



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B$ в безветренную погоду составляет $T_0=400$ с. Расстояние AB равно $S=9,6$ км.

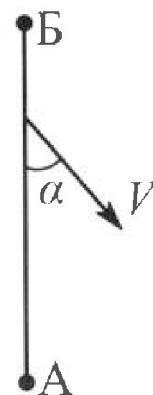
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 16$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.) таким, что $\sin \alpha = 0,6$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ максимальная? Движение аппарата прямолинейное.

4. Найдите максимальную продолжительность $T_{\max}$ полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$. Движение аппарата прямолинейное.



2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол $2\beta = 60^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до падения на площадку.

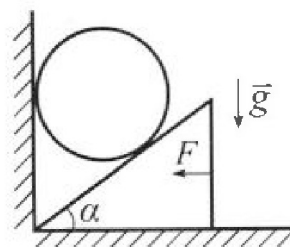
2. Найдите максимальную высоту H полета.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в момент времени $t_1 = 1$ с.

3. Клин с углом при вершине $\alpha = 30^\circ$ находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=1$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите горизонтальную силу F , которой систему удерживают в покое.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на $H=0,8$ м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.



2. Найдите перемещение h шара после соударения до первой остановки.

3. Найдите ускорение a клина в процессе разгона.

4. При каком значении угла α ускорение клина максимальное?

5. Найдите максимальное ускорение $a_{\max}$ клина.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

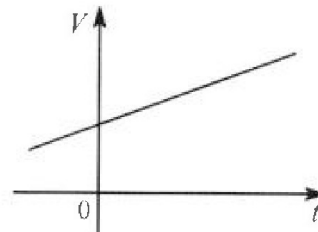
Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками $t_1 = 35^\circ\text{C}$ и $t_2 = 42^\circ\text{C}$ равно $L=5$ см. В термометре находится $m=2$ г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем ртути в $\beta = 1,018$ раза больше объема ртути при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность ртути при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 13,6$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.



2. Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: m , ρ , β , t_0 , t_{100} , t .

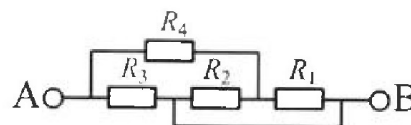
3. Найдите приращение ΔV объема ртути при увеличении температуры от $t_1 = 35^\circ\text{C}$ до $t_2 = 42^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.

4. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.

6. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения $U=10$ В.



7. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.

8. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



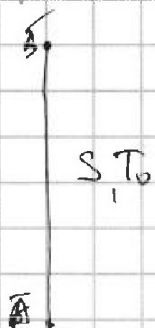
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T_0 = 400 \text{ с} \quad S = 96 \text{ км}$$



$$U = \frac{S}{T_0} = \frac{96000}{400} = 240 \text{ м/с}$$

$$V = 16 \text{ м/с} \quad \sin \alpha = 0,6 = \frac{3}{5} \quad \text{и тогда: } \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

~~$U + V = U'$~~

теперь: $U'^2 = V_{\text{доп}}^2 + V^2 - 2V_{\text{доп}}V \cos \alpha$

$$24^2 = V_{\text{доп}}^2 + 16^2 - 2 \cdot 16 \cdot V_{\text{доп}} \cdot \frac{4}{5}$$

$$V_{\text{доп}}^2 - \frac{256}{5} V_{\text{доп}} - 320 = 0 \quad V_{\text{доп}} =$$

$$S_{\text{по осм } x} = 0 \Rightarrow \cancel{U \sin \beta} = \cancel{V \sin \alpha}$$

$$\sin \beta = \frac{V \sin \alpha}{U} \quad \text{и тогда: } \cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{V \sin \alpha}{U}\right)^2} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Вот $U_{\text{по } y}$ — скорость по оси y в этой ситуации.

$$U_{\text{по } y} T_1 = S$$

$$U_{\text{по } y} = U \cos \beta - V \cos \alpha$$

$$T_1 = \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha} = \frac{6000}{3\sqrt{21} - 8} \text{ с}$$

τ — ~~В~~ $A \rightarrow B \rightarrow A$

$$\tau = \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} = \frac{2 U \cos \beta S}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\tau = \frac{2US \cos \beta}{U^2 - U^2 \sin^2 \beta + V^2 + V^2 \sin^2 \beta} = \frac{2US \sqrt{1 - \left(\frac{V \sin \alpha}{U}\right)^2}}{(U^2 + V^2) \left(1 + \frac{V \sin \alpha}{U}\right)} =$$

$$= \frac{2US \sqrt{1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}}}{U^2 - U^2 \sin^2 \beta + V^2 + V^2 \sin^2 \beta}$$

$$= \frac{2US \sqrt{1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}}}{U^2 - V^2} \rightarrow \max$$

$$\sqrt{1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}} \rightarrow \max \quad \sin^2 \alpha \rightarrow \min$$

$$\alpha = 0$$

$$T_{\max} = \frac{2US}{U^2 - V^2} = \frac{2 \cdot 24 \cdot 9600}{8^2 - 40} = 1440 \text{ c}$$

Ornbern: $U = \frac{S}{T_0} = 24 \text{ м/с};$

$$T_1 = \frac{S}{\frac{S}{T_0} \sqrt{1 - \left(\frac{T_0 V \sin \alpha}{S}\right)^2} - V \sin \alpha} = \frac{6000}{3\sqrt{2} - 8} \text{ c}$$

$$\alpha = 0;$$

$$T_{\max} = \frac{2US}{U^2 - V^2} = 1440 \text{ c.}$$

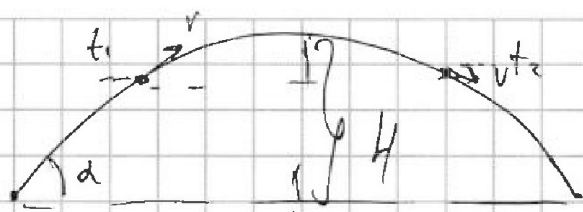


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

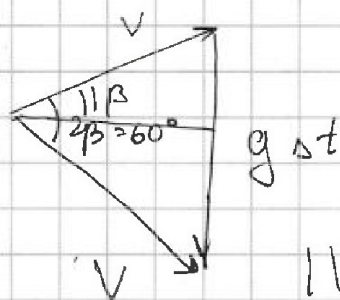
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$t_1 = 1 \text{ c} \quad t_2 = 2 \text{ c.}$$

$$\alpha = 60^\circ \quad g = 10 \text{ м/с}^2$$



$$\Delta t = t_2 - t_1$$

т.к. вект. Δv и с углом $2\beta = 60^\circ$, то

$$|\Delta v| = |g \Delta t|$$

$$|\Delta v| = |g(t_2 - t_1)|$$

положение тела в t_1 и t_2 сим. относительно вершины параболы. (т.к. одинаковые время, которое будет лететь тело до падения после момента $t_2 = t_1$)
В таком случае $T = t_1 + t_2 = 1 + 2 = 3 \text{ c}$

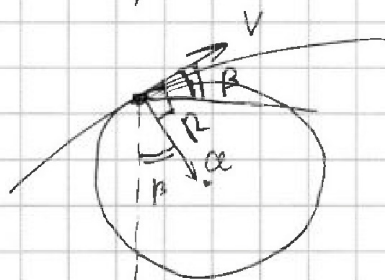
$$T_{\text{подъема}} = \frac{T}{2}$$

α — угол, под кот. пущен мунд.

$$0 = v_0 \sin \alpha - g T_{\text{под}} \quad v_0 \sin \alpha = \frac{gT}{2}$$

$$H = v_0 \sin \alpha T_{\text{под}} - \frac{g T_{\text{под}}^2}{2} = \frac{gT}{2} \cdot \frac{T}{2} - \frac{g}{2} \cdot \frac{T^2}{4} = \frac{gT^2}{8} = \frac{g(t_1 + t_2)^2}{8}$$

$$= \frac{45}{4} \text{ м}$$



угол между горизонт и $\beta = \alpha$
(из вект. Δ)

$$a = g \cos \beta$$

$$\frac{v^2}{R} = g \cos \beta$$

$$R = \frac{(g(t_2 - t_1))^2}{g \cos \beta} = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } T = t_1 + t_2 = 3 \text{ c}; \quad H = \frac{g(t_1 + t_2)^2}{8} = \frac{45}{4} \text{ м}; \quad R = \frac{(g(t_2 - t_1))^2}{g \cos \beta} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ м}$$



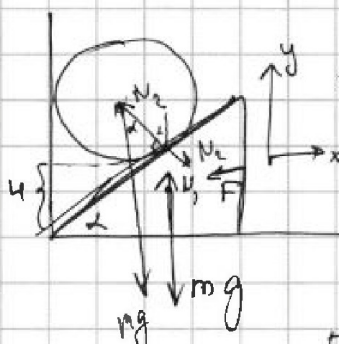
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha = 30^\circ \quad m = 1 \text{ кг} \quad g = 10 \text{ м/с}^2$$



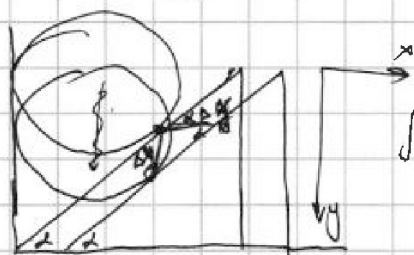
УР и $\odot$ на Oy :

$$N_2 \cdot \cos \alpha = mg$$

УР на Δ на Ox :

$$F = N_2 \cdot \sin \alpha$$

$$F = mg \tan \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ Н}$$



МДЧП.

$$\tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\Delta x \tan \alpha = \Delta y$$

$$H = \frac{ay^2}{2}$$

a_x - ускорение Δ по Ox
 a_y - ускор $\odot$ по Oy

234 на $\odot$ на Oy :

234 на Δ на Ox :

$$a_x \tan \alpha = a_y$$

$$mg - N_2 \cos \alpha = m a_y = m a_x \tan \alpha$$

$$N_2 \sin \alpha = m a_x$$

$$\frac{(-m a_x \tan \alpha + m g) \sin \alpha}{\cos \alpha} = m a_x$$

$$m g \tan \alpha = m a_x + m a_x \tan^2 \alpha$$

$$a_x = \frac{m g \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{10 \cdot 3}{\sqrt{3} / 4} = \frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$a_x = g \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha = g \cos \alpha \sin \alpha = \frac{g \sin 2\alpha}{2} \rightarrow \max$$

$\sin 2\alpha \rightarrow \max \sin 2\alpha = 1$

$$2\alpha = 90^\circ \quad \alpha = 45^\circ$$

$$a_{\max} = \frac{g \sin 90^\circ}{2} = 5 \text{ м/с}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 1) $F = mg \tan \alpha = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ Н}$

2) $a = \frac{g + g \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2$

4) $\alpha = 45^\circ$ 5) $a_{\max} = \frac{g}{2} = 5 \text{ м/с}^2$



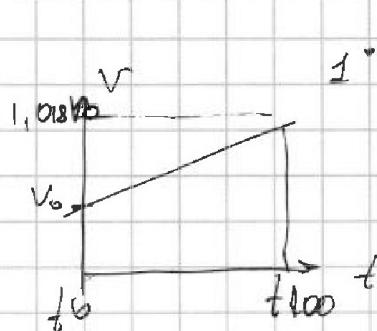
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t_1 = 35^\circ\text{C} \quad t_2 = 42^\circ\text{C} \quad L = 5 \text{ см} \quad m = 22$$

$$t_2 - t_1 = 42 - 35 = 7^\circ\text{C} \rightarrow L = 5 \text{ см}$$



$$1^\circ\text{C} \rightarrow \frac{t_2 - t_1}{L} = \frac{5}{7} \frac{\text{см}}{^\circ\text{C}}$$

$$\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$$

$$\beta = 1,98$$

$$V_0 = k(t_{100} - t_0) V_0$$

$$\beta V_0 = k(t_{100} - t_0)$$

k - коэф. н.к.п. графика.

$$k = \frac{\beta V_0}{t_{100} - t_0}$$

$$k = \frac{(\beta V_0 - 1) V_0}{t_{100} - t_0}$$

$$V(t) = \frac{\beta V_0 - 1}{\beta} t + V_0$$

$$V_0 = \frac{m}{\rho}$$

$$V(t) = \frac{m}{\rho} \frac{(\beta - 1)}{t_{100} - t_0} t + \frac{m}{\rho}$$

$$\Delta V = \frac{m}{\rho} \left(\frac{(\beta - 1) t_2}{t_{100} - t_0} - \frac{(\beta - 1) t_1}{t_{100} - t_0} \right) = \frac{218 \cdot 18}{68 \cdot 1000 \cdot 100} \cdot 7 = \frac{63}{340000} \text{ см}^3 = \frac{63}{340} \text{ мм}^3$$

$$S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{m}{\rho L} \frac{(\beta - 1)}{t_{100} - t_0} (t_2 - t_1) = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$$

$$\text{Ответ: } V(t) = \frac{m}{\rho} \frac{(\beta - 1)}{t_{100} - t_0} t + \frac{m}{\rho}$$

$$\Delta V = \frac{m}{\rho} \frac{(\beta - 1)}{t_{100} - t_0} (t_2 - t_1) = \frac{63}{340} \text{ мм}^3$$

$$S = \frac{m}{\rho L} \frac{(\beta - 1)}{(t_{100} - t_0)} (t_2 - t_1) = \frac{63}{17000} \text{ мм}^2$$

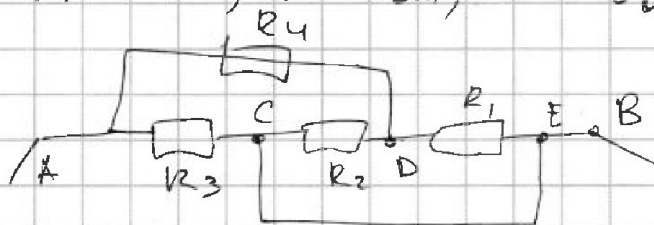


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

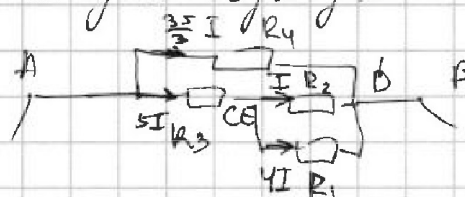
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R_1 = 5 \text{ Ом}, R_2 = 20 \text{ Ом}, R_3 = 10 \text{ Ом}, R_4 = 6 \text{ Ом}$$



Решение: перерисуем схему; у C и E равные потенциалы $\Rightarrow$ их можно соединить в одну точку.



посчитаем $R_{\text{экв}}$.

$$R_{\text{экв}} = \frac{(R_2 R_1 + R_3) R_4}{R_2 + R_1} =$$

$$\frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} + R_3 + R_4$$

$$= \frac{(5 \cdot 20 + 10) \cdot 6}{4 + 10 + 6} =$$

$$= \frac{20 \cdot 3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{21}{5} \text{ Ом}$$

$$U = 10 \text{ В.}$$

$$P = UI = \frac{U^2}{R_{\text{экв}}} = \frac{100 \cdot 5}{21} = \frac{500}{21} \text{ Вт}$$

Расставим токи на схеме с учетом ЗСЗ

$$P_4 = \left(\frac{35}{3} I + 5I \right) R_4 = U \cdot I \quad \frac{50}{3} \cdot \frac{21}{5} I = 10$$

$$I = \frac{1}{7} \text{ А}$$

$$P_1 = 16 I^2 R_1 = \frac{16 \cdot 5}{49} = \frac{80}{49} \text{ Вт}$$

$$P_2 = I^2 R_2 = \frac{20}{49} \text{ Вт}$$

$$P_3 = 25 I^2 R_3 = \frac{25 \cdot 10}{49} = \frac{250}{49} \text{ Вт}$$

$$P_4 = \frac{35^2}{38 \cdot 49} \cdot 6 = \frac{1225 \cdot 2}{3 \cdot 49} \text{ Вт}$$

P_2 единств. $< 1 \Rightarrow$
он наименьший



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Ответ: 1) } R_{\text{экв}} = \frac{(R_2 R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} P_4 = \frac{21}{5} \text{ Вт}$$

$$2) P = \frac{U^2}{R_{\text{экв}}} = \frac{500}{21} \text{ Вт}$$

$$3) P_{\text{мин}} = P_2 = \left(\frac{U}{R_2 + 50} \right)^2 R_2 = \frac{20}{49} \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & 9600 \cdot 3 = 4800 \cdot 3 \\ & \frac{9600}{2} + \frac{4800}{2} \\ & 4800 + 2400 = 7200 \\ & \frac{9600}{12} = 800 \end{aligned}$$

$$\frac{S}{u-v} + \frac{S}{u+v} = \frac{Su + Sv + Su - Sv}{u^2 - v^2} = \frac{2Su}{u^2 - v^2}$$

$$S = 30 \quad u = 2 \quad v = 1$$

$$\frac{30}{2} + \frac{30}{2} = 40$$

$$\frac{2 \cdot 30}{2} = 30$$

$$\frac{1}{2} \cdot 480 = 240$$

$$2 \cdot 240 = 480$$

$$12 \times 120 = 1440$$

$$12 \times 120 = 1440$$

$$1440$$

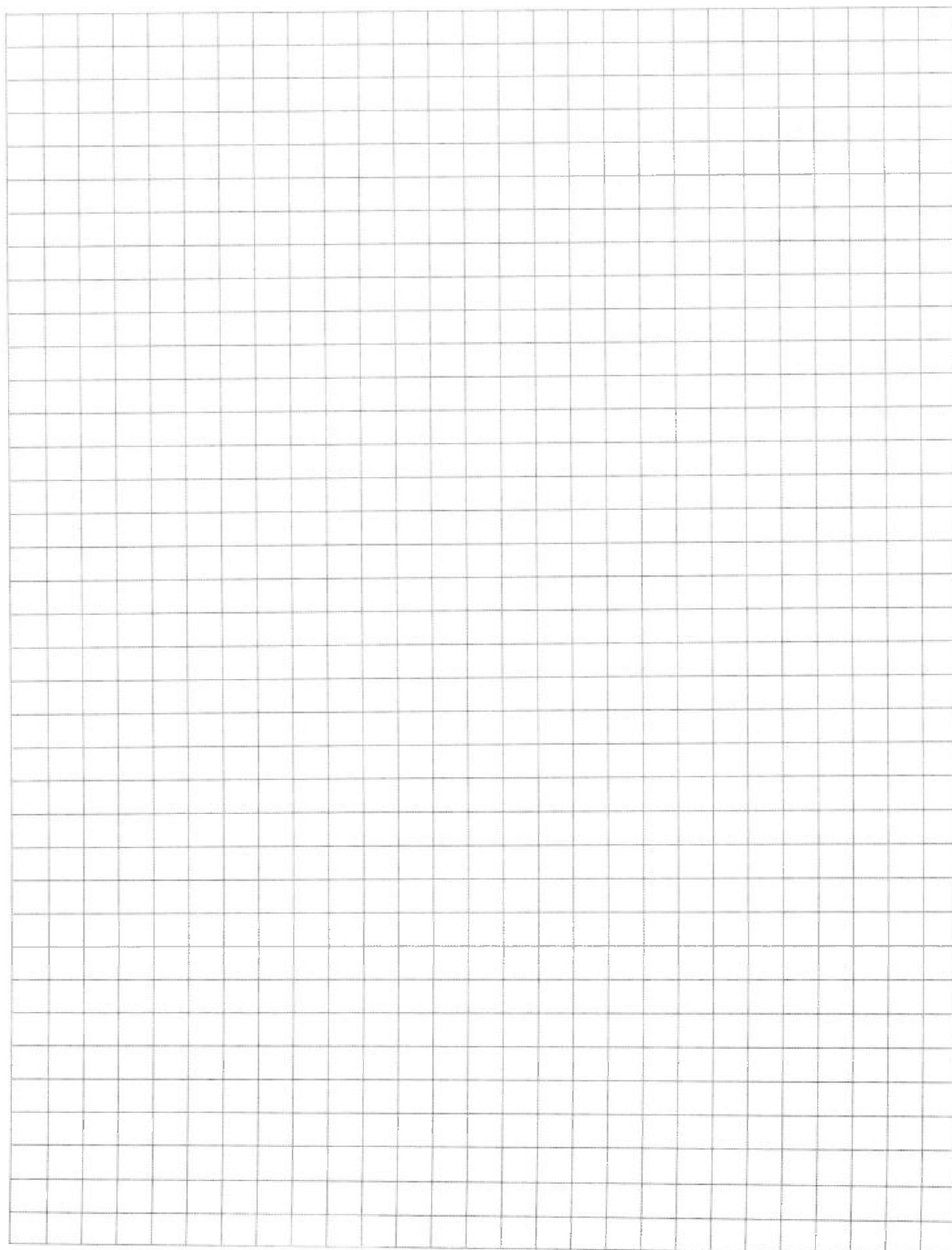


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper, featuring various mathematical calculations and diagrams.

Top Left: A small diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $10.25 \cdot \frac{8}{4+2} = 10.25 \cdot \frac{8}{6} = 13.67$.

Top Center: A calculation: $2.24 \cdot 9600 = 21408$. Below it, a diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them.

Top Right: A diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $181 \cdot \frac{8}{10} = 144.8$.

Middle Left: A diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $90/8 = 45/4$.

Middle Center: A diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $48 \cdot 9600 = 460800$.

Middle Right: A diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $1200 \cdot \frac{8}{10} = 960$.

Bottom Left: A diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $100 \cdot \frac{8}{10} = 80$.

Bottom Center: A diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $3 \cdot 4800 = 14400$.

Bottom Right: A diagram showing a vector u and a vector v with a right angle between them. Below it, a calculation: $128 \cdot \frac{8}{10} = 102.4$.

