



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$ , двенадцатый член равен  $2 - x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 6} - \sqrt{3 - x - 2z} + 7 = 2\sqrt{y - 3x - x^2 + z}, \\ |y + 2| + 2|y - 18| = \sqrt{400 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p + 4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

Пусть ч.ч.  $(b_n) = b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$ .

Тогда  $b_{10} = b_9^2 = \sqrt{(25n+34)(3n+2)}$ ,  $b_{12} = b_9^4 = 2-n$ ,

$b_{18} = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}} = b_9^{17}$ . В таком случае выразим  $b_9^{17}$  двумя способами:

$$b_9^{17} = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}}$$

$$b_9^{17} = b_9^9 \cdot b_9^8 = \sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^8$$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}} \cdot \begin{cases} (25n+34)(3n+2) > 0 \\ \frac{25n+34}{(3n+2)^3} > 0 \end{cases}$$

$3n+2 \neq 0$ , т.к. иначе н.ч. не имеет смысла

$25n+34 \neq 0$ , иначе  $b_9^9 = 0$ ,  $b_9^{11} = 0$ ,  $2-n = 0$  и  $n=2$

но  $n=2$  не корень уравнения  $25n+34$ .

Тогда либо  $25n+34$  и  $3n+2$  больше нуля, либо меньше нуля.

(I)  $\begin{cases} 25n+34 > 0 \\ 3n+2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n > -\frac{34}{25} \\ n > -\frac{2}{3} \end{cases}$

$n > -\frac{2}{3}$

$$\sqrt{(25n+34)(3n+2)} \cdot q^8 - \sqrt{\frac{25n+34}{(3n+2)^3}} = 0$$

$$\sqrt{25n+34} \left( \frac{\sqrt{(3n+2)^9} \cdot q^8 - 1}{\sqrt{(3n+2)^3}} \right) = 0$$

т.к.  $25n+34 \neq 0$ , то

$$\sqrt{(3n+2)^9} \cdot q^8 - 1 = 0$$

$$(3n+2)^2 \cdot q^8 - 1 = 0$$

$$((3n+2)q^4 - 1)((3n+2)q^4 + 1) = 0$$

$$q^4 = \frac{1}{3n+2}$$

$q^4 = \frac{-1}{3n+2}$  - т.к.  $3n+2 > 0$ , то  $q^4 < 0$ , этого быть не может

$$q^4 = \frac{1}{3n+2} \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{3n+2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N1$  (през-ия)

Теперь посмотрим на  $bq'' = 2 - x$

$$bq'' = bq^9 \cdot q^2 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2 - x, \quad x \text{ отсюда } x/2 \leq 2, \quad x \in \left(-\frac{2}{3}; 2\right]$$

$$1) \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}} = 2 - x \quad x \in \left(-\frac{2}{3}; 2\right]$$

$$\sqrt{25x+34} = 2 - x$$

$$25x+34 = 4 - 4x + x^2$$

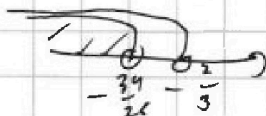
$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases} \quad \text{ни тот, ни другой корень не входит в } \left(-\frac{2}{3}; 2\right], \text{ корней нет}$$

$$2) \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3x+2}}\right)^2 = 2 - x, \quad \text{если при возведении в квадрат}$$

$$\textcircled{II} \begin{cases} 25x+34 < 0 \\ 3x+2 < 0 \end{cases} \begin{cases} x < -\frac{34}{25} \\ x < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$x < -\frac{34}{25}$$



$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} q^8 - \frac{\sqrt{25x+34}}{\sqrt{3x+2}} = 0$$

$$\sqrt{-(25x+34)} \cdot \left( \frac{\sqrt{-(3x+2)^9} q^8 - 1}{\sqrt{-(3x+2)^9}} \right) = 0 \quad 25x+34 \neq 0, \text{ то}$$

$$\begin{cases} \sqrt{-(3x+2)^9} q^8 - 1 = 0 \\ \sqrt{-(3x+2)^2} q^8 - 1 = 0 \\ \sqrt{-(3x+2)^2} q^8 - 1 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} (-3x+2) q^9 - 1 = 0 \\ (-3x+2) q^9 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$q = \pm \frac{1}{\sqrt{-(3x+2)^9}}$$

т.е.  $3x+2 < 0$ , то корней нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Или (ураг-че 2)  
Иногда считаем на  $bq'' = 2 - x$

$$bq'' = bq^9 \cdot q^2 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2 - x, \quad x \leq 2, \quad x < -\frac{34}{25}$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{-(3x+2)}} = 2 - x$$

*разные знаки у нас  
или q = берем от нас это  
уравнение*

$$\sqrt{-(25x+34)} \cdot \sqrt{-(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{-(3x+2)}} = 2 - x$$

$$\sqrt{-(25x+34)} = 2 - x$$

$$25x - 34 = 4 - 4x + x^2$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

оба корня подходят под  $\text{D}$ ,  $x < -\frac{34}{25}$

Ответ:  $x = -2, -19$  Проверка:

$$\text{I) } x = -2 \Rightarrow q = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{-(3 \cdot (-2) + 2)}} = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{-(-4)}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b_{12} = 2 - x = 2 + 2 = 4 = b_1 \cdot q^{11}$$

$$4 = \left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{11} \cdot 4 = b_1 \cdot \left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{11} \quad b_1 = \pm 4 \cdot (\sqrt{2})^{11}$$

$$\text{Подставляем во в.ч. } (b_n) \quad b_1 = 4 \cdot \sqrt{2}^{11} = 4 \cdot \sqrt{2}^{10} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 2^5 \cdot \sqrt{2} = 128\sqrt{2}$$

$q = \frac{1}{\sqrt{2}}$  в м.к. не совсем уместно

$$b_{16} = 128\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}^{15}} = \frac{128}{2^4} = 2^3 = 8$$

$$\sqrt{(250+34)(-4)^2} = \sqrt{4 \cdot 16 \cdot 4} = 8 \quad \text{II)$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{-16}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{16}{64}} = \frac{1}{2} = 128\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}^{19}}$$

$$\text{II) } x = -19 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt[4]{-(3 \cdot (-19) + 2)}} = \frac{1}{\sqrt[4]{55}}$$

$$b_1 \cdot q^{11} = 2 + 19 = 21$$

$$b_1 = \frac{21}{\sqrt[4]{55}^{11}}$$

тоже подходит  
м.к.  $b_{10} = 21 \cdot \sqrt[4]{55}^2$

$$b_{18} = 21 \cdot \sqrt[4]{55}^2$$

Ответ:  $x = -2, -19$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z^2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases} \quad \text{N 2}$$

Рассмотрим второе уравнение и рассмотрим разные случаи  $y$

$$\textcircled{I} y \geq 18 \Rightarrow y+2 > 0, y-18 > 0$$

$$y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 = \sqrt{400-z^2} \quad \text{Заметим, что л.ч. больше или}$$

равна 20, т.е.  $3y > 54 \Rightarrow 3y-34 > 20$

правая же часть меньше или  $\in [0; 20]$ , т.е.

$$400-z^2 > 0 \Rightarrow z^2 < 400 \Rightarrow z \in [-20; 20] \text{ и } \sqrt{400-z^2} > 0$$

$$400-z^2 \leq 400, \text{ т.е. } -z^2 \leq 0, \text{ т.е. } \sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20$$

л.ч.  $\in [20; +\infty)$ , л.ч.  $\in [0; 20]$ , равенство возможно только

$$\text{при выполнении только если } \begin{cases} 3y-34=20 \Rightarrow y=18 \\ \sqrt{400-z^2}=20 \Rightarrow z=0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}, \quad \begin{matrix} x \geq -6 \\ x \leq 3 \end{matrix} \Rightarrow x \in [-6; 3]$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

Пусть  $\sqrt{x+6} = a$ ,  $\sqrt{3-x} = b$ , при этом  $a^2 + b^2 = x+6 + 3-x = 9$ , тогда

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a - b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab$$

$$-a(1-b) = b-7 \quad \text{или} \quad (a^2 + b^2 - 2ab) + a - b - 2 = 0$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0, \text{ пусть } c = a-b, \text{ тогда}$$

$$c^2 + c - 2 = 0$$

$$\begin{cases} c=1 \\ c=-2 \end{cases}$$

$$\textcircled{II} a+b \neq 1 \Rightarrow a-b+7 \neq 2ab$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4$$

$$x+18-3x-x^2 = 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 (продолжение)

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(I)  $a - b = 2$

$$a - b + 7 = 2ab \quad 5 = 2ab$$

$$2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 5$$

$$4(18 - 3x - x^2) = 25$$

$$-4x^2 - 12x + 72 = 25$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 144 + 752 = 896$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{896}}{8} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{46}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{46}}{2}$$

Все корни входят в отрезок  $[-6; 3]$

Ответ:  $\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 18; 0\right)$ ,  $\left(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; 18; 0\right)$ ,  $\left(\frac{-3+\sqrt{46}}{2}; 18; 0\right)$ ,  $\left(\frac{-3-\sqrt{46}}{2}; 18; 0\right)$

(II)  $y \in [0; 2; 18]$

$$y + 2 > 0 \quad y - 18 < 0$$

$$y + 2 - 2y + 36 = \sqrt{400 - 2^2}$$

$$-y = \sqrt{400 - 2^2} - 38$$

$$y = 38 - \sqrt{400 - 2^2}$$

$y < 18$ , т.к.  $38 - \sqrt{400 - 2^2} < 18$

но  $\sqrt{400 - 2^2} < 20$   
 $38 - \sqrt{400 - 2^2} > 18$   
корней нет

(III)  $y < -2$

$$y + 2 < 0 \quad y - 18 < 0$$

$$-y - 2 - 2y + 36 = \sqrt{400 - 2^2}$$

$$-3y = \sqrt{400 - 2^2} - 34$$

$$y = \frac{34 - \sqrt{400 - 2^2}}{3}$$

$$34 - \sqrt{400 - 2^2} > 0, \text{ т.к.}$$

но  $y < 0$ ,  $\sqrt{400 - 2^2} \in [0; 20]$ ,  
противоречие, корней нет

Ответ:  $\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 18; 0\right)$ ,  $\left(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; 18; 0\right)$ ,  $\left(\frac{-3+\sqrt{46}}{2}; 18; 0\right)$ ,  $\left(\frac{-3-\sqrt{46}}{2}; 18; 0\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13

$$p \cos(3\pi) + 6 \cos(2\pi) + 3(p+1) \cos \pi + 10 = 0$$

По формулам двойного и тройного угла

$$\cos(3\pi) = 4 \cos^3 \pi - 3 \cos \pi$$

$$\cos(2\pi) = 2 \cos^2 \pi - 1$$

То

$$p(4 \cos^3 \pi - 3 \cos \pi) + 6(2 \cos^2 \pi - 1) + (3p+12) \cos \pi + 10 = 0$$

$$\cos^3 \pi (4p) + \cos^2 \pi (12) + \cos \pi (3p - 3p + 12) + 10 - 6 = 0$$

$$p \cos^3 \pi + 3 \cos^2 \pi + 3 \cos \pi + 1 = 0 \quad \text{Пусть } \cos \pi = y, y \in [-1; 1]$$

$$p y^3 + 3 y^2 + 3 y + 1 = 0$$

$$(p-1) y^3 + (y+1)^3 = 0$$

$$\text{I) } p=1 \Rightarrow (y+1)^3 = 0 \quad y = -1 \quad \cos \pi = -1 \quad \pi = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{II) } p \neq 1$$

применим формулу суммы кубов

$$\left(\sqrt[3]{p-1} y + y+1\right) \left(\sqrt[3]{p-1} y^2 - \sqrt[3]{p-1} y(y+1) + (y+1)^2\right) = 0$$

3-я скобка не равна 0, т.к.  $y \neq -1$ , иначе  $p=1$ , а этот случай рассмотрели. Тогда можно поделить на  $\sqrt[3]{p-1} (y+1)^2$  и получить

$$\left(\frac{\sqrt[3]{p-1} y}{y+1}\right)^2 - \frac{\sqrt[3]{p-1} y}{y+1} + 1 = 0, \text{ а если}$$

$$z = \frac{\sqrt[3]{p-1} y}{y+1}, \text{ то } z^2 - z + 1 = 0 \text{ не имеет корней}$$

$$\text{Можно } \sqrt[3]{p-1} y + y+1 = 0 \quad y(\sqrt[3]{p-1} + 1) = -1$$

$$\text{Если } \sqrt[3]{p-1} + 1 = 0 \Rightarrow p-1 = -1 \quad p=0, \text{ то}$$

$$3y^2 + 3y + 1 = 0 \quad D = 9 - 12 < 0, \text{ корней нет}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3 (през-че)

Значит  $p \neq 0$  и можно поделить на  $\sqrt[3]{p-1}+1$ :

$$y = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \in [-1; 1]$$

$$-1 \leq \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \leq 1$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1}+1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{p-1}+1 \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1} \geq 0 \\ \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-1 \geq 0 \\ p-1 \leq -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \geq 1, p \neq 1 \\ p \leq -7 \end{cases}$$

, т.е.  $\forall p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

будем решать  $y = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}$

$\cos x = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}$ , т.к. н.ч.  $\in [-1; 1]$ , то

$x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

При  $p=1$  ~~мы не отвечаем~~, поэтому ответ ~~имеет~~ то не совсем точно

можно заметить в другом виде:

Ответ: при  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$  уравнение имеет решения вида  $x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Дано:  $\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$

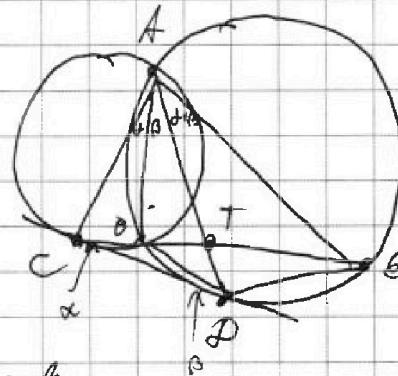
одн. кас. в м.с.  $P$

$CB \cap \omega_2 = B, E$

$AD \cap CE = T$

$CT : TE = 7 : 20$

$CD : CP = ?$



Решение: Пусть  $\angle BCD = \alpha$ ,  $\angle BPC = \beta$

Тогда  $\angle EBP = \alpha + \beta$ , как внешний и  $\angle EAP$  равен ему

т.е.  $\alpha + \beta$ , как диаметр. на ту же дугу  $PE$   $\omega_2$

$\angle C = \angle BCD = \angle BAC$ , как угол между кас. и хордой

аналогично  $\beta = \angle BPC = \angle BAP$

Т.е.  $\angle CAT = \angle CAB + \angle PAB = \alpha + \beta = \angle TAE$ , т.е.

$\angle CAT = \angle TAE = \alpha + \beta$  и  $AT$  — диаметр в  $\triangle CAE$ .

То  $CB$  — бы диаметр и  $\frac{AC}{AE} = \frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$

Пусть радиусы  $\omega_1$  и  $\omega_2$  равны соответственно  $R_1$  и  $R_2$ , то

в  $\triangle CBA$  по следств. т. синусов

$\frac{AC}{\sin \angle CBA} = 2R_1$ , и в  $\triangle ABE$ :  $\frac{AE}{\sin \angle ABE} = 2R_2$ , заметив что

$\angle ABE + \angle CBA = \pi$

на углы  
напротив  
лежащих.

$$\frac{AC}{AE} \cdot \frac{\sin \angle ABE}{\sin \angle CBA} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{20}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4 (проект - ие)

$$\text{В } \triangle ABC \text{ по т. синусов } \frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R_1, \quad \angle BAC = \alpha$$

$$\text{В } \triangle BAP \text{ по т. синусов } \frac{BP}{\sin \angle BAP} = 2R_2, \quad \angle BAP = \beta$$

поделив одно на другое, получим, что

$$\frac{BC}{BP} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{20} \quad \text{①}$$

Кроме того, в  $\triangle BCP$  по т. синусов  $\frac{BP}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{BP}{BC} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 1$  ②

Перемножим ① и ②:

$$\frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = \frac{7}{20} \Rightarrow \left| \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right| = \sqrt{\frac{7}{20}}, \quad \text{синусы } > 0 \text{ при } \alpha, \beta \in (0; \pi), \text{ то}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{7}{20}}$$

Заметим, что  $\angle CEP = \angle BPC = \beta$  как угол между хордой и касательной, то в  $\triangle CPE$  по т. синусов

$$\frac{CP}{\sin \beta} = \frac{PE}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{EP}{CP} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{20}{7}} = CE:EP:CP$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



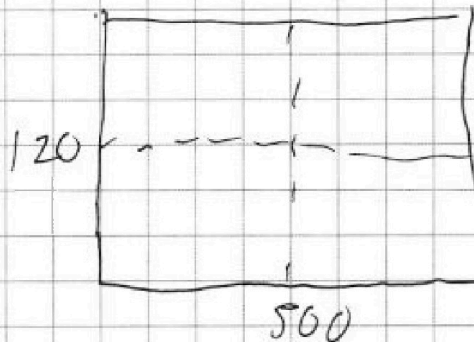
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NS

с 8 зигур. клеткам  
Пусть прямоугольн-ки вида А, если  
он образован из 4 сим-ий,  
вида В, если он сим-ен относительно  
верт. ср. лин., и вида С, если  
сим-ен относительно горизонт. ср. лин.  
Найдём число прямоугольн-ов вида А.



Разобьём клеточки на пары сим-ых относительно центра.  
Всего клеток  $500 \cdot 120$ , пар -  $\frac{500 \cdot 120}{2}$ . Тогда если  
прямоуг. А, то в нём 4 пары клеток, т.е. таких  
прямоуг-ов  $C_{\frac{500 \cdot 120}{2}}^4$ .

Аналогичное кол-во прямоугольн-ов вида В и С (там тоже 4 пары).

При этом, считая эти случаи и получая  $3 \cdot C_{\frac{500 \cdot 120}{2}}^4$ ,

мы считаем все прямоугольн-ки, вида только А, В или С  
по одному разу. При этом, если прямоугольн-ик

относительно 2 видов, то он сразу трёх видов А, В и С.

Это так, поскольку клетки можно разбить на четыре

из сим-ых, и осесим-ых. Если прямоугольн-ки вида А, В, или

А, С, или В, С, то и одна из клеток четверки закраше-

на, то и все четыре закрашены и прямоугольн-ик получается



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5 (проб-ие)

Постановка, считав  $3 \binom{500 \cdot 120}{2}$ , случаям, когда

прямоугольникам сразу трёх видов подсчитаны по трём  
(т.е. прямоугольникам вида А, вида В, вида С, либо сразу и А, и В, и С)  
раз и когда по два из них уберётся

А разбив прямоугольнички на  $\frac{500 \cdot 120}{4}$  четверти осей и  $\frac{500 \cdot 120}{4}$  сим-етр.  
в нём даётся дырка  $\frac{500 \cdot 120}{4}$  закрыта, тогда их две трёх видов, т.е.

таких прямоугольничков  $2 \binom{500 \cdot 120}{4}$

И всего прямоугольничков симметричных  $3 \binom{500 \cdot 120}{2} -$

$$- 2 \binom{500 \cdot 120}{4} =$$

$$\text{Ответ: } 3 \binom{500 \cdot 120}{2} - 2 \binom{500 \cdot 120}{4}$$

$$= 3 \cdot \binom{500 \cdot 120}{2} - 2 \binom{500 \cdot 120}{4}$$

$$\text{Ответ: } 3 \binom{500 \cdot 120}{2} - 2 \binom{500 \cdot 120}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $(a-c)(b-c) = p^2$ ,  $p$  - простое

Ⓘ  $b-c = p^2$ ,  $a-c = 1$ , тогда если вычитать из первого второе, получим

$$b-a-c+c = p^2 - 1$$

$$b-a = (p-1)(p+1)$$

если  $p \neq 3$ , то  $p \not\equiv 3 \pmod{3}$  т.к.  $p$  - простое. Но тогда

либо  $p-1 \equiv 3$ , либо  $p+1 \equiv 3$  и  $b-a \equiv 3$ . Значит это возможно только если  $p=3$  и

$$b-c = 9 \quad a-c = 1 \quad \Rightarrow \quad -c = 1-a \quad \text{и} \quad b+1-a = 9$$

При этом  $a^2 + b = 1000$ , и вычитая из этого предыдущее получаем

$$a^2 + b - (b+1-a) = 1000 - 9$$

$$a^2 + a - 1 = 991$$

$$a^2 + a - 992 = 0$$

$$D = 1 + 3968 = 3969 = 63^2 \quad \text{и} \quad a = \frac{-1 \pm 63}{2}$$

$$a = \frac{-1+63}{2} \Rightarrow a = \frac{62}{2} \Rightarrow a = 31, \quad b = 9 + a - 1 = 8 + 31 = 39,$$

$$c = 1 - a = a - 1 = 30 \quad b > a, \text{ т.к. } 39 > 31$$

тройка  $(31, 39, 30)$

$$a = \frac{-1-63}{2} \Rightarrow a = \frac{-64}{2} \Rightarrow a = -32 \quad b = 9 - 1 + a = 8 - 32 = -24$$

$$b > a, \quad -24 > -32$$

$$c = a - 1 \Rightarrow c = -33$$

тройка  $(-32, -24, -33)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II  $b-c=1$   $a-c=p^2$  *невозможна, т.к.*

$a > b$ , т.к.  $a-c > b-c$   $p^2 > 1$

III  $b-c=p$   $a-c=p$ , то  $a=b$ , *невозможна*

IV  $b-c=-p$   $a-c=-p$ ,  $a=b$

V  $b-c=-p^2$   $a-c=-1 \Rightarrow a > b$   
 $-1 > -p^2$

VI  $b-a=-1$   $a-c=p^2-p^2$  *вычтем:*

$b-a-c+c=p^2-1$

$b-a=(p-1)(p+1)$  *значит  $p=3$ , тогда  $b-a:3$ , то*

$b-a=$

$b-c=-1$   $a-c=-9 \Rightarrow -c=-a-9$  и  $b-a-9=-1$

$a^2+b=1000$ , *вычтем из этого предыдущее:*

$a^2+b-(b-a-9)=1000+1$

$a^2+a+9=1001$

$a^2+a-992$

Тогда  $a = \frac{-1 \pm 63}{2}$

$a = \frac{-1+63}{2} \Rightarrow a = \frac{62}{2} \Rightarrow a=31$   $b = a+9-1 = 31+8=39$

$c = a+9 = 40$

$b > a$  и тройка  $(31, 39, 40)$  *подходит*

$a = \frac{-1-63}{2} \Rightarrow a = \frac{-64}{2} \Rightarrow a=-32$   $b = -32+9-1 = -24$

$c = a+9 = -32+9 = -23$

$b > a$  и тройка  $(-32, -24, -23)$  *последняя*

Ответ:  $(31, 39, 40)$   $(-32, -24, -23)$   
 $(31, 39, 40)$   $(-32, -24, -23)$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Дано: призма  $A_1A_2A_3B_1B_2B_3$

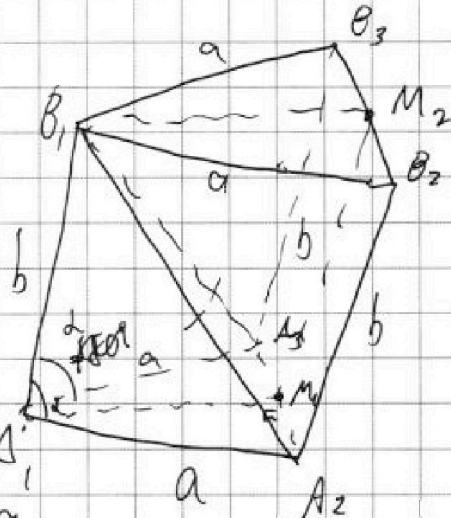
$A_1A_2A_3$  равност.

$$S_{A_1A_2A_3} = 4$$

$$S_{A_1A_2B_2B_1} = S_{A_1A_3B_3B_1} = 6 \quad S_{A_2A_3B_3B_2} = 5$$

В призма  $\frac{?}{?}$

Решение: Пусть ребро призма  $A_1$  равно  $b$ , а сторона осн. равна  $a$ .



т.к.  $S_{A_1A_2B_2B_1} = S_{A_1A_3B_3B_1}$ , то  $a \cdot b \cdot \sin \angle B_1A_1A_2 = a \cdot b \cdot \sin \angle B_1A_1A_3$

т.е.  $\sin \angle B_1A_1A_2 = \sin \angle B_1A_1A_3$

$\angle B_1A_1A_2 = \angle B_1A_1A_3$ , то  $\triangle B_1A_1A_2 = \triangle B_1A_1A_3$  по двум кат.

то  $B_1A_3 = B_1A_2$

( $B_1A_1 = b$   
 $A_1A_2 = A_1A_3 = a$  углы равны)

проведём плоскость  $\gamma$  через  $A_1, B_1$  и середину  $A_2A_3$

т.к.  $\gamma \parallel B_1A_1, B_1A_3 \subset \gamma$  и  $A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_1B_1$ , то

середина  $B_2B_3 \in \gamma$ . Пусть середины  $A_2A_3$  и  $B_2B_3$  это  $M_1, M_2$

Тогда т.к.  $\triangle A_2A_1A_3$  равност. и  $A_1M_1$  — мед., то  $A_1M_1 \perp A_2A_3$

Аналогично  $\triangle A_2B_1A_3$  равност. и  $B_1M_1 \perp A_2A_3$

$B_1M_1 \perp A_1M_1$ , то  $\gamma \perp A_2A_3$  и  $\gamma \perp B_2B_3$ , т.к.

$$A_2A_3 \parallel B_2B_3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7 (проект - ие)

Отсюда получаем, что  $A_2 A_3 \perp M_1 M_2$ ,  $\angle A_2 A_3 B_3 =$

$= \angle A_2 M_1 M_2 = 90^\circ$  и  $A_2 A_3 B_3 B_2$  - прямоугольник, тогда

$$\angle A_2 A_3 B_3 B_2 = \alpha \text{ и } b = \frac{5}{\alpha}$$

$$\text{Но } \angle A_1 A_2 B_2 B_1 = \alpha b \sin \angle B_1 A_1 A_2 < \alpha b = 5$$

b, противоречие

$$\text{значит } \angle B_1 A_1 A_2 + \angle B_1 A_1 A_3 = \pi$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1     2     3     4     5     6     7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$25 \cdot (-99) + 34 =$$

$$= 34 - 473$$

$$= -441$$

$$3x + 2 =$$

$$= -441$$

$$= 61$$

?

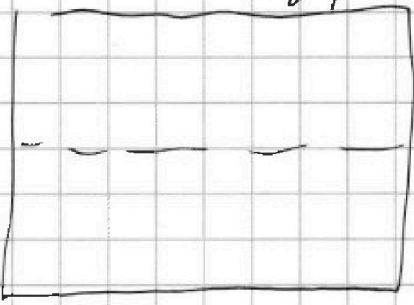
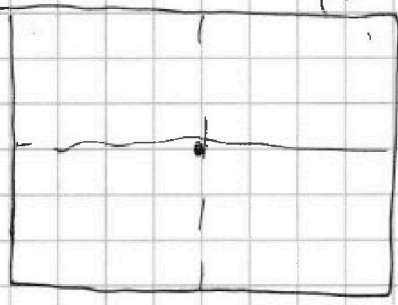
$$\begin{array}{r} 473 \\ - 34 \\ \hline 441 \end{array}$$

2xy попу

$$-55$$

$$\begin{array}{l} C^4 \cdot C^3 \\ 2xy / C^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 19 \\ \hline 45 \\ 18 \\ 25 \\ \hline 2x \\ 395 \\ 8 \\ \hline 473 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} a-b \\ a^2 + b^2 - 2 = \\ = 2ab \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^2 + b^2 = 116 \\ + 3 \cdot x = \end{array}$$

$$(a, b, c) \quad a < b \quad b - a \neq 3 \quad (a - c)(b - c) = p^2 = 9$$

$$\textcircled{I} \quad a - c = 1 \quad b - c = p^2$$

$$a^2 + b = 1000 \quad (a - b)^2$$

$$\begin{array}{l} b - a + 1 = p^2 \\ -a^2 - a + 1 = p^2 - 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a - c = p \\ b - c = p \end{array} \quad \textcircled{\otimes} \quad a(2b - 1)$$

$$2ab - a + b - 7 = 0$$

$$a^2 + a - 1 = 1000 - p^2$$

$$\begin{array}{l} D = 1 + 4004 - p^2 = \\ = 4003 - p^2 = x^2 \end{array}$$

$$a^2 + a - 1001 + p^2 = 0$$

$$D \quad a_1, a_2 = p^2 - 1001$$

$$a_1 + a_2 = -1$$

$$\sqrt{116} =$$

$$a = \frac{b - 7}{1 - b}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$-57 + 2 = -55$$

$$x + b = \frac{3 - x}{}$$

$$\sqrt{x + b} = \frac{\sqrt{3 - x} - 7}{1 - \sqrt{3 - x}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n+6 = \frac{\sqrt{17}-3}{2} + 6 = \frac{\sqrt{17}+9}{2}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ -25 \\ \hline 47 \end{array}$$

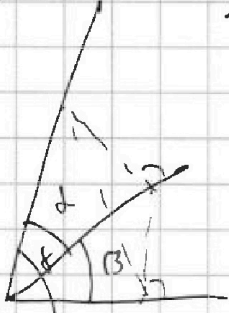
$$\begin{array}{r} 997 \\ -9 \\ \hline 368 \\ 36 \\ \hline 3968 \end{array}$$

$$144 + 752 = 896$$

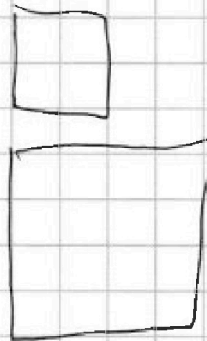
$$\begin{array}{r} 16 \\ 47 \\ \hline 42 \\ 7 \\ \hline 54 \\ 82 \\ \hline 67 \\ \hline 752 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3969 \mid 9 \\ 36 \mid 441 \\ \hline 36 \\ \hline 9 \end{array}$$

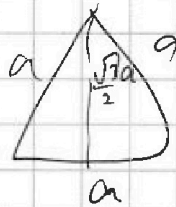
$$\begin{array}{r} 896 \\ 224 \quad 3 \cdot 21 \\ \hline 46 \end{array}$$



$$\begin{aligned} \cos(3\alpha) &= \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha \\ &= (2\cos^2 \alpha - 1)\cos \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos \alpha \\ &= 2\cos^3 \alpha - \cos \alpha \\ &= 2(1 - \cos^2 \alpha)\cos \alpha = \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r} 21 \\ -21 \\ \hline 42 \\ 21 \\ \hline 4 \end{array}$$

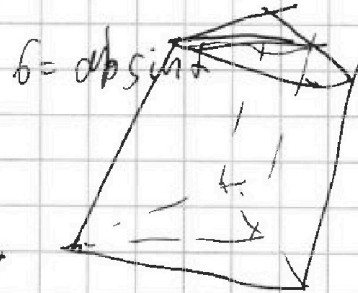
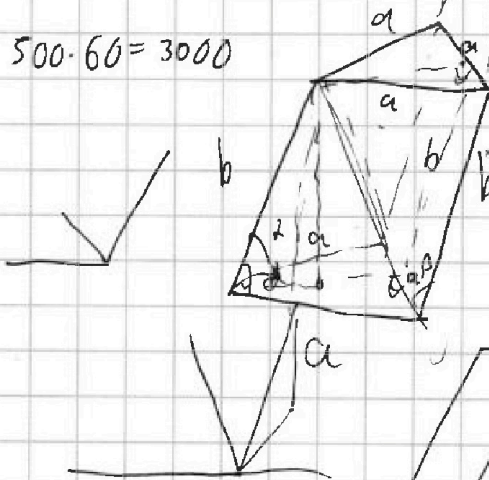


$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 &= 4 \\ a^2 &= \frac{16}{\sqrt{3}} \\ a &= \frac{4}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$= 4\cos^3 \alpha \rightarrow$$

$$C_4 = \frac{4 \cdot 3}{4} = 3$$

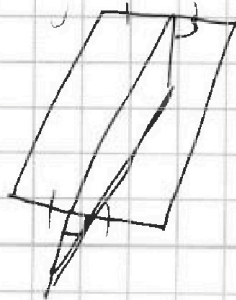
$$500 \cdot 60 = 30000$$



$$C_8^2 =$$

$$= \frac{8 \cdot 7}{2} =$$

$$= 4 \cdot 7 = 28$$



$$\begin{array}{r} 63 \\ -63 \\ \hline 189 \\ 16 \\ \hline 36 \\ \hline 3969 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{CT}{TE} = \frac{7}{20} w_1$

$\frac{DE}{\sin \alpha} = 2R_2$   
 $\frac{FC}{\sin \beta} = 2R_1$

$\frac{FC}{DE} = \frac{7}{20}$

$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}$

$CP^2 = CB \cdot CE$   
 $TB \cdot TE = TP \cdot TA$

$\frac{CB}{\sin \alpha} = 2R_1$   
 $\frac{BP}{\sin \beta} = 2R_2$

$\frac{AC}{\sin \gamma} = 2R_1$   
 $\frac{AE}{\sin \gamma} = 2R_2$

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}$

$\frac{CB}{BP} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{7}{20} \frac{AE}{\sin \gamma} = 2R_2$   
 $\frac{CB}{BP} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1$

$\frac{CB^2}{BP^2} = \frac{7}{20}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4py^3 + 12y^2 + 12y + 4 = 0$$

$$y \in [-1; 1]$$

$$4(y+1)^3 = 4y^3 + 12y^2 + 12y + 4 = 0$$

$$3y^2 + 3y + 1 = 0$$

$$D = 9 - 12 < 0$$

$$4(p-1)y^3 + 4(y+1)^3 = 0$$

$$4(p-1)y^3 + (y+1)^3 = 0 \quad p=1 \Rightarrow y=-1 \textcircled{1}$$

~~(p=1)~~

$$(\sqrt[p-1]{y} + (y+1)) (\sqrt[p-1]{y^2} - \sqrt[p-1]{y(y+1)} + (y+1)^2)$$

$$\sqrt[p-1]{y} + y + 1 = 0$$

$$y(\sqrt[p-1]{y} + 1) = -1$$

$$y = \frac{-1}{\sqrt[p-1]{y} + 1}$$

$$y = \frac{-1}{\sqrt[p-1]{y} + 1} \quad p \neq 1, 0$$

$$\sqrt[p-1]{y^2} - \sqrt[p-1]{\frac{y}{y+1}} + 1 = 0$$

$$\sqrt[p-1]{y^2} z - \sqrt[p-1]{z}$$

$$z^2 - z + 1 = 0$$

$$\frac{z_1}{\sqrt[p-1]{y+1}} \neq -1$$

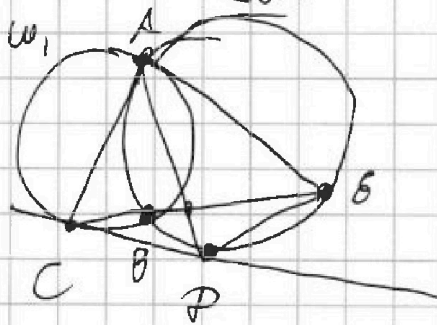
$$1 > -\sqrt[p-1]{y} - 1$$

$$-\sqrt[p-1]{y} < 2$$

$$\sqrt[p-1]{y} > -2$$

$$p-1 > -8$$

$$p > -7$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

$$x+6=a \quad 3-x=z$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b-2z} + 7 = 2\sqrt{ab-18+y+z}$$

$$\begin{cases} x \geq -6 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$y=18$$

$$18+2=20$$

$$z=0$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

Ищем решение  $\rightarrow$  преобразуем

$$p \cos(3x) + 6 \cos(2x) + 3(p+x) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) = \cos(2x)\cos x - \sin(2x)\sin x =$$

$$\begin{aligned} &= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin^2 x \cos x = \\ &= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2(1-\cos^2 x)\cos x = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x = \\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3(p+x)\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + (3p+12-3p)\cos x + 4 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$$

$$y \geq 18$$

$$y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 = \sqrt{400-z^2}$$

$$y = \frac{\sqrt{400-z^2} + 34}{3} \geq 18$$

$$\sqrt{400-z^2} + 34 \geq 48$$

$$\sqrt{400-z^2} \geq 12$$

$$z \in [-10\sqrt{3}; 10\sqrt{3}]$$

$$y \in [-2; 18)$$

$$-y-2+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$y-38 = \sqrt{400-z^2}$$

$$y \geq 18$$

$$y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-y+38 = \sqrt{400-z^2}$$

$$y = \sqrt{400-z^2} + 38$$

$$y < -2$$

$$-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y = 34 - \sqrt{400-z^2}$$

$$y \geq 18$$

$$y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 = \sqrt{400-z^2}$$

$$y = \frac{\sqrt{400-z^2} + 34}{3} \leq \frac{26+34}{3} = \frac{60}{3} = 20$$

$$= 18$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R}. \quad \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = b$$

$$b^2 = 2-x$$

$$25x+34=0 \quad (\times)$$

$$b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$$

$$\frac{100}{9} \\ \frac{992}{9}$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)}^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\sqrt{25x+34} \left( \sqrt{3x+2}^8 - \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}} \right) = 0$$

$$25x+34 > 0$$

$$\sqrt{3x+2}^8 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}} = 0$$

$$3x+2 > 0$$

$$\frac{\sqrt{(3x+2)^4}^8 - 1}{\sqrt{(3x+2)^3}} = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b-2z} + 7 = \\ = 2\sqrt{ab-2a2b+y+z} \\ a+b=9$$

$$(3x+2)^2 q^8 - 1 = 0$$

$$\frac{\sqrt{25x+34} \sqrt{3x+2}}{\sqrt{3x+2}} = 2-x \left( \frac{(3x+2)q^4 - 1}{(3x+2)q^4 + 1} \right) = 0$$

$$q = \frac{1}{3x+2}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b-2z} + 7 =$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{3x+2}} = 2\sqrt{ab-18+y+z}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-2z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-2z} \end{array} \right.$$

$$z \in [-20; 20]$$

$$\begin{array}{l} x+6 = a \\ 3-x-2z = b \end{array}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 7$$

$$\begin{array}{l} x+6 = a \\ 3-x = b \end{array}$$

$$\begin{aligned} ab &= (x+6)(3-x-2z) = \\ &= 3x - x^2 - 2xz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= (x+6)(3-x) = 3x + 18 \\ &\quad - x^2 - 6x = \\ &= 18 - 3x - x^2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

