



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

10.  $\frac{15x+6}{(x-3)^3}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} - 3z + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases} \quad y=35 \quad z=0$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

$a \leq 820 \quad b \geq 0$

если  $a > 0$   
 $b > 0$

$ab = (a+b) + c^2$

89

1)  $a = c + 1$

$b = c^2 + p^2$

$ab : c$

$\frac{1-p^2}{3}$

$\frac{(1-p)(1+p)}{3}$

$1 > p^2$

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.

$(a-a)$   
 $-z \quad ; \quad -p^2$   
 $-p \quad ; \quad p$   
 $p^2 \quad ; \quad z$

$p = \frac{3}{4}K^2 \quad ; \quad K^2 = 9K$   
 $c+1 + c^2 + 2cp^2 +$   
 $z \quad ; \quad p^2$

- 89, 1
- 816, 2
- 811, 3
- 800

- 1 → 1
- 2 → 2
- 0 → 0
- 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
( ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \quad b_{10} = x+4, \quad b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} (15x+6)(x-3) \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$$

имеем систему если  $b_4, b_{10}, b_{12} \neq 0$

$$b_4 \cdot q^8 = b_{12}$$

$$q^8 = \frac{b_{12}}{b_4} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$q^4 = |x-3|$$

1 случай:  $x-3 > 0 \Rightarrow 15x+6 > 0$

$$q = \sqrt[4]{x-3} \Rightarrow 3 < x$$

$$b_{10} = b_4 \cdot q^6$$

учтем  $x-3 > 0$

$$b_{10} = b_4 \cdot \sqrt[4]{(x-3)^6} = b_4 \cdot \sqrt{(x-3)^3} = \sqrt{15x+6} = x+4$$

$$\sqrt{15x+6} = x+4, \quad x+4 > 0 \Rightarrow x > -4$$

$$15x+6 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$\begin{cases} x=2 & \text{не удовлетворяет } x > 3 \\ x=5 & \text{удовлетворяет} \end{cases}$$

2 случай:  $x-3 < 0 \Rightarrow 15x+6 < 0$

$$\Rightarrow x < -0,4$$

$$q^8 = (x-3)^2 \Rightarrow q = \sqrt[4]{3-x}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{30} = b_4 \cdot q^6 = b_4 \cdot \sqrt[4]{(3-x)^6} \stackrel{\leftarrow \text{уเงื่อนไข } 3-x > 0}{=} b_4 \cdot \sqrt[2]{(3-x)^3} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot \sqrt[2]{(3-x)^3} =$$
$$= \sqrt{\frac{6+15x}{(3-x)^3}} \cdot \sqrt{(3-x)^3} = \sqrt{-(6+15x)} = x+4, \quad x \geq -4$$

$$-(6+15x) = (x+4)^2$$

$$-6-15x = x^2+8x+16$$

$$x^2+23x+22=0$$

$$(x+22)(x+1)=0$$

$$\begin{cases} x = -1 \text{ или } 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -22 < -4 \text{ - не удовлетворяет} \end{cases}$$

$$-4 \leq -1 \leq -0,4 \Rightarrow \text{удовлетворяет}$$

Итого имеем  $x = -1; x = 5$

Ответ:  $-1; 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad (1)$$

Рассмотрим (1)

1) если  $y < 20$

$$20-y + 2(35-y) = \sqrt{225-z^2}$$

$$90-3y = \sqrt{225-z^2}$$

$$\geq 30 \leq 15$$

$$y < 20$$

$\rightarrow$  ~~невозможно~~ невозможно

2) если  $y > 35$

$$y-20 + 2(y-35) = \sqrt{225-z^2}$$

$$3y-90 = \sqrt{225-z^2}$$

$$> 15 \leq 15$$

$\rightarrow$  невозможно

3) если  $20 \leq y \leq 35$

$$y-20 + 2(35-y) = \sqrt{225-z^2}$$

$$50-y = \sqrt{225-z^2}$$

$$\leq 15$$

$$\Rightarrow$$

единственное  
решение при

$$\begin{cases} 50-y=15 \\ \sqrt{225-z^2}=15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y=35 \\ z=0 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим в 1 ур-ние:  $y=35$   
 $z=0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

Пусть  $\sqrt{x+7} = a \geq 0$

$$\sqrt{5-x} = b \geq 0$$

$$a-b + \frac{a^2+b^2}{2} = 2ab$$

$$a-b + \frac{a^2+b^2}{2} = (a+b) \frac{a^2+b^2}{2} - (a-b)^2$$

$$\frac{(a-b) + (a-b) \frac{a^2+b^2}{2}}{(a-b)(a-b-1)}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$ ,

$$\text{тогда } a^2 = x+7 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} + 5-x$$

$$\text{Значит } 2\sqrt{35-2x-x^2} = 12-a^2$$

$$a+b = \sqrt{12-a^2} + \sqrt{12-a^2}$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$(a+3)(a-2) = 0$$

$$\begin{cases} a = -3 \text{ ①} \\ a = 2 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -3 \text{ ①} \\ a = 2 \text{ ②} \end{cases}$$

①  $a = -3$

Приведем обратную замену.

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3$$

Пусть  $5-x = t$ , тогда  $x+7 = 12-t$

$$\sqrt{12-t} = \sqrt{t} - 3, \sqrt{t} \geq 3$$

$$12-t = t - 6\sqrt{t} + 9$$

$$2t^2 - 6\sqrt{t} - 3 = 0$$

Пусть  $k = \sqrt{t}, k \geq 3$

$$2k^2 - 6k - 3 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 60$$

$$k_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{60}}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} k = \frac{3+\sqrt{15}}{2} \\ k = \frac{3-\sqrt{15}}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow k = \frac{3+\sqrt{15}}{2} \Rightarrow t = k^2 = \frac{(3+\sqrt{15})^2}{4} = \frac{9+15+6\sqrt{15}}{4} = 6 + \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

не угловым методом.

$k \sqrt{3}$

$$\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2} \sqrt{3}$$

$\sqrt{15} \sqrt{3}$

$15 > 9$  - верно

$$x = 5 - t \Rightarrow x_2 = 5 - \left(6 + \frac{3}{2}\sqrt{15}\right) = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{15} < 0$$

$$x_1 + 7 > 0$$

$$5 - x_2 > 0$$

$$x_1 > -7$$

$$6 + \frac{3}{2}\sqrt{15} > 0 \text{ - верно.}$$

$$-1 - \frac{3}{2}\sqrt{15} > -7$$

$$-\frac{3}{2}\sqrt{15} > -6$$

$$6 > \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$4 > \sqrt{15}$$

$$16 > 15 \text{ - верно}$$

②  $a = 2$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2$$

$$\text{Пусть } 5-x = t, t \geq 0$$

$$\sqrt{12-t} - \sqrt{t} = 2$$

$$\sqrt{12-t} = \sqrt{t} + 2$$

$$12-t = t + 4\sqrt{t} + 4$$

$$2t + 4\sqrt{t} - 8 = 0$$

$$k = \sqrt{t}, k \geq 0$$

$$2k^2 + 4k - 8 = 0$$

$$D = 16 + 64 = 80$$

$$k_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{80}}{4} \Rightarrow$$

$$k = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow \sqrt{5-x} > 0$$

$$k = -\sqrt{5-x} < 0 \text{ - не угловым методом.}$$

$$k = \sqrt{5-x} \Rightarrow t = k^2 = 5-x = 6-2\sqrt{5}$$

$$k = 5-t = 2\sqrt{5}-1$$

~~$6-2\sqrt{5} > 0$~~   
 ~~$2\sqrt{5} > 1$~~   
 ~~$4 > 5-t > 0$~~  - верно





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6/2\sqrt{5} < 5$$

$$1 < 2\sqrt{5}$$

$$1 < 4.5 \text{ - верно}$$

$$2\sqrt{5} - 1 < 5$$

$$2\sqrt{5} < 6$$
$$\sqrt{5} < 3$$

$$5 < 9 \text{ - верно}$$

$$2\sqrt{5} - 1 > -2$$

$$2\sqrt{5} > -6$$

$$\sqrt{5} > -3 \text{ - верно}$$

~~Итого~~ Итого где  $x$  получаем 2 значения, удовлетворя-

ющие ОДЗ:  $x = 2\sqrt{5} - 1$

$$x = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

Итого: ~~найти~~ ответ вида  $(x; y; z)$

$$\text{Ответ: } (2\sqrt{5} - 1; 35; 0); (-1 - \frac{3}{2}\sqrt{5}; 35; 0)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
( ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = p - 3$$

Ищем по формуле разности в куб

$$a+b(a \cos x + b)^3 = a^3 \cos^3 x + 3a^2 \cos^2 x \cdot b + 3a \cos x \cdot b^2 + b^3$$

~~$$\begin{cases} 4 = a^3 \\ -6 = 2a^2b \\ 3 = 2ab^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{4} \\ -6 = 2 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot b \\ 3 = 2 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt[3]{4} \\ b = \frac{-6}{2 \cdot \sqrt[3]{4}} \\ b^2 = 3 \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} 4 = a^3 \\ -6 = 3a^2b \\ 3 = 3ab^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2^{\frac{2}{3}} \\ -2 = a^2b \\ 1 = ab^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2^{\frac{2}{3}} \\ -2 = 2^{\frac{4}{3}} \cdot b \\ 1 = 2^{\frac{2}{3}} \cdot b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2^{\frac{2}{3}} \\ b = -2 \cdot 2^{-\frac{1}{3}} \\ b^2 = 2^{-\frac{2}{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2^{\frac{2}{3}} \\ b = -2^{-\frac{1}{3}} \\ b^2 = 2^{-\frac{2}{3}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\text{система верна}} \quad b^3 = -2^{-1}$$

$$\left( 2^{\frac{2}{3}} \cdot \cos x - 2^{-\frac{1}{3}} \right)^3 + \frac{1}{2} = p - 3$$

$$\left( 2^{\frac{2}{3}} \cdot \cos x - 2^{-\frac{1}{3}} \right)^3 = p - \frac{5}{2} \quad | \cdot 2$$

$$(2 \cos x - 1)^3 = 2p - 5 \quad 2p - 7$$

$$2 \cos x - 1 = \sqrt[3]{2p - 7}$$

$$\cos x = \frac{1 + \sqrt[3]{2p - 7}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2} \leq 1$$

$$-2 \leq 1 + \sqrt[3]{2p-7} \leq 2$$

$$-3 \leq \sqrt[3]{2p-7} \leq 1$$

$$-27 \leq 2p-7 \leq 1$$

$$-20 \leq 2p \leq 8$$

$$\boxed{-10 \leq p \leq 4} \Rightarrow p \in [-10; 4]$$

$$\cos x = \frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2}$$

1) при  $p=4$   $\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) при  $p=-10$   $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) при  $p \in (-10; 4)$   $\cos x = \frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2}\right) + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ x = -\arccos\left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2}\right) + 2\pi t, t \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Уточню: при  $p < -10$  решений нет

при  $p = -10$   $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

при  $-10 < p < 4$   $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2}\right) + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ x = -\arccos\left(\frac{1 + \sqrt[3]{2p-7}}{2}\right) + 2\pi t, t \in \mathbb{Z} \end{cases}$

при  $p = 4$   $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

при  $p > 4$  решений нет.







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

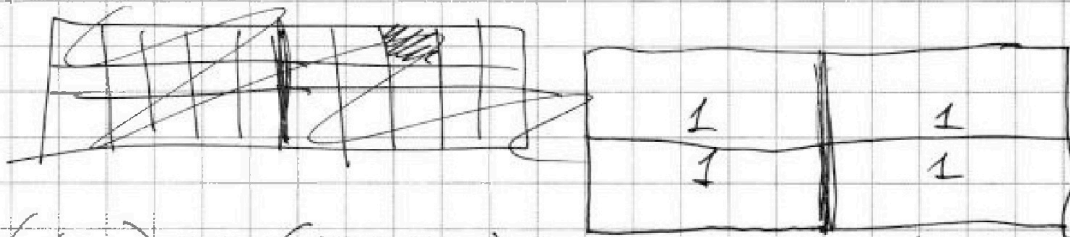
1) су. вобрав 4 точки каждой из симметрии  
отражена в точку  $(x; y) \leftrightarrow (201-x; y)$

Т.е. нам нужно выбрать между 4  
точками из полей  $C_{\frac{200-150}{2}}^4$

3) Помогать аналогичные расуждения для  
прямоугольной симметрии  $C_{\frac{200-150}{2}}^4$

Теперь докажем, что если есть семья хотя бы 2 симметрии, то  
есть и третья.

Допустим есть 2 симметрии относительно горизонт.  
линии.



$$(x; y) \leftrightarrow (201-x; y) \leftrightarrow (201-x; 151-y)$$

$$(x; y) \leftrightarrow (x; 151-y) \leftrightarrow (201-x; 151-y)$$

затронутое изменение

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



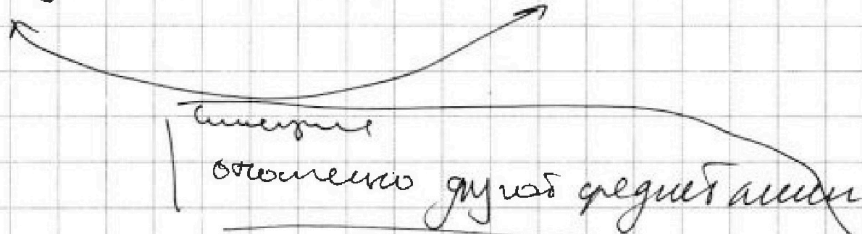
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Пусть есть центральный  $4$  угла <sup>сумма</sup> ~~с~~ <sup>средней лин.</sup>

$$(x; y) \leftrightarrow (201-x; y) \leftrightarrow (x; 151-y)$$

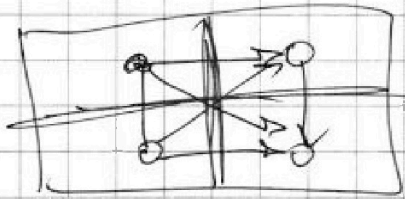


3) Аналогично для вертикальных средних лин.

итого: вариантов где есть все симметрии ~~или вообще~~ <sup>по крайней мере</sup>  $3$  раза

т.е. тех нам нужно всего  $2$  раза:

также следует мы можем отметить разбив на  $4$  равные части прямоугольник



выбрав  $1$  точку, мы сразу получаем еще  $3$ ,

т.е. мы можем выбрать только  $2$  точки из четырех. <sup>прямоугольника,</sup>

$$\text{Ответ: } 3C_{100 \times 100}^4 - 2C_{50 \times 50}^2$$





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$(a-c)(b-c) = p^2, p > 1, \text{ простое число,}$$

$$1) \begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \Rightarrow a=b - \text{противоречие}$$

$$2) \begin{cases} a-c=-p \\ b-c=-p \end{cases} \Rightarrow a=b - \text{противоречие}$$

$$3) \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c+1 \\ b=c+p^2 \end{cases}, \text{ тогда } a-b = 1-p^2 < 0 \text{ противоречие}$$

$$4) \begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases} \begin{cases} a=c-p^2 \\ b=c-1 \end{cases}, \text{ тогда } a-b = 1-p^2 < 0 \text{ противоречие}$$

Остается 2 варианта 3):

$$\begin{cases} \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \text{ ①} \\ \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases} \text{ ②} \end{cases}$$

Рассмотрим ②

$$\begin{aligned} a &= c-1 \\ b &= c-p^2 \\ a-b &= p^2-1 \not\equiv 0 \pmod{3} \end{aligned}$$

если $p \equiv 1 \pmod{3}$	$\Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$	$\Rightarrow p^2-1 \equiv 0 \pmod{3}$
если $p \equiv 2 \pmod{3}$	$\Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$	$p^2-1 \equiv 0 \pmod{3}$
$p \equiv 0 \pmod{3}$	$\Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$	$p^2-1 \equiv 2 \pmod{3}$

значит единственный вариант  $p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p=3k$ , кот.р.  $p$ -простое,

$$\text{то } \boxed{p=3} \Rightarrow \begin{cases} a=c-1 \\ b=c-9 \end{cases} \quad a-b=8/3 \Rightarrow a>b$$

$$(a-c)(b-c)=3^2$$

$$c-1+(c-9)^2=820; \quad c-1+c^2-18c+81=820$$

$$c^2-17c-740=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(c-37)(c+20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c=37 \\ c=-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=36 \\ b=28 \\ c=37 \\ a=-21 \\ b=-29 \\ c=-20 \end{cases}$$

Рассмотрим ④

$$a = c + p^2$$

$$b = c + 1$$

$$a - b = p^2 - 1 \quad \text{Аналогично с пропиской укажем получаем, что } p=3$$

$$\begin{cases} a = c + 9 \\ b = c + 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} a - b = 8 \neq 3 \\ a > b \end{matrix} \quad (a-c)(b-c) = 3^2$$

$$c + 9 + (c + 1)^2 = 820$$

$$c^2 + 2c + 1 + 9 + c = 820$$

$$c^2 + 3c - 810 = 0$$

$$(c+30)(c-27) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} c=-30 \\ c=27 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a=-21 \\ b=-29 \\ c=-30 \\ a=36 \\ b=28 \\ c=27 \end{cases}$$

Ответ:  $(36; 28; 37); (-21; -29; -30); (36; 28; 27)$



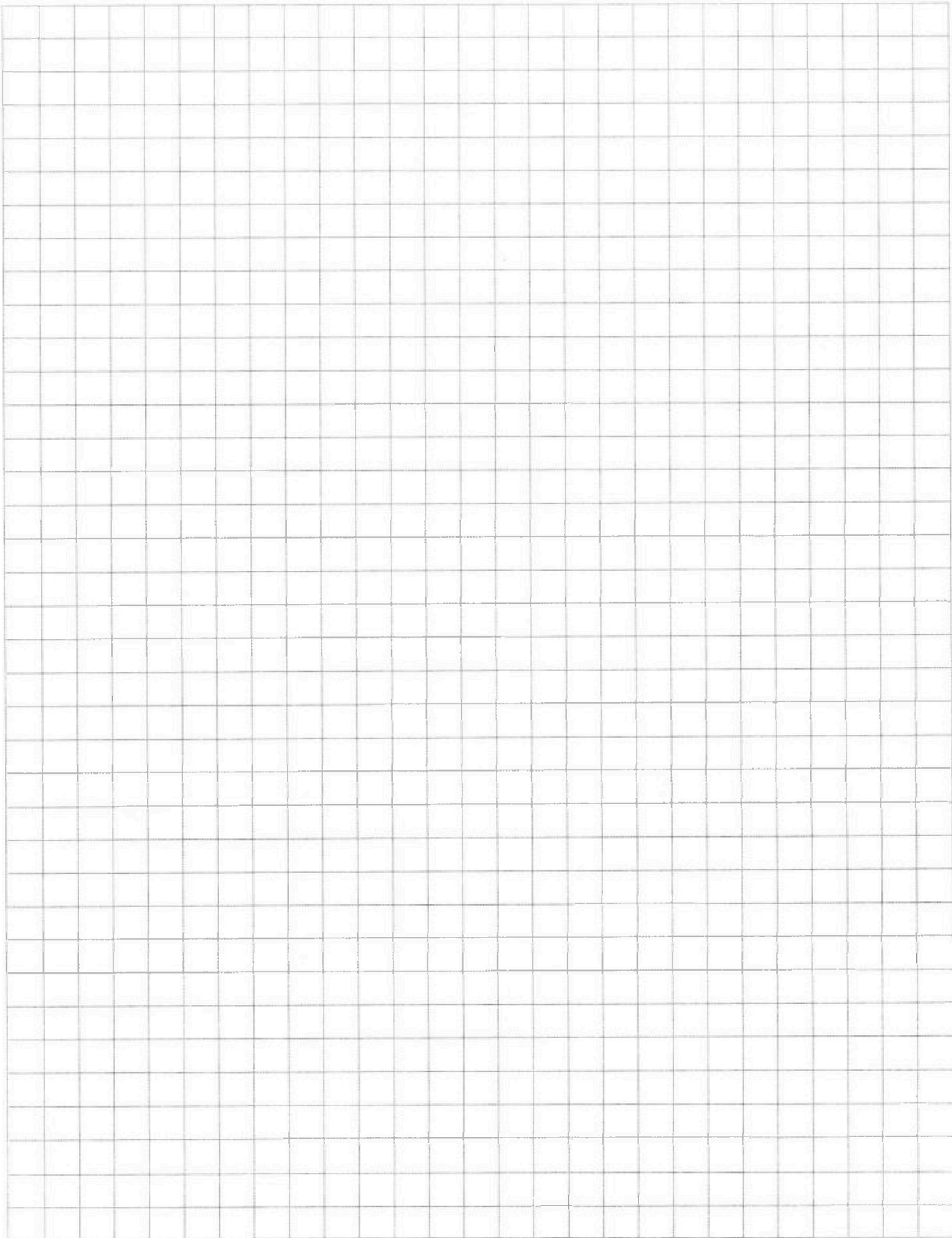


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x.$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 1$$

$$\sin 2x = 2\sin^2 x - 1$$

$$\cos 2x + 6\cos x = 3\cos 2x + 9$$

$x$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2-z}$$

$$\cos 6x - 3$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(3x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1) - 2\sin^2 x \cos x =$$

$$4 \cdot \frac{1}{2^3} - 3 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{4}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1) - 2(1 - \cos^2 x) \cos x =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1 - 2 + 2\cos^2 x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x = 3(2\cos^2 x - 1)$$

$$(a+b)(a^2+ab+b^2) =$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + b^3$$

$$\cos^2 x \cos x (4\cos^2 x - 3) = \cos x (2\cos 2x - 1) =$$

$$= \cos x (2\cos x \cos 2x - \cos x + 3\cos x)$$

$$2ab^2 + 2ab +$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x$$

$$- 3\sin^2 x$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x + 3\sin^2 x - 3\cos^2 x = P.$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 = P \quad 4\cos x (1 - \sin^2 x)$$

$$4 \cdot 27 + 9 - 54 + 3 = P$$

$$-4 - 3 \cdot 6 + 3 = -10$$

$$12t^2 + 3 - 12t = 0$$

4

$$4t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(2t - 1)^2 = 0$$

$$P \in [-10; 4]$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} + \frac{3}{2} - \frac{6}{4} + 3$$

$$(a+b)^2$$

$$a^2 + 2ab$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_4 \cdot q^8 = b_{12} \Rightarrow q^8 = \frac{b_{12}}{b_4} \Rightarrow \text{очевидно, что } \boxed{x-3 \neq 0}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = (x-3)^2 \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{x-3}$$

$$b_{30} = b_4 \cdot q^6 = \left( \sqrt[4]{x-3} \right)^6 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot \sqrt[4]{(x-3)^3} = \sqrt{15x+6}$$

$$\sqrt{15x+6} = x+4$$

$$15x+6 = (x+4)^2 \quad \boxed{x+4 \geq 0}$$

$$15x+6 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x=5 \\ x=2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

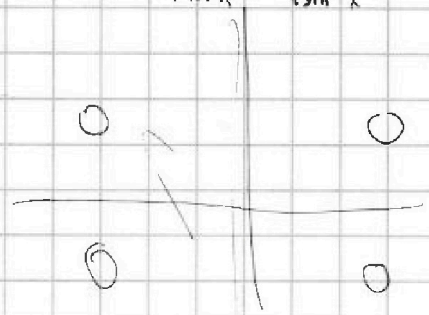
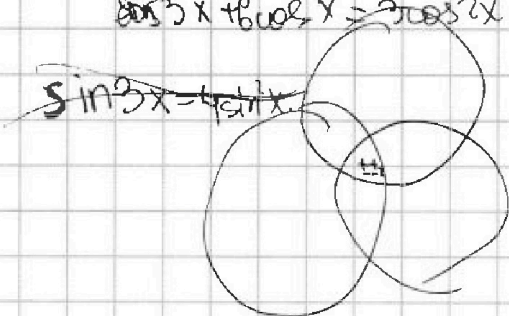
~~cos~~  $\sin^3 x =$

$$\sin^3 x = \sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 3 \cos^2 x + 1$$

$$\sin^3 x = \sin x (3 - 2 \sin^2 x) + 2 \sin x (1 - \sin^2 x)$$

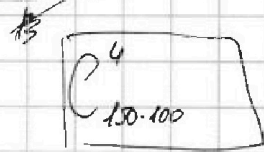
$$3 \sin x - 4 \sin^3 x$$



$$a + b + c - ab - bc - ac + abc$$

$$150 \cdot 100$$

~~$150 \cdot 100$~~

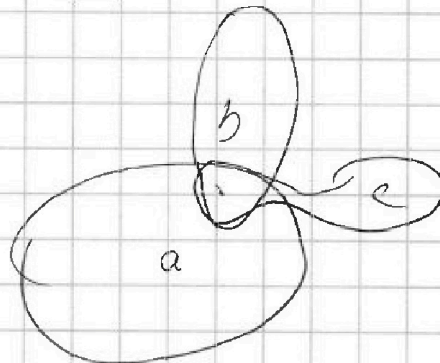


$$C^4_n$$

$$C^k_n$$

$$3 C^4_{150-100} - C^4_{150-50}$$

↙



$$a + b + c - 2abc =$$

$$= 3 C^4_{150-100} - 2 C^4_{150-50}$$



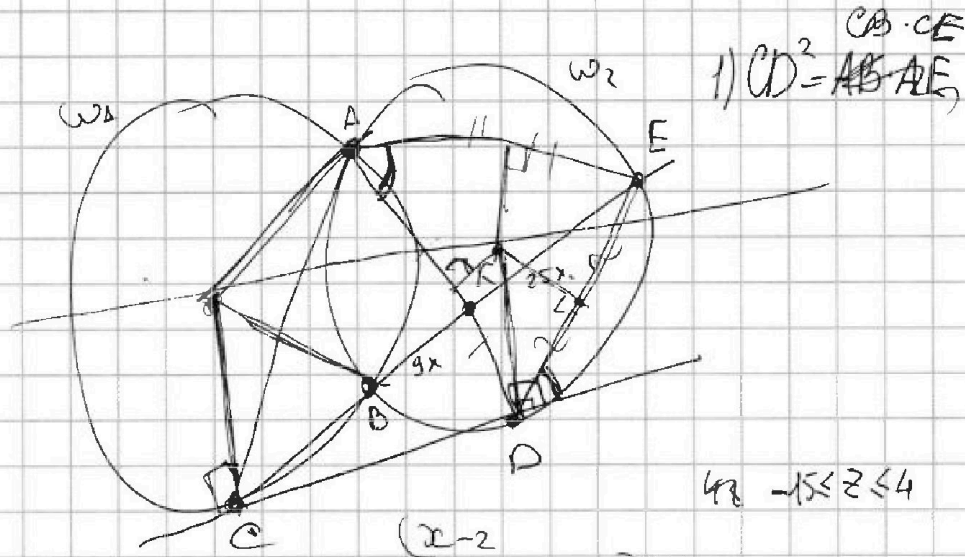
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) CD^2 = AB \cdot AE$$

$$4x - 15 \leq z \leq 4$$

$$y+z+1 \quad (a+b)(a^2+2ab+b^2)$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} = a^3 + 2a^2b + ab^2 +$$

$$\sqrt{7+x} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(7+x)(5-x)} + ba^2$$

$$\sqrt{12-t} - \sqrt{t} + 6 = 2\sqrt{(12-t)t}$$

$$(\sqrt{12-t} - \sqrt{t})^2 - 12$$

$$12 - (\sqrt{12-t} - \sqrt{t})^2 = K$$

$$K + 6 = 12 - K^2$$

$$K^2 + K - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$\frac{-1 \pm 5}{2} \quad K_1 = -3$$

$$K_2 = 2$$

$$\sqrt{12-t} - \sqrt{t} = 2$$

$$12 - t = t + 4 + 4\sqrt{t}$$

$$2t^2 - 8 + 4t = 0$$

$$D = 16 + 64$$

$$\frac{\sqrt{80-4}}{4} = \sqrt{5-2}$$