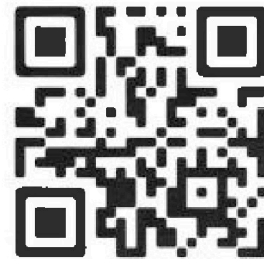




Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02



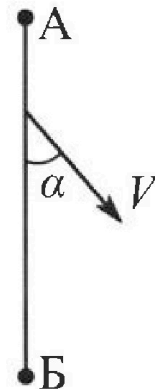
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.

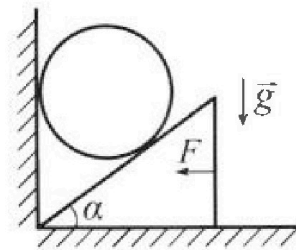


2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

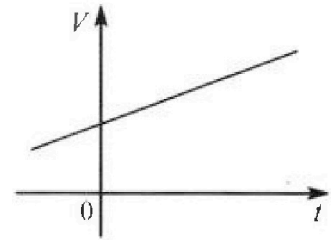


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

- Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



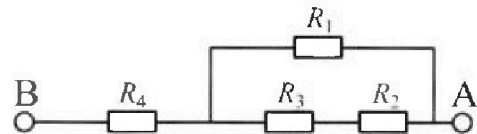
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

- Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
- Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

- Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



- Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
- На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$T_0 = 2000 \text{ с}$$

$$S = 2 \text{ км}$$

$$v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sin \alpha = 0,8$$

$$v_1 = ?$$

$$\alpha_{\min} = ?$$

$$T_{\min} = ?$$

Решение:

Для безветренной погоды:

$$v \cdot T_0 = 2 \cdot S$$

$$\Rightarrow v = \frac{2S}{T_0} = \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

т.к. \vec{v} направлена под углом α , \vec{v} пусть будет направлена под углом $\beta \Rightarrow \vec{v}_x + \vec{v}_x = 0$, чтоб его не сносило.

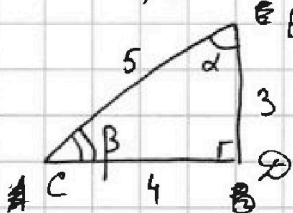
~~и не сносило~~

$$\Rightarrow -v \cdot \sin \beta + v \sin \alpha = 0$$

$$\sin \beta = \frac{v \sin \alpha}{v} = \frac{15 \cdot 0,8}{20} = \frac{3}{5}$$

$$= \frac{15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,8}{20 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{3 \cdot 15 \cdot 0,8}{20 \cdot 1} = \frac{3}{5}$$

Нарисуем треуг. 3-4-5:



\Rightarrow т.к. $\sin \angle ECB = \frac{3}{5}$, то $\angle ECB = \beta$.

т.к. $\sin \angle CEB = \frac{4}{5} = 0,8$, то $\angle CEB = \alpha$

отсюда: $\alpha + \beta = 90^\circ$ или $\beta = 90^\circ - \alpha$

$$\Rightarrow \sin \beta = \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

\Rightarrow Суммарная скорость во втором случае!

$$v \cdot \cos \alpha + v \cdot \cos \beta = v \cos \alpha + v \sin \alpha = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{3}{5} +$$

$$+ 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{4}{5} = 9 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 16 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}} = v_2 - \text{скорость}$$

в ситуации 2.

~~т.к.~~

$$T_1 \cdot v_2 = S \Rightarrow T_1 = \frac{S}{v_2} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{100 \cdot 20}{25} \text{ с} =$$

$$= 4 \cdot 20 \text{ с} = 80 \text{ с}$$

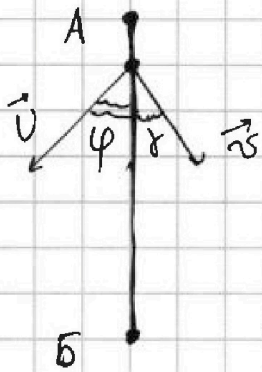


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдём $\alpha_{\min} = \gamma$ и T_{\min} .
Теперь аналогично $v \sin \gamma = v \cdot \sin \varphi$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \sin \gamma \cdot \frac{v}{u} = \sin \gamma \cdot \frac{3}{4}$$

Пусть v_1 — скорость от A к B,
 v_2 — от B к A:

$$\begin{cases} v_1 = v \cos \gamma + u \cos \varphi \\ v_2 = v \cos \gamma - u \cos \varphi \end{cases}$$

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1 \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{9}{16} \sin^2 \gamma}$$

аналогично $\Rightarrow \cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma}$

Пусть $\sin^2 \gamma = a$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{9}{16} a} \\ \cos \gamma = \sqrt{1 - a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = v \sqrt{1 - a} + u \sqrt{1 - \frac{9}{16} a} \\ v_2 = v \sqrt{1 - a} - u \sqrt{1 - \frac{9}{16} a} \end{cases}$$

$$T_{\min} = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{s}{v \sqrt{1 - a} + u \sqrt{1 - \frac{9}{16} a}} + \frac{s}{v \sqrt{1 - a} - u \sqrt{1 - \frac{9}{16} a}}$$

$$= s \cdot \left(\frac{v \sqrt{1 - \frac{9}{16} a} + v \sqrt{1 - a}}{v(1 - a) - u^2(1 - \frac{9}{16} a)} \right) = T_{\min}(a)$$

нужно минимизировать $\frac{20 \cdot \sqrt{1 - a} + 18 \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{16} a}}{\sqrt{(1 - a)(1 - \frac{9}{16} a)}}$

или $\frac{4\sqrt{1 - a} + 3\sqrt{1 - \frac{9}{16} a}}{\sqrt{(1 - a)(1 - \frac{9}{16} a)}}$

$$(v \cos \gamma + u \cos \varphi) \cdot t_1 + (v \cos \gamma - u \cos \varphi) \cdot t_2 = s \cdot 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{\rightarrow} \cdot t_1 = S \\ v_{\leftarrow} \cdot t_2 = S \\ t_1 + t_2 = T \end{cases}$$

t_1 - время полёта $A \rightarrow B$
 t_2 - время полёта $B \rightarrow A$
 T - время полёта $A \rightarrow B \rightarrow A$

$$\Rightarrow \begin{cases} (v \cos \delta + U \cos \varphi) t_1 = S & \textcircled{1} \\ (-v \cos \delta + U \cos \varphi) t_2 = S & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \cdot t_2 + \textcircled{2} \cdot t_1 = (v \cos \delta + U \cos \varphi) t_1 t_2 + (-v \cos \delta + U \cos \varphi) t_1 t_2 = S t_2 + S t_1$$

$$\Rightarrow 2v \cos \delta \cdot t_1 t_2 = S(t_1 + t_2)$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2v \cos \delta \cdot t_1 t_2}{S}; \quad \cos \delta = \frac{S(t_1 + t_2)}{2v t_1 t_2} =$$

$$= \frac{S}{2v} \cdot \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2v \cos \delta \cdot \frac{S^2}{-v^2 \cos^2 \delta + U \cos^2 \varphi}}{S} = \frac{2v S \cdot \cos \delta}{v^2 \cos^2 \delta - U^2 \cos^2 \varphi} \Rightarrow$$

\Rightarrow Нужно минимизировать:

$$\frac{\cos \delta}{9 \cos^2 \delta - 16 \cos^2 \varphi} =$$

$$\frac{\cos \delta}{9(1-16a) - 16(1-9a)} = \frac{\cos \delta}{9 - 9 \cdot 16a - 16 + 144a} =$$

$$= \frac{\cos \delta}{-7} \Rightarrow \text{Нужно макс.}$$

$$v = 15 \frac{m}{c} \sim 3 \\ U = 20 \frac{m}{c} \sim 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \cdot t_2 + \textcircled{2} \cdot t_1 = 2U \cos \varphi t_1 t_2 = S(t_1 + t_2)$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{2U \cos \varphi t_1 t_2}{S}$$

$$t_1 \cdot t_2 = \frac{S^2}{U^2 \cos^2 \varphi - v^2 \cos^2 \delta}$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{2U \cos \varphi \cdot \frac{S^2}{U^2 \cos^2 \varphi - v^2 \cos^2 \delta}}{S} =$$

$$= \frac{2U \cos \varphi \cdot S}{U^2 \cos^2 \varphi - v^2 \cos^2 \delta} - \text{min}$$

$$U \approx 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 4$$

$$v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 3$$

$$2U \cdot S = \text{const}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \varphi}{16 \cdot (1 - 9\alpha) - 9(1 - 16\alpha)} = \frac{\cos \varphi}{7} - \text{min}$$

$\Rightarrow \cos \varphi - \text{min} \Rightarrow \varphi - \text{max}$. max φ когда $\delta \text{ max}$. $\Rightarrow \delta = \alpha_{\text{max}} = 90^\circ \Rightarrow \cos \delta = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{16}$

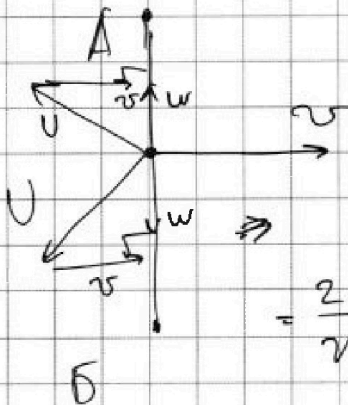
$$\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$\Rightarrow W$ - скорость движ. вдоль AB равна:

$$W = \sqrt{U^2 - v^2}$$

$$\Rightarrow T_{\text{min}} = \frac{2S}{W} = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - v^2}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{\sqrt{20^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 15^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}} = \frac{4000 \text{ с}}{\sqrt{400 - 225}} = \frac{4000 \text{ с}}{\sqrt{175}} = \frac{800 \cdot 5}{\sqrt{175}} \text{ с}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_{\text{м.}} = \frac{800 \text{ с}}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Ответ: } v = \frac{25}{10} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$T_1 = \frac{S}{v \cos \alpha + v \cos \beta} =$$

$$= 80 \text{ с}$$

$$\alpha_{\text{мин}} = 90^\circ$$

$$T_{\text{мин}} = \frac{25}{\sqrt{v^2 - v^2}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$$



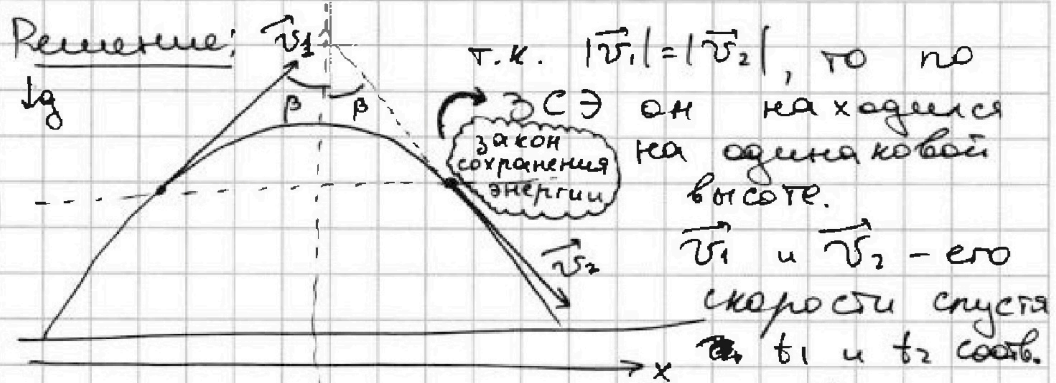
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 $t_1 = 0,5c$
 $t_2 = 1,5c$
 $2\beta = 90^\circ$
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$
 $T - ?$
 $L - ?$
 $R - ?$



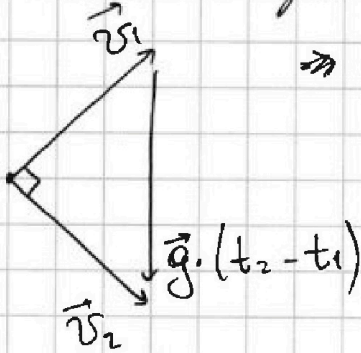
~~Направление в \vec{v}_1 и \vec{v}_2 прямое,~~
 на которых лежат \vec{v}_1 и \vec{v}_2 симметричны относительно оси симметрии параболы.

\Rightarrow можно отметить два угла по β (см. рис.).

~~\vec{v}_1 и \vec{v}_2 состав, а.к. g и t_1~~ , проекция скорости на ось Ox - константа, т.к. $\vec{g} \perp Ox$.

$\Rightarrow |\vec{v}_1| \cdot \sin \beta = |\vec{v}_1| \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = v_x$ - где v_x и есть проекция скорости на Ox .

Треугольник скоростей:



\Rightarrow Пусть $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$

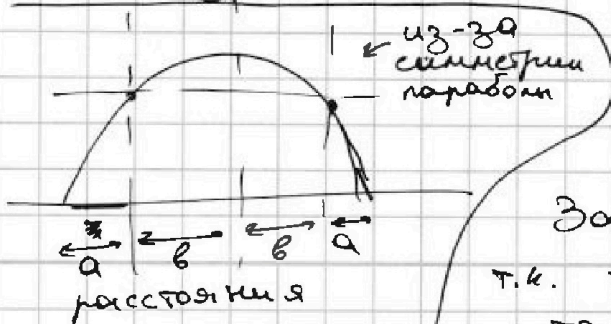
$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot v = g(t_2 - t_1)$

$$v = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot 1c}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{10}{\sqrt{2}} \frac{м}{с} = 5\sqrt{2} \frac{м}{с}$$

$$v_x = \frac{v}{\sqrt{2}} = 5 \frac{м}{с}$$

~~За t_1 с v_x пройден вдоль Ox расстояние a .~~



$\Rightarrow v_x \cdot t_1 = a = \frac{v}{\sqrt{2}} \cdot t_1 = 5 \frac{м}{с} \cdot 0,5c = 2,5м$

За $t_2 - t_1$ он пройден $2b$.
 т.к. $t_2 - t_1 = 1c = 2 \cdot t_1$, $v_x = const$,
 то $2a = 2b$, $\Rightarrow a = b = 2,5м$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$L = 2a + 2b = 2(a + b) = 10 \text{ м}$

т.к. $v_y = 0$, $v_x = \text{const}$

Радиус кривизны:

$$g = \frac{v_x^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_x^2}{g} = \frac{5^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\frac{10 \text{ м}}{\text{с}^2}} = 2,5 \text{ м}$$

Суммарное время полета - $2T$ (из-за симметрии)

$2T \cdot v_x = L$

$$\Rightarrow T = \frac{L}{2v_x} = \frac{10 \text{ м}}{2 \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 1 \text{ с}$$

Ответ: $L = 2(a + b) = 10 \text{ м}$

где $a = b = \frac{v}{\sqrt{2}} t_1 = 2,5 \text{ м}$

где $v = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$T = \frac{L}{2v_x} = 1 \text{ с}$$

где $v_x = \frac{v}{\sqrt{2}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$R = \frac{v_x^2}{g} = 2,5 \text{ м}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$m = 0,4 \text{ кг}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$F = \sqrt{3} \text{ мН}$

$\alpha = ?$

$h = ?$ $h = 0,15 \text{ м}$

$N_1 = ?$

$\alpha_{\text{max}} = ?$

$N_{\text{max}} = ?$

Решение:

P^* - вес шара на клин. (вниз)

N_k^* - сила норм. реак. опоры на клин,

N_1^* и N_2^* - на шар. (вниз)

2 З.Н. = 2-й закон Ньютона
(без звездочки сверху - будет после удаления F).

2 З.Н.: $m\vec{a} = \sum \vec{F}$

на шар: $N_2 \cdot \cos \alpha$

$O_y: 0 = \cancel{N_2 \cdot \cos \alpha} - mg$

$\Rightarrow N_2^* = \frac{mg}{\cos \alpha}$

$P^* = N_2^* \leftarrow$ 3 З.Н.

(3й закон Ньютона)

O_x на клин: $0 = P^* \cdot \sin \alpha - F$

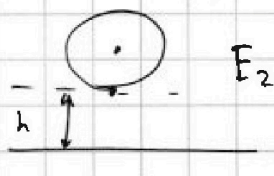
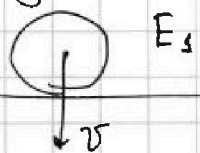
$\Rightarrow P^* \cdot \sin \alpha = \cancel{N_2^* \cdot \sin \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = mg \cdot \tan \alpha = F = \sqrt{3} \text{ мН}$

$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} \quad \alpha = 60^\circ, \text{ т.к. } \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

Теперь отпускаем F.

ЗСЭ!

пусть v -
скор. шара
в момент
соудар.



ЗСЭ = закон сохранения энергии

$\Rightarrow E_1 = E_2$

$\Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,15} = \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$= \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,15 \text{ м}} = \sqrt{10 \cdot 0,3} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

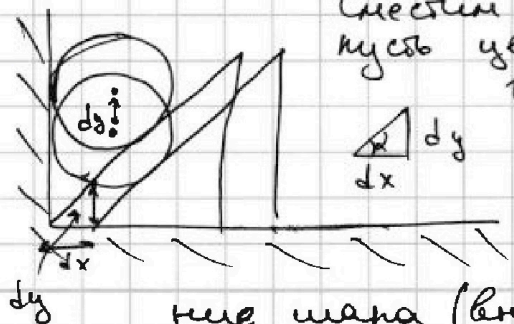
Сместим шар на малое dy . \Rightarrow клин
пусть уедет на dx .

из геом. рисунка: $\tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \sqrt{3}$

$dy = \sqrt{3} dx \quad \left| \cdot \frac{d^2}{dt^2} \right. \rightarrow a_m = \sqrt{3} a_k$

$a_m = \sqrt{3} a_k$, где a_m - ускоре-

ние шара (вниз), a_k - клина (вправо).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 З.Н.: для шара на $\begin{cases} O_y: -ma_{ш} = N_2 \cos \alpha - mg & (1) \\ O_x: 0 = N_1 - N_2 \sin \alpha & (2) \end{cases}$

для клина на $\begin{cases} O_y: 0 = N_k - mg - P \cdot \cos \alpha & (3) \\ O_x: ma_k = P \cdot \sin \alpha & (4) \end{cases}$

$P = N_2 - 3 \text{ З.Н.}$

~~$\frac{(1)}{(2)} = \frac{ma_{ш}}{ma_k} = \sqrt{3} = \frac{N_2 \cos \alpha}{N_2 \sin \alpha}$~~

$N_1 = N_2 \sin \alpha \rightarrow N_2 = \frac{N_1}{\sin \alpha} \Leftrightarrow (2)$

$ma_k = P \sin \alpha = N_2 \sin \alpha = N_1 \quad (5) \Leftrightarrow (4)$

$ma_{ш} = mg - N_2 \cos \alpha = mg - \frac{N_1}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha = mg - \frac{N_1}{\text{tg} \alpha} \quad (6)$

$\frac{(6)}{(5)} = \frac{ma_{ш}}{ma_k} = \sqrt{3} = \frac{mg - \frac{N_1}{\text{tg} \alpha}}{N_1} = \frac{mg}{N_1} - \frac{1}{\text{tg} \alpha}$

$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{\sqrt{3} + \frac{1}{\text{tg} \alpha}} = \frac{mg}{\sqrt{3} + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}} = \frac{mg}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{3mg}{2\sqrt{3}} = \frac{mg\sqrt{3}}{2}$

~~$= \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ Н} \approx 2 \cdot 1,7 \text{ Н} = 3,4 \text{ Н}$~~

$= \frac{mg}{\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{3}}{3}} = \frac{3mg}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}mg}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{4} =$

$= \sqrt{3} \text{ Н} \approx 1,7 \text{ Н}$

Т.к. ~~$\text{tg} \alpha = \frac{mg}{N_1}$~~ $N_1 = \frac{mg}{\text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha}} - \text{max}$

то $\text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha} - \text{min}$

$\Rightarrow \text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha} \geq 2 \cdot \sqrt{\text{tg} \alpha \cdot \frac{1}{\text{tg} \alpha}} = 2 \Rightarrow N_1 \leq \frac{mg}{2} =$

~~1,7 Н~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow N_{\max} = \frac{mg}{2} = \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = 2 \text{ Н}$$

N_{\max} достигается при равенстве в косинусах. $\Rightarrow \text{tg} \alpha = \frac{1}{\text{tg} \alpha} \Rightarrow \text{tg}^2 \alpha = 1 \Rightarrow \text{tg} \alpha = 1$

~~tg~~ $\alpha_{\max} = 45^\circ$

(т.к. $\alpha \geq 0$ - очевидно)

Найдём H :

$$\textcircled{1} \Rightarrow m a_m = mg - N_2 \cos \alpha = mg - \frac{N_1}{\text{tg} \alpha} = mg - \frac{\sqrt{3}}{4} mg : \sqrt{3} = \frac{3}{4} mg \Rightarrow a_m = \frac{3}{4} g$$

$$\Rightarrow \text{Время падения } t: \frac{a_m t^2}{2} = H$$

где $a_m t = v = \sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (мы находим в начале падения). $v = \sqrt{2gh}$. $\Rightarrow t = \frac{v}{a_m} = \frac{\sqrt{3}}{3/4 \cdot g} = \frac{4\sqrt{3}}{3g}$

$$= \frac{4 \cdot \sqrt{2gh}}{3g} = \frac{4 \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,15}}{3 \cdot 10} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{30} = \frac{4\sqrt{3}}{30} = \frac{4\sqrt{3}}{30} = \frac{4 \cdot 1,7}{30} = \frac{6,8}{30} = 0,227 \text{ с}$$

$$\Rightarrow H = \frac{(a_m \cdot t) \cdot t}{2} = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{v \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3g}}{2} = \frac{2v^2}{3g} = \frac{2 \cdot 3 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,2 \text{ м}$$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$

$$H = \frac{2v^2}{3g} = 0,2 \text{ м}$$

$$N_1 = \sqrt{3} H \approx 1,7 \text{ Н} = \frac{\sqrt{3} mg}{4}$$

$$N_{\max} = \frac{mg}{2} = 2 \text{ Н}$$

$$\alpha_{\max} = 45^\circ$$

где $v = \sqrt{2gh}$



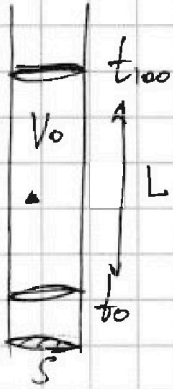
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть V_0 - объём градусника между t_{100} и t_0 .



$$\Rightarrow S \cdot L = V_0$$

$$V_0 = V(t_{100}) - V(t_0) = \frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} \cdot (t_{100} - t_0) - \frac{(\beta-1)m}{t_0 \cdot \rho} \cdot (t_0 - t_0)$$

$$= \left(\frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} \cdot (t_{100} - t_0) + \frac{m}{\rho} \right) - \left(\frac{(\beta-1)m}{t_0 \cdot \rho} \cdot (t_0 - t_0) + \frac{m}{\rho} \right)$$

$$= \frac{(\beta-1)m}{\rho} \cdot (t_{100} - t_0)$$

$$\Rightarrow S = \frac{V_0}{L} = \frac{(\beta-1)m}{\rho \cdot L} = \frac{0,12 \cdot 0,04 \text{ г}}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10 \text{ см}} =$$

$$= \frac{4,8}{80000} \cdot \text{см}^2 = \frac{3}{5000} \text{ см}^2 = \frac{3}{50} \text{ мм}^2 = 0,06 \text{ мм}^2$$

Ответ: $V(t) = \frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} \cdot (t - t_0) + \frac{m}{\rho}$

$$|\Delta V| = \frac{(\beta-1)m}{t_{100} \cdot \rho} (t_1 - t_2) = 0,6 \text{ мм}^3$$

$$S = \frac{(\beta-1)m}{\rho \cdot L} = 0,06 \text{ мм}^2$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$t_0 = 0^\circ\text{C}$$

$$t_{100} = 100^\circ\text{C}$$

$$L = 100 \text{ мм} = 0,1 \text{ м} = 10 \text{ см}$$

$$m = 0,04 \text{ г}$$

$$\beta = 1,12$$

$$\rho = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

1) $V(t)$?

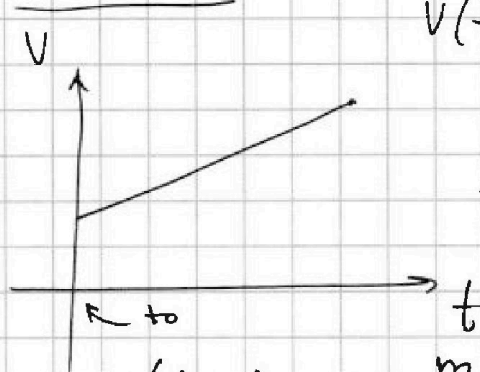
2) $t_1 = 50^\circ\text{C}$

$|\Delta V|$?

$t_2 = 40^\circ\text{C}$

3) S ?

Решение:



т.к. $V(t)$ - линейн, то

$$V(t) = k \cdot t + b$$

← коэф. наклона ← свободн. член.

$$V(t_0) = b = \frac{m}{\rho}$$

$$V(t_{100}) = \beta \cdot \frac{m}{\rho} = \frac{\beta \cdot m}{\rho}$$

$$k \cdot t_{100} + b = k \cdot t_{100} + \frac{m}{\rho}$$

$$\Rightarrow k \cdot t_{100} = (\beta - 1) \frac{m}{\rho}$$

$$\Rightarrow k = \frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho}$$

$$\Rightarrow V(t) = k \cdot t + b = \frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot t + \frac{m}{\rho}$$

~~т.к. t_0 - начало~~

т.к. ось O_V проходит через t_0 , то лучше записать так:

$$V(t) = \frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t - t_0) + \frac{m}{\rho}$$

$$|\Delta V| = V(t_1) - V(t_2) = \left(\frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t_1 - t_0) + \frac{m}{\rho} \right) - \left(\frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t_2 - t_0) + \frac{m}{\rho} \right) =$$

$$\frac{(\beta - 1) m}{t_{100} \rho} \cdot (t_1 - t_2) =$$

$$= \frac{0,12 \cdot 0,04 \text{ г} \cdot 100^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C} \cdot 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = \frac{0,12 \cdot 4 \text{ г} \cdot 100}{10 \cdot 80 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = \frac{12 \cdot 4}{1000 \cdot 80} \text{ см}^3 =$$

$$= \frac{3}{5000} \text{ см}^3 = \frac{3}{5} \text{ мм}^3 = \boxed{0,6 \text{ мм}^3}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

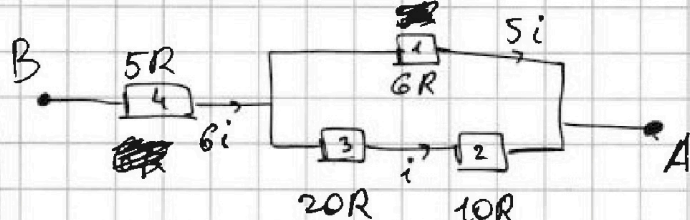
Дано:

~~5R~~
~~5R~~
 $R_1 = 1,2r$
 $R_2 = 2r$
 $R_3 = 4r$
 $R_4 = r$
 $r = 5 \text{ Ом}$
 $R_{\text{экв}} = ?$
 $I = 4 \text{ А}$
 $P = ?$
 $P_{\text{мин}} = ?$

Решение:

Пусть $R = \frac{r}{5} \Rightarrow$

$R_1 = 6R$
 $R_2 = 10R$
 $R_3 = 20R$
 $R_4 = 5R$



закон сохранения заряда

Расставим токи, с учётом ЗСЗ и ~~закон~~ сопротивлений (см. рис.), где i - ток через R_2 и R_3 . (с параллельными ветвями)

$$\Rightarrow 6i R_{\text{экв}} = 5R \cdot 6i + 5i \cdot 6R = 60iR = U \text{ (общее напряжение)}$$

$$\Rightarrow R_{\text{экв}} = 10R = 10 \cdot \frac{r}{5} = 2r = 10 \text{ Ом}$$

$$P = \frac{U^2}{R_{\text{экв}}} = \frac{R_{\text{экв}} \cdot I^2}{R_{\text{экв}}} = R_{\text{экв}} \cdot I^2 = 10 \text{ Ом} \cdot 4^2 \text{ А}^2 =$$

$I = 6i$

$= 160 \text{ Вт}$

Пусть напряжение на R_j будем называть U_j .

$U_j = U$ - общее напряжение. $U = R_{\text{экв}} \cdot I =$

$= 10R \cdot 6i = 60iR$

$U_4 = 30iR$
 $U_3 = 20iR$
 $U_2 = 0iR$
 $U_1 = 30iR$

\Rightarrow
 $P_4 =$
 $P_3 =$
 $P_2 =$
 $P_1 =$

Пусть мощность на R_j будем называть P_j .

$\Rightarrow P_1 = (5i)^2 \cdot 6R = 25 \cdot 6i^2R = 150i^2R$

$P_2 = i^2 \cdot 10R = 10i^2R$

$P_3 = i^2 \cdot 20R = 20i^2R$

$P_4 = (6i)^2 \cdot 5R = 36 \cdot 5i^2R > 100i^2R$

$\Rightarrow P_{\text{мин}} = P_2 = 10i^2R$. $P = R_{\text{экв}} \cdot I^2 = 10R \cdot (6i)^2 = 360i^2R$

$\Rightarrow P_{\text{мин}} = \frac{P}{36} = \frac{160 \text{ Вт}}{36} = \frac{40 \text{ Вт}}{9} = 4 \frac{4}{9} \text{ Вт} \approx 4,44 \text{ Вт}$

Ответ: $R_{\text{экв}} = 2r = 10 \text{ Ом}$

$P = R_{\text{экв}} \cdot I^2 = 160 \text{ Вт}$

$P_{\text{мин}} = \frac{P}{36} = 4,44 \text{ Вт} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$

на 2 резисторе.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

