



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \\ a \cdot q^{12} = 5-x \\ a \cdot q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \cdot q^6 > 0 \\ a \cdot q^{14} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 > 0 \\ a \cdot q^{12} > 0 \end{cases} \Rightarrow x \leq 5$$

~~разделим~~  $\frac{a \cdot q^{14}}{a \cdot q^6} = q^8 = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = (x+1)^2$   
 $\Rightarrow q^4 = |x+1|$

$$\begin{cases} a^2 \cdot q^{20} = \frac{\sqrt{13x-35}}{|x+1|} \\ a^2 \cdot q^{24} = (5-x)^2 \end{cases} = \frac{13x-35}{x+1}$$

$$\left( \frac{13x-35}{x+1} \right) \cdot |x+1| = (5-x)^2$$

1)  $x \geq -1$

$$13x - 35 = (5-x)^2$$

$$13x - 35 = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 + 60 - 23x$$

$$x_2 = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 240}}{2} = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$\frac{23 \pm 17}{2} = \begin{cases} 20 \\ 3 \end{cases}$$

7.х

$$x \leq 5 \Rightarrow x_1 = 3$$

$$\boxed{13 \cdot 3 - 35 > 0}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \leq -1$$

$$13 \quad 35 - 13x + (5 - x)^2$$

$$35 - 13x = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 - 10x + 3x = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -5$$

$$\frac{-13 \cdot 5 - 35}{-4} > 0 \rightarrow \text{подходит в ответ}$$

$$\text{Ответ: } x = 3, -5$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

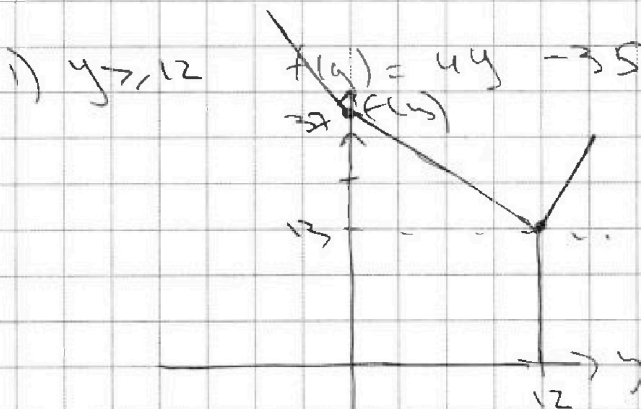
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{y-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

огр:  $\begin{cases} x \geq -3 \\ y \geq x \\ y+x-x^2+z \geq 0 \\ z \geq -13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y \geq -3+z \Rightarrow z \geq 7 \\ y \geq x^2-4 \Rightarrow x \geq 4 \end{cases}$

максимум функции  $\sqrt{169-z^2}$  при  $z=0$

$\Rightarrow \sqrt{169-z^2} \text{ при } z=0$

Найдем графике  $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$



2)  $-1 \leq y \leq 12$   $f(y) = y+1 - 3y + 36 = 37 - 2y$

3)  $y \leq -1$   $f(y) = -4y + 35$

Таким образом минимум





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

функция  $f(y) | \in \mathbb{R}$  также  $13 \Rightarrow$

ней достигается равенство минимума

уравнения  $\Rightarrow y=12; z=0$

Подставим в первое уравнение

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$\sqrt{x+3} = a$$

$$\sqrt{4-x} = b, \text{ тогда:}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a + 5 = (2a + 1)b \Rightarrow b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$\rightarrow \sqrt{4-x} = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{2x+7}} = \sqrt{\frac{(x+3)(4-x)}{(2x+7)^2}} = \frac{x+8}{2x+7}$$

$$3x + 2x^2 = 2x + 28 = x + 8$$

$$2x^2 = 2x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}$$

$$\text{т.к. } x > -3, \text{ то } x = \sqrt{10}$$

$$\sqrt{4-x} = \frac{\sqrt{x+3} + 5}{2\sqrt{x+3} + 1}$$

$$4-x =$$

$$\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}\right)^2 = x+3 - 4-x - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} =$$

$$= 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$$

$$2x - 1 + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$2x(x+2)^2 = 2(x+3)(4-x)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4 + 4x = (12 + x - x^2)$$

$$2x^2 - 8 + 4x = 0$$

$$x_{2,3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 8 \cdot 8}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{4} \Rightarrow$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 4$$

$$x = \frac{\sqrt{64} - 4}{4}$$

Ответ:  $y = 12$ ;  $z = 0$ ;  $x = \frac{\sqrt{64} - 4}{4}$

$$x^2 + 4 + 4x = 48 + 4x - 4x^2$$

$$5x^2 - 44 = 0$$

$$x = \frac{\pm \sqrt{44}}{5} \quad +, - \quad +, -3$$

$$x = \sqrt{\frac{44}{5}} \quad \text{Answer:}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad \text{от } (a-b) : 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\begin{aligned} & \text{от } a \rightarrow a-c \rightarrow a+b \\ & \text{от } b \rightarrow b-c \rightarrow b \end{aligned}$$

$$\Delta a-c=1$$

$$c = a+1$$

$$(b-a-1) = p$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\begin{matrix} 1 & \neq \\ 2 & 0 \end{matrix}$$

$$560 \Rightarrow 2$$

$$b : 3$$

$$a = 560 - b^2$$

$$b + b^2 - 560 - 1 = 3$$

$$\begin{array}{r} 2 \sqrt{b^2 + b^2 - 564 = 0} \\ \underline{2 \quad 0} \\ 4 \quad 2 \\ \underline{4 \quad 2} \\ 0 \end{array} \quad b_2 = -1 \pm$$

$$\begin{array}{r} 564 \overline{) 8} \\ \underline{54} \quad 194 \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 2} \\ \underline{48} \\ 14 \end{array}$$

от

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 24 \\ 36 \\ 48 \\ 60 \end{array}$$

$$b + b^2 - 552 = 0$$

$$b + 8 + b^2 = 560$$

$$8 + 9 = 17 \neq 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \overset{23}{\cos 2x} + 6 \cos x = p$$

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 6 \cos x = p$$

$$(\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \cos x (1 - \cos^2 x) + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

Пусть  $\cos x = t$ ,  $t \in [-1; 1]$

$$(2t^2 - 1)t - 2t(1 - t^2) + 3(2t^2 - 1) + 6t = p$$

$$2t^3 - t - 2t + 2t^3 + 6t^2 - 3 + 6t = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

Возьмем производную у  $f(t)$

$$12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4t^2 + 4t + 1 = 0 \quad t_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$f''(t) = 24t + 12$$

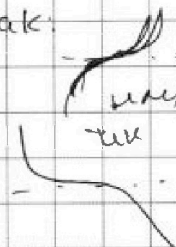
на промежутке  $\frac{1}{2}$  монотонно  $f''(-\frac{1}{2}) = 0$   
то есть ~~это~~ ~~как~~ максимум достигается так:

проверяем  $-1, 1, -\frac{1}{2}$  в  $f(t)$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8} + \frac{3}{2} + \frac{-3}{2} - 3 = 2\frac{7}{8}$$





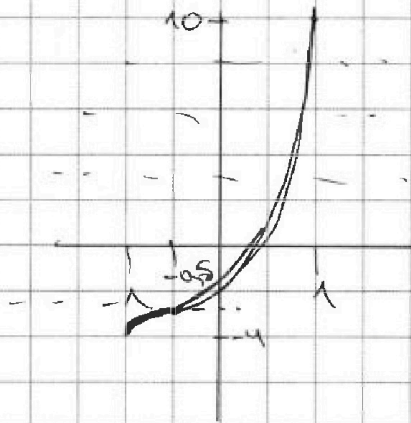
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$  график  $f(t)$  на интервале  $t \in [-1; 1]$   
выглядит так  $\rightarrow$  имеет такой вид



то есть при всех  $p \in [-4; 10]$

$p = g(t)$  данная хорда  
пересекает  $f(t)$  в  
одной точке



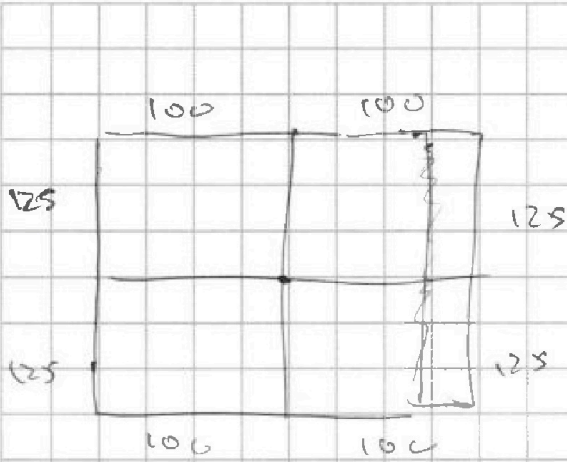


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделим прямоугольник на 4 части его средними линиями. При этом эти линии пройдут через центр прямоугольника.

Посчитаем отдельно кол-во вариантов выбора в клетках для каждого типа шмелей:

1) Центральная шмелей. По 1-й вертикальной клетке второй, шмелей же откос. Цвета выбирается автоматически. Тогда для каждой пары клеток одну выбираем мы сами без ограничений edge. Пусть мы выбираем ее в верхней половине прямоугольника, если выберет в нижней, то посчитаем наоборот. Тогда в верхней части есть  $C_{25000}^4$  способов выбрать 4 клетки.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

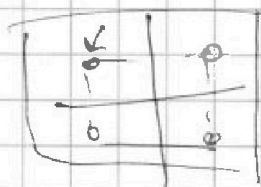
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично количество способов выбрать 8 клеток для 2-ух типов линейных шпалер (выберем 4 клетки в 1-ой половине, остальные и задаются автоматически).

$$\text{это } C_{25000}^4 + C_{25000}^4.$$

Теперь надо учесть, что некоторые способы могут быть двойные (или трижды). Если 1 способ подходит одновременно

под 2 каких-то разных типов шпалер, то он удовлетворяет всем 3-ем типам шпалер. Найдем кол-во способов выбрать 8 клеток удовлетворить 3-им типам шпалер. (Теперь 1 выбранная клетка задаст еще 2)  $\rightarrow$  по аналогии с предыдущими случаями это



$$C_{12500}^2.$$

Таким образом, эти 2 способа будут посчитаны по

$$\text{два раза} \Rightarrow \text{всего способов } 3 C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

т.к.  $a > b$   $a-c > b-c \Rightarrow$  по осн.

теореме арифметики

$a-c = p^2$ ;  $b-c = 1$  (т.к.  $(a-c)(b-c)$  раскл.  
дается только на  $p \cdot p$ )

$$\Rightarrow c = b - 1 \Rightarrow (a - b + 1 = p^2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b^2 = 1 \\ 560 = 2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow b^2 = 1 \text{ и } a = 1$$

$$\Rightarrow b = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = 2 \\ a = 1 \end{array} \right.$$

но т.к.  $b - a = 0$ , то

$$b = 2 \text{ либо}$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} b^2 = 0 \\ a = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = 0 \\ a = 2 \end{array} \right.$$

$$1) a - b + 1 = p^2$$

найдем то выражение по модулю 3

$$1 - 2 + 1 = p^2 = 0 \Rightarrow p^2 \equiv 3 \Rightarrow p = 3$$

$$\Rightarrow a - b + 1 = 9 \Rightarrow a = b + 8$$

$$\text{Отсюда } b + b^2 - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0 \Rightarrow \text{т.к. } b = 2, \text{ то } b = 23$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x-3} - \sqrt{4-x-2z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

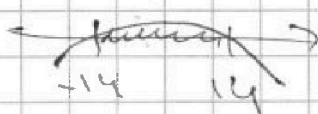
$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{196 - z^2}$$

$$1) x > 3$$

$$(14-z)/(14+z)$$

225=12  
51  
22

$$2) x+2 < 4$$

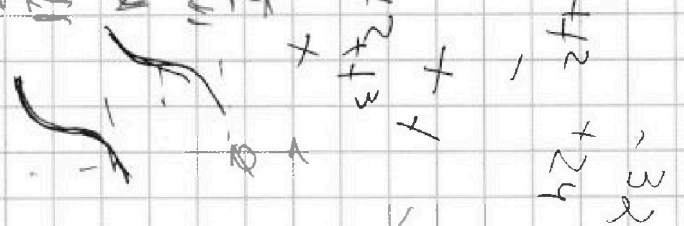


$$3) y+x-x^2+z > 0$$

$$4) \dots$$

$$-14 \leq z \leq 14$$

$$7 \leq x-4 \leq 8$$



$$\frac{225}{9} = 25$$

$$\frac{51}{3} = 17$$

$$\frac{22}{2} = 11$$

$$4x > x-3 + x+8$$

$$x \in (-1; 1)$$

$$z \leq 7$$

$$(2t+1)/(2t-1)$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x + 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 6\cos x = p$$

$$\cos x(2\cos^2 x - 1) - \sin 2x \sin x + 3(\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p$$

$$2 \cos^2 x = t$$

$$t(2t^2 - 1) - 2t(1-t^2)$$



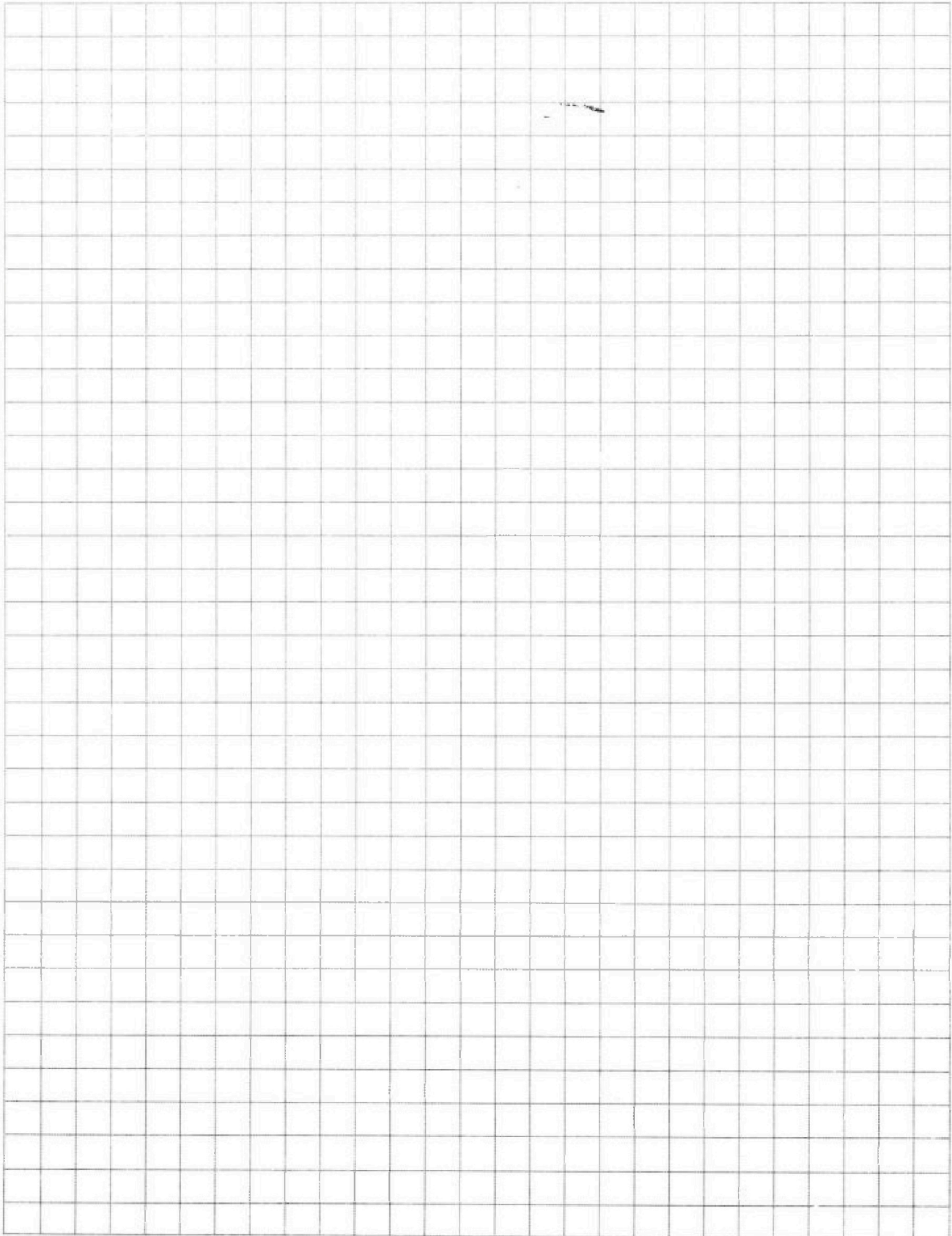


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = b + 8 = 31 \quad c = b - 1 = 22$$

$$2) \begin{cases} b \Rightarrow 0 \\ a \Rightarrow 2 \end{cases} \quad a - b + 1 = p^2 \quad (\text{наименьшее на-} \\ \text{меньшее ост. числа } 3) \\ 2 - 0 + 1 = p^2 \Rightarrow p = 2$$

$\Rightarrow p = 3$  т.к. простое модульное уравнение  
такое же как в предыдущем случае

$$и \quad b = -24 \quad ; \quad a = b + 8 = \overset{-16}{-16} \quad ; \quad c = b - 1 = \overset{-25}{-25}$$

Ответ: ~~(32, 24, 23)~~ ; (31, 23, 22)  
(-16; -24; -25)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a \cdot 9^{15})^2 \cdot a \cdot 9^7 = a^4 \cdot 9^{52}$$

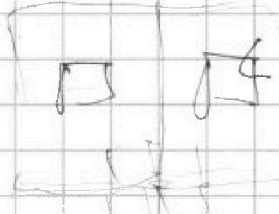
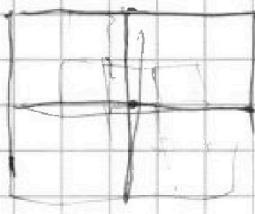
$$(a \cdot 9^{13})^4 = a^4 \cdot 9^{52}$$

$$(5-x)^4 = 13x - 35x^2$$

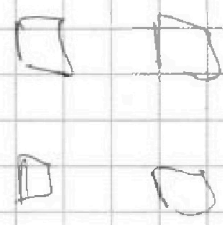
$(x=1)$

$$100 \cdot (25(100-25-x))$$

$$100 \cdot 250(100-250-x)$$



$$200 \cdot 125$$



$$9 \cdot 6$$

$$9 \cdot 6$$

$$\frac{91}{16}$$

$$\frac{8}{24}$$

$$\frac{24}{24}$$

$$C \cdot 675$$

$$C \cdot 675$$

$$\frac{69}{23}$$

$$\frac{23}{23}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

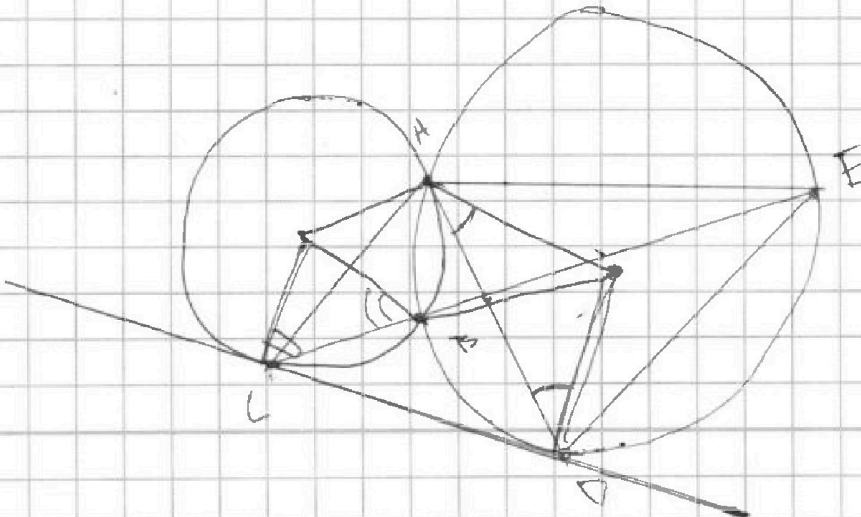
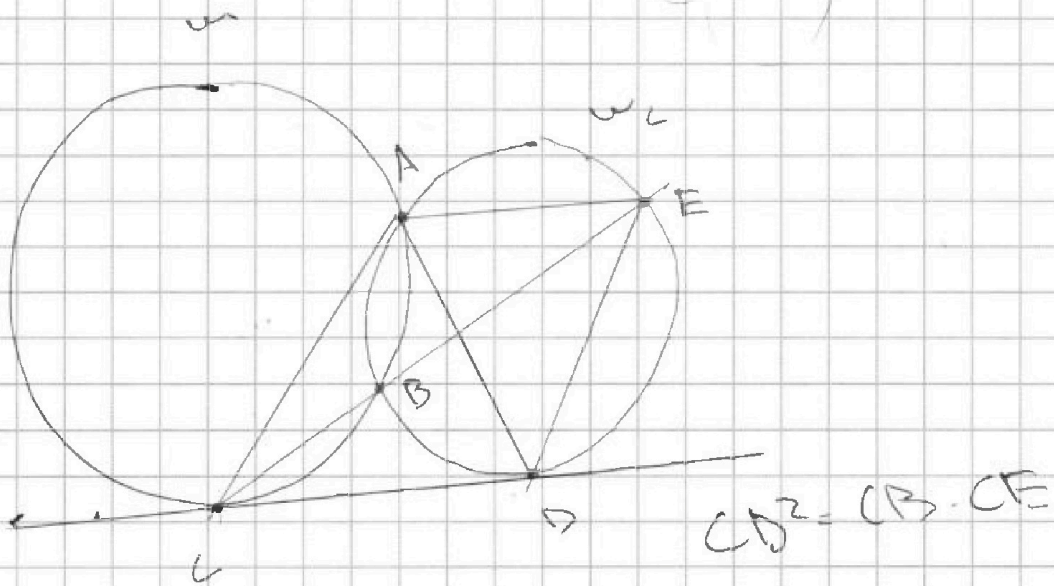
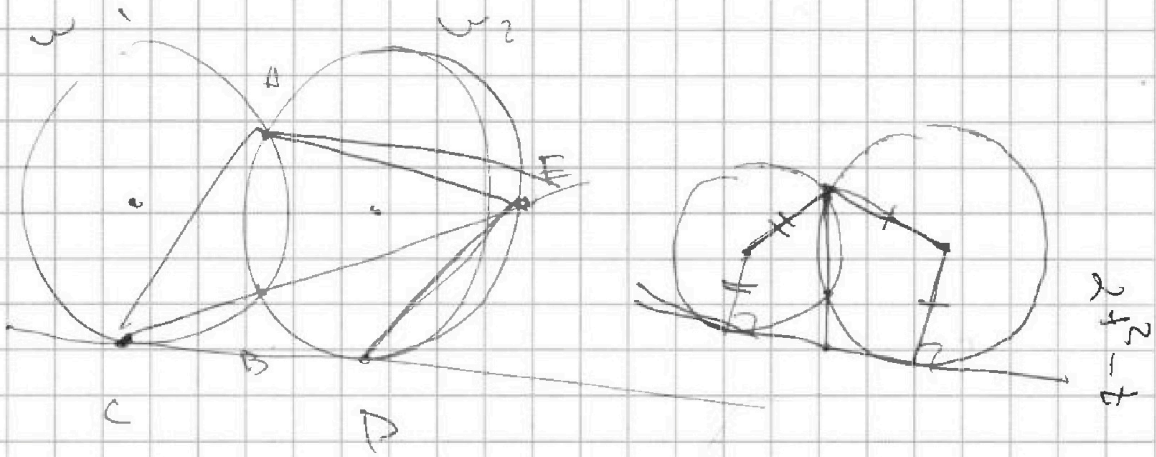


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^2}}$$

$$a. f^{(1)} = \frac{13 - 35}{(x+1)^3}$$

$$a. f^{(3)} = \frac{13 \cdot 2 \cdot 1 - 35 \cdot 2 \cdot 1}{(x+1)^5} = \frac{26 - 70}{(x+1)^5} = \frac{-44}{(x+1)^5}$$

$$a. f^{(5)} = \frac{13 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 35 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x+1)^7} = \frac{104 - 840}{(x+1)^7} = \frac{-736}{(x+1)^7}$$

$$a. f^{(8)} = \frac{13 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 35 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x+1)^9} = \frac{13 \cdot 5040 - 35 \cdot 5040}{(x+1)^9} = \frac{-22400}{(x+1)^9}$$

$$a. f^{(13)} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 35 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x+1)^{13}}$$

$$a. f^{(6)} = \frac{13 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 35 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x+1)^6} = \frac{13 \cdot 120 - 35 \cdot 120}{(x+1)^6} = \frac{-3360}{(x+1)^6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x + 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 6\cos x = p$$

$$\cos x(2\cos^2 x - 1) - 2\sin x \cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p$$

$$(\cos x + 3)(2\cos^2 x - 1) - 2\cos x(1 - \cos^2 x) + 6\cos x = 0$$

$$(t + 3)(2t^2 - 1) - 2t(1 - t^2) + 6t = p$$

$$2t^3 + 6t^2 - 3 - t + 3 + 2t^3 - 2t = p$$

$$\cos x(2\cos^2 x - 1) - 2\cos x(1 - \cos^2 x) + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p$$

$$\cos x(2\cos^2 x + 1 - 2 + 2\cos^2 x) + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$2(4t^2 - 3) + 6t^2 - 3 + 6t = 0$$

$$2t^3 - t - 2t + 2t^3 + 6t^2 - 3 + 6t = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$\cos 2x(\cos x + 3) - (1 - \cos^2 x)\cos x + 6\cos x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-z+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{(13-z)(13+z)}$$

огз:

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ 4 \geq x+z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4 \geq -3+z \rightarrow z \geq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x-z+2 \geq 0 \\ y+4 \geq x^2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x & \rightarrow & z \\ -13 & & 13 \end{matrix}$$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$35 - 4y \leq 12$$

$$6,5 \cdot 6,5$$

$$40 - 35$$

$$\frac{-169}{4} \quad 4$$

$$f(y) = |y+1| + 3|y-12|$$

$$1) y \geq -12$$

$$f(y) = 4y - 35$$

$$\begin{matrix} y+1+36-3y \\ 37-2y \end{matrix}$$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad x \geq -3$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$x \leq 4$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 5 + 2ab$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{169} = 13$$

