку горизонтальная составляющая скорости мяча не меняется, а значит, поскольку $v_1 = v_2$, то расстояние от высшей точки траектории до точек траектории в моменты t_1 и t_2 по горизонтали равны. Пусть горизонтальная составляющая скорости мяча равна v_x . В силу симметрии высшая точка траектории будет достигнута в момент времени $\frac{T}{2}$.

$$\text{Тогда } v_x \left(\frac{T}{2} - t_1 \right) = v_x \left(t_2 - \frac{T}{2} \right) \quad | : v_x$$

$$\frac{T}{2} - t_1 = t_2 - \frac{T}{2} \Rightarrow T = t_1 + t_2 = 3 \text{ с}$$

Заметим, что в моменты t_1 вертикальная составляющая отличается от верт скорости отличается от верт составляющей скорости в момент t_2 (как минимум, направления, т.е. сначала была вверх, потом вниз). Но модуль скорости не изменился, а значит, модуль вертикальной составляющей не изменился, т.к. горизонтальная — const.

Тогда $\alpha =$ удвоенный угол — нет Тогда $\alpha =$ удвоенный угол



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

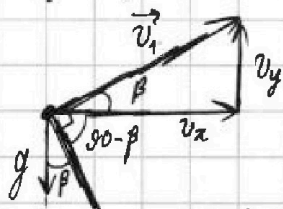
метен
менее скоростью в момент t_1 под углом β к горизонту
к горизонту. Значит, β на этот угол равен β .
Определим вертикальную составляющую скорости мяча
в момент времени t_1 (далее она будет обозначаться v_y).

$$\cancel{v_y = g(\frac{T}{2} - t_1)} \quad \frac{v_y}{g} = \frac{T}{2} - t_1 \Rightarrow v_y = g(\frac{T}{2} - t_1)$$

$$\tan \beta = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow v_x = \frac{v_y}{\tan \beta} = \frac{g(\frac{T}{2} - t_1)}{\tan \beta}$$

Заметим, что за вторую половину времени
в проекции на ось вертикаль мяч падает вниз с ускоре-
нием g , причём в момент времени $\frac{T}{2}$ вертикальная
составляющая скорости равна 0. Мяч падает с высоты H .
Тогда, $H = g \cdot \left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{gT^2}{8} = \frac{10 \cdot 9}{8} = 11,25 \text{ м}$

Для определения радиуса кривизны необходимо знать
нормальное ускорение, т.е. перпендикулярное скорости.



$$a_{\perp} = g \cos \beta \Rightarrow a_{\perp} = \frac{v_1^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_1^2}{a_{\perp}}$$

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{g^2(\frac{T}{2} - t_1)^2 \left(\frac{1}{\tan^2 \beta} + 1 \right)} = g(\frac{T}{2} - t_1) \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} + 1} = \frac{g(\frac{T}{2} - t_1)}{\cos \beta}$$

$$R = \frac{v_1^2}{a_{\perp}} = \frac{g^2(\frac{T}{2} - t_1)^2}{\cos^2 \beta \cdot g \cos \beta} = \frac{g(\frac{T}{2} - t_1)^2}{\cos^3 \beta}$$

$$= \frac{g(\frac{T}{2} - t_1)}{\sin \beta} \Rightarrow R = \frac{v_1^2}{a_{\perp}} = \frac{g^2(\frac{T}{2} - t_1)^2}{\sin^2 \beta \cdot g \cos \beta} = \frac{g(\frac{T}{2} - t_1)^2}{\cos \beta \sin^2 \beta} = \frac{10 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } T = 3 \text{ с; } H = 11,25 \text{ м; } R = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м}$$

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2}; H = \frac{gT^2}{8}; R = \frac{g(\frac{T}{2} - t_1)^2}{\cos \beta \sin^2 \beta}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$F = ?$$

$$h, a, \alpha, a_{\max} = ? \quad H = 0.8 \text{ м}$$



Решение:

На клин со стороны шара действует сила N_1 . Только она имеет горизонтальную составляющую по-
мимо F (N_1 под углом α к вертикали).

$$F = N_1 \sin \alpha.$$

Шар находится в равновесии $\Rightarrow$ по вертикали силы скомпенсированы:

$$N_1 \cos \alpha = mg \Rightarrow N_1 = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow F = mg \tan \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} H$$

Пусть ускорение шара равно a_0 . Запишем уравне-
ния сил:

$$\begin{cases} ma_0 = mg - N_1 \cos \alpha \\ ma = N_1 \sin \alpha \end{cases}$$

Нужно еще 1 уравнение.

Запомним, что шар касается верха наклонной по-
верхности клина $\Rightarrow$ Радиус шара перпендикуля-
рен ей $\Rightarrow$ Шар касается одной и той же точкой.

Пусть шар опустился на ΔH . Тогда а клин все-
гда вперед на расстояние L . Тогда расстояние между
точками соприкосновения в эти два момента рав-
но L и ΔH по горизонтали и вертикали соот-
ветственно, а значит, $\tan \alpha = \frac{\Delta H}{L}$.

Будем сравнивать начальный момент с
каждым. Тогда $\tan \alpha = \frac{a_0 t^2}{\frac{a_n t^2}{2}} = \frac{a_0}{a_n}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_1 = \frac{mg}{\sin \alpha}, \quad \cancel{ma_0 = mg - ma \operatorname{tg} \alpha} \quad ma_0 = mg - N_1 \cos \alpha =$$

$$= \cancel{mg - ma \operatorname{tg} \alpha} \quad mg - ma \operatorname{tg} \alpha$$

$$a_0 = a \operatorname{tg} \alpha = g - a \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow a \left(\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \Rightarrow a_0 = \frac{g \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \quad \left(\alpha = \frac{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{4}{3}} = \arcsin \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2 \right)$$

$$H = a_0 \frac{t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{a_0}} \Rightarrow v \text{ в момент удара}$$

упругого равна $v = a_0 \sqrt{\frac{2H}{a_0}} = \sqrt{2a_0 H} = \sqrt{2 \cdot \frac{g \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \cdot H}$

или $\frac{mv^2}{2} = mgh$, где m — масса шара $\cdot \frac{2}{m}$

$$v^2 = 2gh, \quad v^2 = \frac{2gH \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} \Rightarrow h = H \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = 0,8 \cdot \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} = 0,2 \text{ м}$$

$a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$, максимизируем это значение. Для этого нужно минимизировать $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$. Пусть $x = \operatorname{tg} \alpha$. Тогда минимизируем $x + \frac{1}{x}$.

$$\left(x + \frac{1}{x} \right)' = (x' + x^{-1})' = 1 + (-x^{-2}) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1. \text{ Значит,}$$

Поскольку $\alpha < 90^\circ$, $\alpha = 45^\circ$. Значит, $a_{\max} = \frac{g \cdot 1}{1+1} = \frac{g}{2} = 5 \text{ м/с}^2$

Ответ: $F = mg \operatorname{tg} \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} H$; $h = 0,2 \text{ м}$; $a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$

$$h = H \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = 0,2 \text{ м}; \quad a = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2; \quad \alpha = 45^\circ;$$

$$a_{\max} = \frac{g}{2} = 5 \text{ м/с}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$t_1 = 35^\circ\text{C}, t_2 = 42^\circ\text{C}, L = 5 \text{ см} = 50 \text{ мм}$$

$$m = 22$$

$$t_{100} = 100^\circ\text{C}; \beta = 1,018; t_0 = 0^\circ\text{C}$$

$$\rho(t_0) = \rho = 13,6 \text{ г/см}^3$$

Найти:

$$V(t) = ?$$

$$\Delta V = ?$$

$$S = ?$$

Решение:

$\beta = V = V_0 + \alpha t$, где V_0 — объем ртути при t_0 , α — некоторый коэффициент, а t — температура. В условии сказано, что $\frac{V(t_{100})}{V(t_0)} = \beta$, а значит,

$$\frac{V_0 + \alpha t_{100}}{V_0 + \alpha t_0} = \beta \Rightarrow V_0 + \alpha t_{100} = \beta V_0 + \alpha \beta t_0 \Rightarrow \alpha(t_{100} - \beta t_0) = (\beta - 1)V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 = \alpha = \frac{\beta - 1}{t_{100} - \beta t_0} V_0. V_0 \text{ можно вычислить как } V_0 = \frac{m}{\rho} =$$

$$= \frac{20}{136} \text{ см}^3 = \frac{5}{34} \text{ см}^3 \Rightarrow \alpha = \frac{0,018}{100} \cdot \frac{5}{34} \frac{\text{см}^3}{^\circ\text{C}} = \frac{0,09}{3400} \frac{\text{см}^3}{^\circ\text{C}} = \frac{90}{3400} \frac{\text{мм}^3}{^\circ\text{C}} =$$

$$= \frac{9}{340} \frac{\text{мм}^3}{^\circ\text{C}}, V_0 = \frac{5}{34} \text{ см}^3 = \frac{5000}{34} \text{ мм}^3 = \frac{2500}{17} \text{ мм}^3$$

$$\text{Тогда } V(t) = \frac{2500}{17} \text{ мм}^3 + \frac{9}{340} \frac{\text{мм}^3}{^\circ\text{C}} \cdot t = \frac{m}{\rho} + \frac{(\beta - 1)m}{(t_{100} - \beta t_0)\rho} t$$

$$\Delta V = V(t_2) - V(t_1) = V_0 + \alpha t_2 - V_0 - \alpha t_1 = \alpha(t_2 - t_1) =$$

$$= \frac{(\beta - 1)m}{\rho} \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_{100} - \beta t_0} = \frac{0,018 \cdot 22}{13,6 \text{ г/см}^3} \cdot \frac{7^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}} = \frac{0,018 \cdot 2 \cdot 7}{1360} \text{ см}^3 = \frac{18 \cdot 2 \cdot 7}{1360} \text{ мм}^3$$

$$= \frac{63}{340} \text{ мм}^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что это изменение объема соответствует расстоянию между отметками, умноженному на поперечное сечение, т.е. $\Delta V = SL \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{63}{340 - 50} \text{ мм}^2 =$
 $= \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$

Ответ: $V(t) = \frac{m}{\rho} + \frac{(\beta-1)m}{(t_{100}-pt_0)\rho} t$; $\Delta V = \frac{(\beta-1)m}{\rho} \cdot \frac{t_2-t_1}{t_{100}-pt_0} = \frac{63}{340} \text{ мм}^3$, $S =$
 $= \frac{63}{17000} \text{ мм}^2 \cdot \frac{(\beta-1)m}{\rho L} \cdot \frac{t_2-t_1}{t_{100}-pt_0} = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$R_1 = 5 \text{ ом}$$

$$R_2 = 20 \text{ ом}$$

$$R_3 = 10 \text{ ом}$$

$$R_4 = 6 \text{ ом}$$

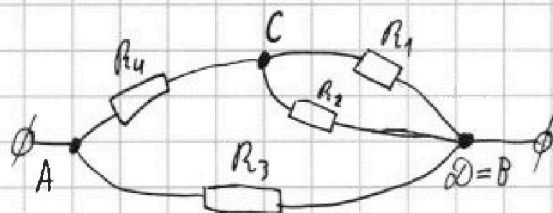
Найти:

$$R_{\text{экв}} = ?$$

$$P, P_{\text{min}} = ? U = 10 \text{ В}$$

Решение:

Пусть $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$ — потенциалы точек A, B, C, D соответственно. Заметим, что $\varphi_D = \varphi_B$, т.к. они замкнуты проводом (идеальными). Нарисуем эквивалентную схему:



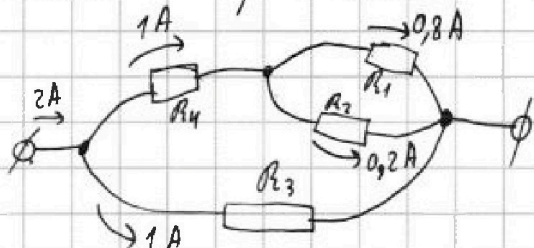
Тогда по формулам параллельных и последовательных соединений,

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_3 \left(R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} =$$

$$= \frac{10 \cdot \left(6 + \frac{5 \cdot 20}{25} \right)}{10 + 6 + \frac{5 \cdot 20}{25}} = \frac{10(6+4)}{10+6+4} = \frac{10 \cdot 10}{10+10} = 5 \text{ ом}$$

Через всю цепь течет ток $I_0 = \frac{U}{R_{\text{экв}}} = 2 \text{ А}$

Ток при параллельном соединении разделяется обратно пропорционально сопротивлениям. Укажем токи в цепи:



Тогда пусть



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда пусть P_1, P_2, P_3, P_4 — мощности, рассеивающиеся на резисторах R_1, R_2, R_3, R_4 соответственно.

$$P_i = I_i^2 R_i \Rightarrow P_1 = 0,8^2 \cdot 5 = 3,2 \text{ Вт}; P_2 = 0,2^2 \cdot 20 = 0,8 \text{ Вт}; \\ P_3 = 1^2 \cdot 10 = 10 \text{ Вт}; P_4 = 1^2 \cdot 6 = 6 \text{ Вт}. \text{ Значит, } P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 20 \text{ Вт};$$

$$\alpha \quad P_{\min} = \min(P_1; P_2; P_3; P_4) = P_2 = 0,8 \text{ Вт}$$

Ответ: $R_{\text{экв}} = 5 \text{ Ом}; P = 20 \text{ Вт}; P$ на 2-ом резисторе;

$$P_2 = P_{\min} = 0,8 \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

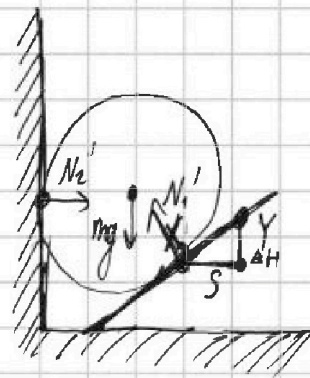
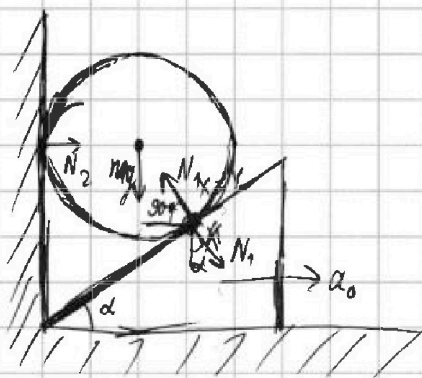
$$\begin{array}{r} 48384 : 2 \\ 24192 \\ \hline 12086 : 2 \\ 6043 \\ \hline 3021 : 2 \\ 1510 \\ \hline 755 : 2 \\ 377 : 2 \\ 188 : 3 \\ 63 : 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 320 : 24 \\ 80 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 960 : 32 \\ 30 \\ \hline \end{array}$$

$$48 \times 30 = 1440$$

$$\begin{array}{r} 1360 : 4 \\ 340 \\ \hline \end{array}$$



$$m\alpha_0 = N_1 \cos(90 - \alpha) = N_1 \sin \alpha \Rightarrow N_1 = \frac{m\alpha_0}{\sin \alpha}$$

$$\frac{\Delta H}{S} = \tan \alpha$$

$$\frac{v_m}{v_k} = \tan \alpha = \frac{\alpha_1 \cdot \frac{1}{\alpha_0}}{\alpha_0 \cdot \frac{1}{\alpha_1}} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_0 \tan \alpha$$

$$m\alpha_1 = mg - N_1 \cos \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

