



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_i - i -ый член арифметической прогрессии, d - шаг арифметической прогрессии $\Rightarrow$ $a_{10} = 9x^2$, $x = ?$

~~$a_4 = 6 - 9x$~~

$$a_4 = 6 - 9x; a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = 9x^2, x = ?$$

$$\text{Решение: } a_i = d(i-1) + a_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 - 9x = a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 + 3d = (x^2 - 2x)^2 = 6 - 9x - 3d + 3d = 6 - 9x + 2d \Rightarrow 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$a_1 + 9d = a_{10} = 9x^2 = 6 - 9x - 3d + 9d =$$

$$= 6 - 9x + 6d = 6 - 9x + 3(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6) =$$

$$= 9x^2 \Rightarrow 2 - 3x + x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x - 4 = 0 =$$

$$= x^2(x^2 - 2x + 1) - 2x(x^2 - 2x + 1) - 4(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= (x^2 - 2x - 4)(x - 1)^2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0, x = 1 \\ x^2 - 2x - 4 = 0, D = 4 + 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{1} \end{cases} \text{ Ответ: } x = 1, \sqrt{5} + 1, -\sqrt{5} + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐2 ☒3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x-2y \leq 2 \quad |x-2y| \leq 2 \text{ равносильно}$$

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases}$$

(на графике отмечены
вертикальной и горизонтальной)

$$|2x-y| \leq 1 \text{ равносильно } \begin{cases} 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases}$$

(на графике горизонтальная и вертикальная
прямые и их пересечение)

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

в пересечении прямых
2) $x=2, y=4$

2) $x=4, y=4$ - это точка, находящаяся
от центра расстоянием.

$$2) \begin{cases} 2x-y=1 \\ x-2y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ x-2y=-2 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x-2y=2 \\ x-2y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2=2x-1, x+2=4x-2, x=\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{3} - y = 1, y = \frac{5}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ построим прямую, проходящую

через точку $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$

$$\Rightarrow 4y+6x = 20 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 50 + 8 = 58 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ максимальное значение $4y+6x = 58$.

Ответ: 58.

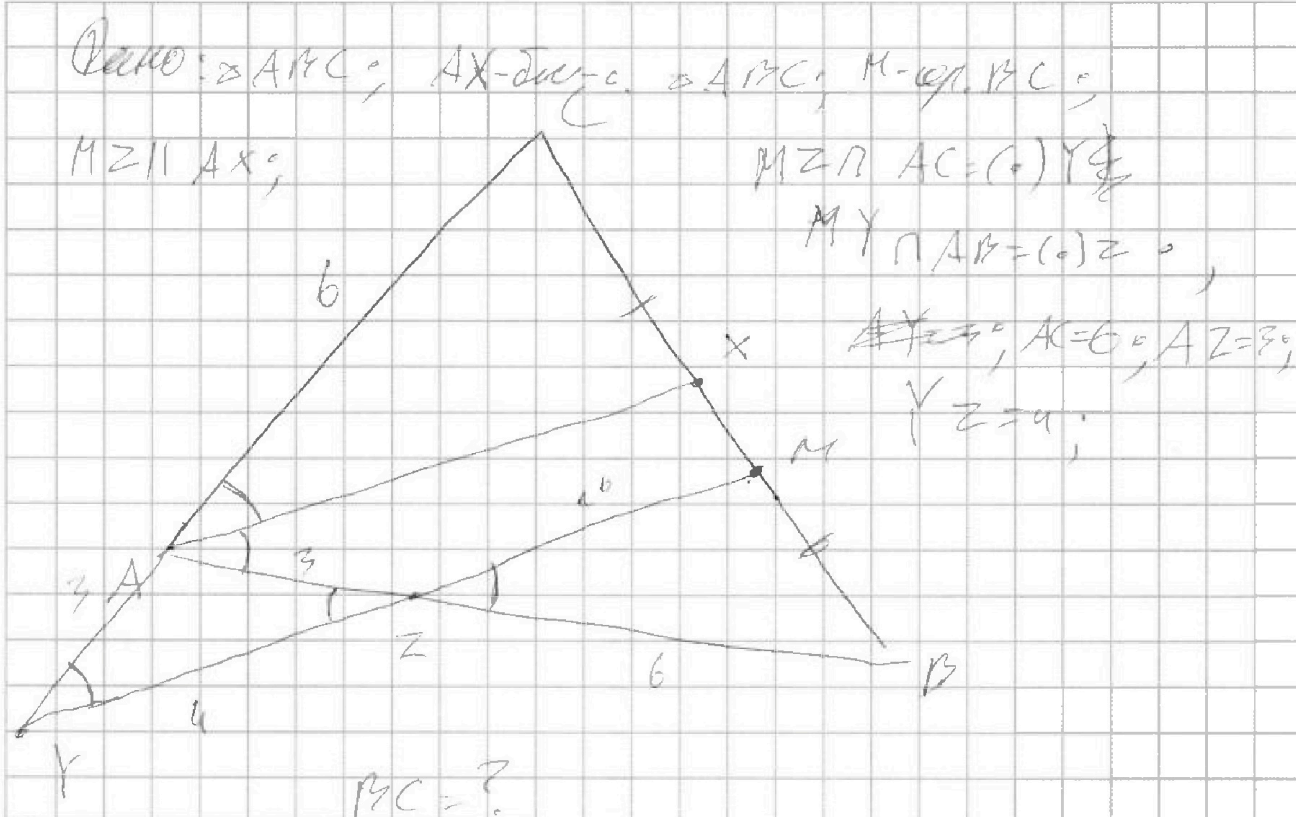


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: $\angle XAB = \angle XAC = \alpha$ (по усл.)
 $AX \parallel MZ \Rightarrow$ (д. парал. прям., ссм. углы; ссм. AZ)
 $\angle XAB = \angle MZB = \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle AZY = \angle MZB = \alpha$ (верши.) (ссм.)
 $\angle YAZ = 180^\circ - \angle CAB =$
 $= 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow$ (4 сумм. углов в верш.)
 $\angle AYZ = 180^\circ - \angle YZA - \angle YAZ =$
 $= 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ (сумм. п/д) (по усл.)
 $\triangle YAZ - \text{п/д} \Rightarrow AY = AZ = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П2: MY пер/сек. $\triangle ABC \Rightarrow$
(мехр. механика)

$\Rightarrow$

$$\frac{CM}{MY} = \frac{BZ}{AZ} = \frac{AY}{YC} = 1$$

(П1, по усл.)

$$1 = \frac{BZ}{3} = \frac{3}{6} = 1 \Rightarrow BZ = 6$$

П3: AY пер/сек. $\triangle ACM \Rightarrow$

(мехр. механика)

$\Rightarrow$

$$\frac{MZ}{ZY} = \frac{AY}{AC} = \frac{MC}{AM} = 1$$

(П1, по усл.)

$$\frac{MZ}{4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow MZ = 16$$

П4: (мехр. $\cos$ $\angle AZY$)

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2 \cos(\angle AZY) \cdot AZ \cdot YZ$$

(П1, по усл.)

$$9 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(\angle AZY)$$

$$\cos(\angle AZY) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\angle AZY = \angle MZB \Rightarrow \cos(\angle MZB) = \cos(\angle AZY)$$

(мехр. $\cos$ $\angle MZB$) (П2, П3)

$$MB^2 = MZ^2 + ZB^2 - 2 \cos(\angle MZB) \cdot MZ \cdot ZB$$

$$MB^2 = 256 + 36 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 16 \cdot 6 = 256 + 36 - 128 = 164$$

$$\Rightarrow MB = \sqrt{164} \Rightarrow BC = 2MB = 2\sqrt{164} \text{ (так как: } BC = 2 \cdot MB)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{4-x} = 2 - \sqrt{(x+2)(4-x)} \quad (-2x^2 + 10x + 48 \geq 0)$$

$$(x+2) + (4-x) - 2\sqrt{(x+2)(4-x)} = 4(x+2)(4-x) - 29\sqrt{(x+2)(4-x)}$$

$$-4x^2 + 20x + 56 + 49 - 9 = 26 - \sqrt{x^2 + 5x + 14}$$

$$-4x - 2x^2 + 10x + 49 = 13 - \sqrt{x^2 + 5x + 14}$$

$$4x^4 + 100x^2 + 2304 - 40x^2 - 192x^2 + 960x =$$

$$= 13 - 196x^2 + 960x + 2366$$

$$4x^4 - 40x^3 + 44x^2 + 945x + 115x - 62 = 0$$

при подстановке $x = \frac{1}{2}$

разделим многочлен на $x - \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 + 44x^2 + 945x - 62 & x - \frac{1}{2} \\ \hline -4x^4 + 2x^3 & \\ \hline -38x^3 + 44x^2 + 945x - 62 & \\ -38x^3 + 19x^2 & \\ \hline -56x^2 + 945x - 62 & \\ -56x^2 + 28x & \\ \hline 58x - 62 & \\ -58x + 29 & \\ \hline 1 & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 4 = 2\sqrt{4+5x-y^2}$ ОДЗ: $x \geq 0, y \leq 2$
2) $x^2 + 4x - \sqrt{4-y} = y^2 - \sqrt{2x} + 4y$ $y \leq 4$

2) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 2(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{2x} + \sqrt{2y}) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 2) = 0$

$x, y \geq 0 \Rightarrow$

$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 2) = 0$

$\Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y$

$\Rightarrow 1) \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Есть квадрат $10 \times 10 \Rightarrow$ всего 11×11 узлов
 ~~$= 121$ узел~~ узлов. Каждую раскраску
можно повернуть на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ каждая раскраска из
у каждой раскраски есть 4 "близнеца"
(дальнейшие повороты)
 $\Rightarrow$ все раскраски распределены в группы
по 4 раскраски.

Числов. приурочить дальн. симметричные по-
ротам раскраски C_{121}^2 , но, на самом деле
их в 4 раза меньше $\Rightarrow$ ответ $\frac{C_{121}^2}{4} =$

$$= \frac{121!}{119! \cdot 2! \cdot 4} = \frac{120 \cdot 121}{8} = 15 \cdot 121 = 1815 \text{ ответов}$$

Ответ: 1815



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n$$

$$M = m^2 + 2mn + n^2$$

$$(m + 2n)^2 - 4(m + 2n)$$

$$(m + 2n - 4)(m + 2n) = 459^2 = 209641$$

$$mn(m + 2n)$$

$$mn(m + 2n + 4) = 11 \cdot 9 \cdot 9$$

Число

$$m + 2n > m + 2n - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

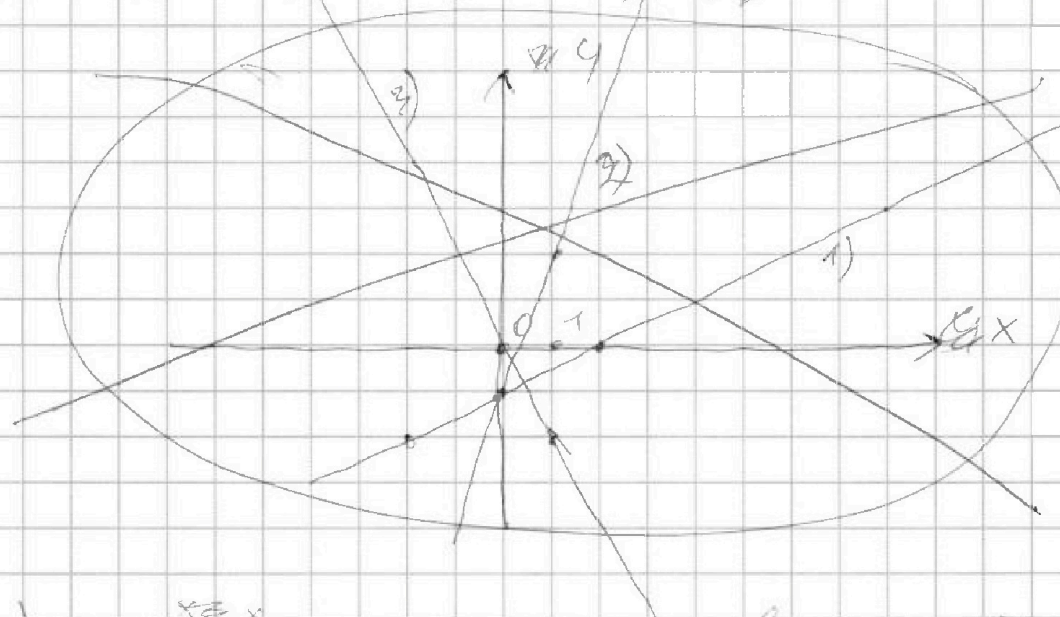
7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим по координатам систему уравнений $|x-2y| \leq 2$, $|2x-y| \leq 1$

1) $x-2y=2$, 2) $2x-y=1$, 3) $y+6x=0$



1) $y = \frac{x-2}{2} - 1$ у. функ. св. прямой

x	2	0
y	0	-1

2) $y = 2x - 1$ у. функ. св. прямой

x	1	0
y	2	-1

3) $y = -2x$ у. функ. св. прямой

x	0	1
y	0	-2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~$y = 2x$~~ $x - 2y = 2$ преобразуем

б) $|x - 2y| = 2$

2) $2x - y$ преобразуем в $|2x - y| = 1$

и) $x - 2y = -2$

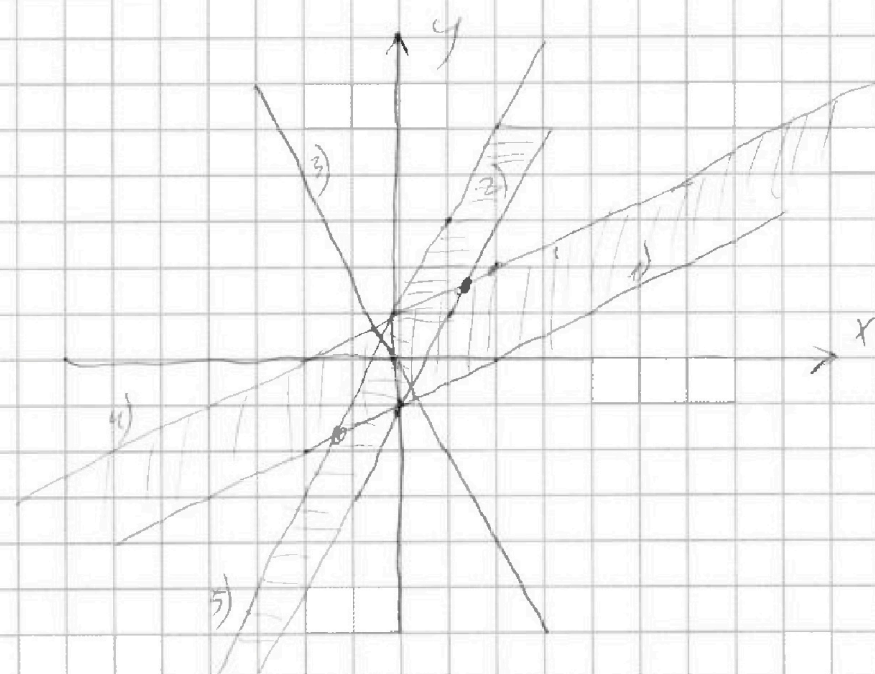
5) $2x - y = -1$

пр. урав. св. пр. и.

пр. урав. св. пр. и.

x	2	0
y	2	1

x	1	0
y	2	1





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$ ОДЗ: $x \geq -2, y \geq 0, x \leq 4, y \leq 7$
 (1) $x^2 + 4x - \sqrt{24} = y^2 - \sqrt{24}x + 3y, x^2 - y^2 + 4x - 3y + \sqrt{24} - \sqrt{24} = 0$

4) $x - 2(\sqrt{x} - \sqrt{y})(-\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + 4xy + y^2) +$
 $+ 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})(-\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{24}(-\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$
 $= 0$

5) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + 4xy + y^2) + 3(-\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{24} = 0$

м.к. $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 0, x^2 + 4xy + y^2 \geq 0, 3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0$

$\Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + 4xy + y^2 + 3) + \sqrt{24} > 0$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow (x, y \geq 0)$
 $x = y$

$\Rightarrow 2) \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2}$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{(x+2)(4-x)}$

ОДЗ: $\sqrt{x+2} = a, \sqrt{4-x} = b$

$a - b + 4 = 2\sqrt{ab} \Rightarrow 49$

$a^2 - 2ab + b^2 = 49 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 49$

Оформление решения
 (м.к. $x \geq -2, x \leq 4$)

$x+2 = 2\sqrt{(x+2)(4-x)} + 4 - x = 4(x+2)(4-x) - 29 - 2\sqrt{(x+2)(4-x)} + 49$

$29x + 56 = 4x^2 - 8x + 49 - 9 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}$

$4x^2 - 20x + 96 = 26\sqrt{(x+2)(4-x)}, -2x^2 + 10x + 45 = 13\sqrt{(x+2)(4-x)}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 + 100x^2 + 49^2 - 40x^2 - 9192x^2 +$$

$$+ 960x = 17(x+2)(4-x) = 161193x + 2366 - 169x^2 -$$

$$- 238x \Rightarrow 4x^4 - 40x^2 - 92x^2 + 960x - 1183x + 2366x$$

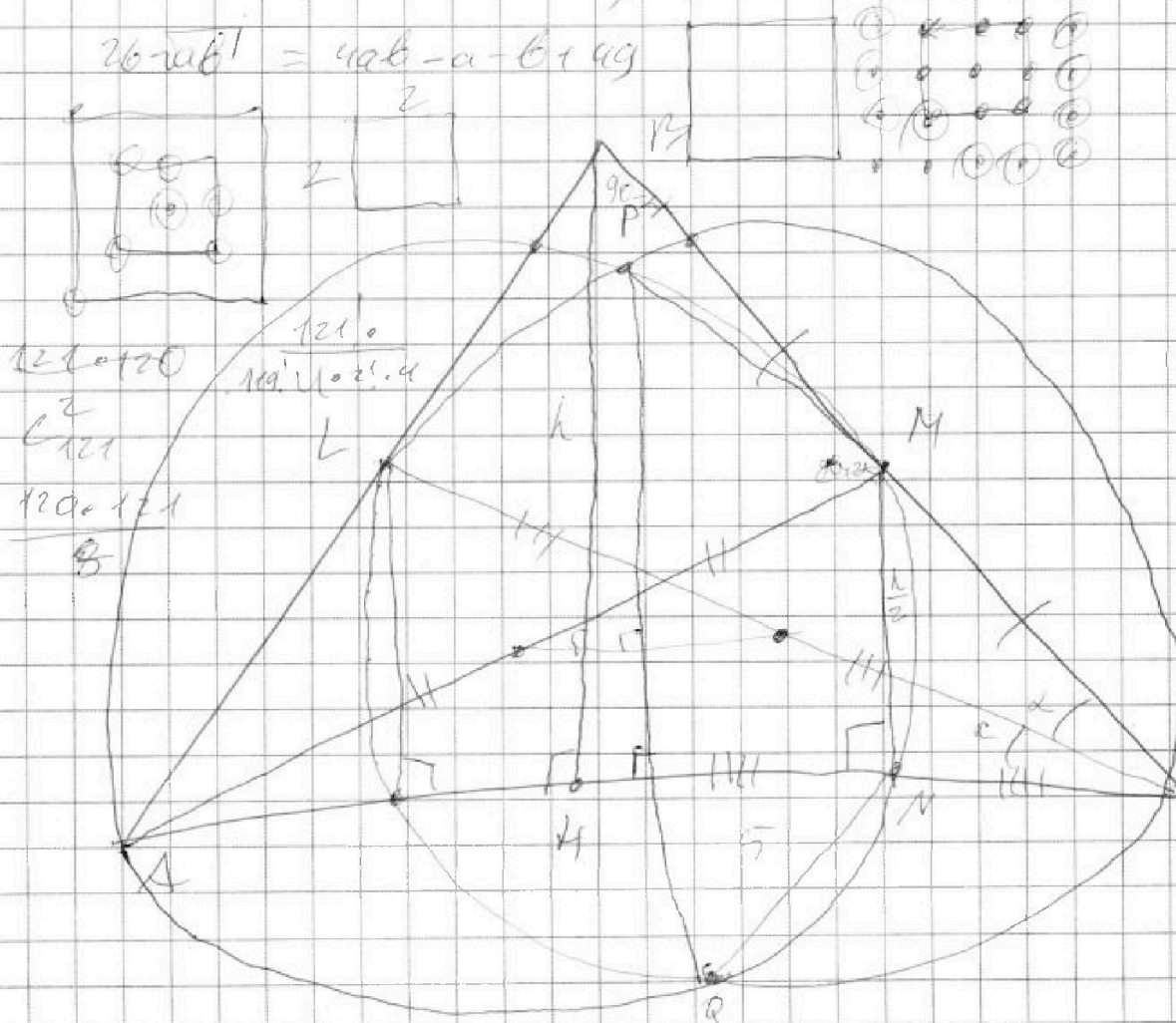
$$+ 169x^2 - 2366 - 169^2 = 0$$

$$4x^4 - 40x^2 + 92x^2 - 960x - 62 = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 4; a - 2\sqrt{ab} + b = 4\sqrt{ab} + 16$$

$$2\sqrt{ab} = 4ab - a - b + 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+n) = (m+2n-4)(m+2n)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

1. Пусть $B = 11 \cdot p^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow mn(m+2n+9) = 11 \cdot p^2$$

1) Если $m=1 \Rightarrow n(m+2n+9) \cdot n(2n+10) = 11 \cdot p^2$
 $2n+10 \mid 11 \cdot p^2$ ($2n+10$), $2n+10 \mid 2 \Rightarrow p=2$

$$\Rightarrow 11 \cdot p^2 \mid 2 \Rightarrow p \mid 2 \Rightarrow p=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(2n+10) = 44$$

$$2n^2 + 10n - 44 = 0; \quad n^2 + 5n - 22 = 0; \quad D = 25 + 88 =$$

$$= 113 \Rightarrow n = \frac{-5 \pm \sqrt{113}}{2} - \text{не натур.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \neq 1, \text{ к } 11 \cdot p^2 \text{ Если } n=1 \Rightarrow m(m+11) = 11 \cdot p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Если } m \mid 11 \Rightarrow m+11 \mid 11, \quad m+11 \mid 11 \Rightarrow m \mid 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \mid m \cdot (m+11) \mid 11^2 \Rightarrow p=11 \Rightarrow m^2 + 11m - 11^2 = 0$$

$$121 + 4 \cdot 121 \cdot 11 = 121 \cdot 45 - \text{не квадрат} \Rightarrow n \neq 1$$

2) $m, n \mid m+2n+9 \Rightarrow m=p; n=p; m+2n+9 \mid 11 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m=n, \quad A = (m+2n-4)(m+2n) = (3p-4)3p = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9^2$$

$$m+2n+9=11 \Rightarrow m+2n=2 \Rightarrow m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{невозм.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B \neq 11 \cdot p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 2, A = 110p^2 \Rightarrow K = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot q^2$$

$$mn(m+2n+4) = 11 \cdot p^2$$

$$m+2n > m+2n-4 \text{ т.к. - одно из чисел четное}$$

$$\Rightarrow 11 \cdot p^2 : 2 \Rightarrow p : 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow$$

$$1) \begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-4 = 20 \cdot 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} m+2n = 11 \cdot 2 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } m+2n = k \Rightarrow$$

$$k(k-4) = 44 \Rightarrow$$

$$k^2 - 4k + 44 = 0 \Rightarrow 49 + 146 = 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{+15 \pm 12}{2} = 11; -9$$

$$\Rightarrow k = m+2n = 11$$

$$11 = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot q^2 = mn(m+2n+4) = mn \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q : 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = mn \cdot 20$$

$$3 \cdot 5 = mn$$

$$\Rightarrow m=1, n=15 \Rightarrow m+2n=31 - \text{не дел.}$$

$$m=3, n=5 \Rightarrow m+2n=13 - \text{не дел.}$$

$$m=5, n=3 \Rightarrow m+2n=11$$

$$m=15, n=1 \Rightarrow m+2n=17 - \text{не дел.}$$

$$\Rightarrow \text{подходящий вариант}$$

$$m=5, n=3$$

$$\text{Ответ: } m=5, n=3$$

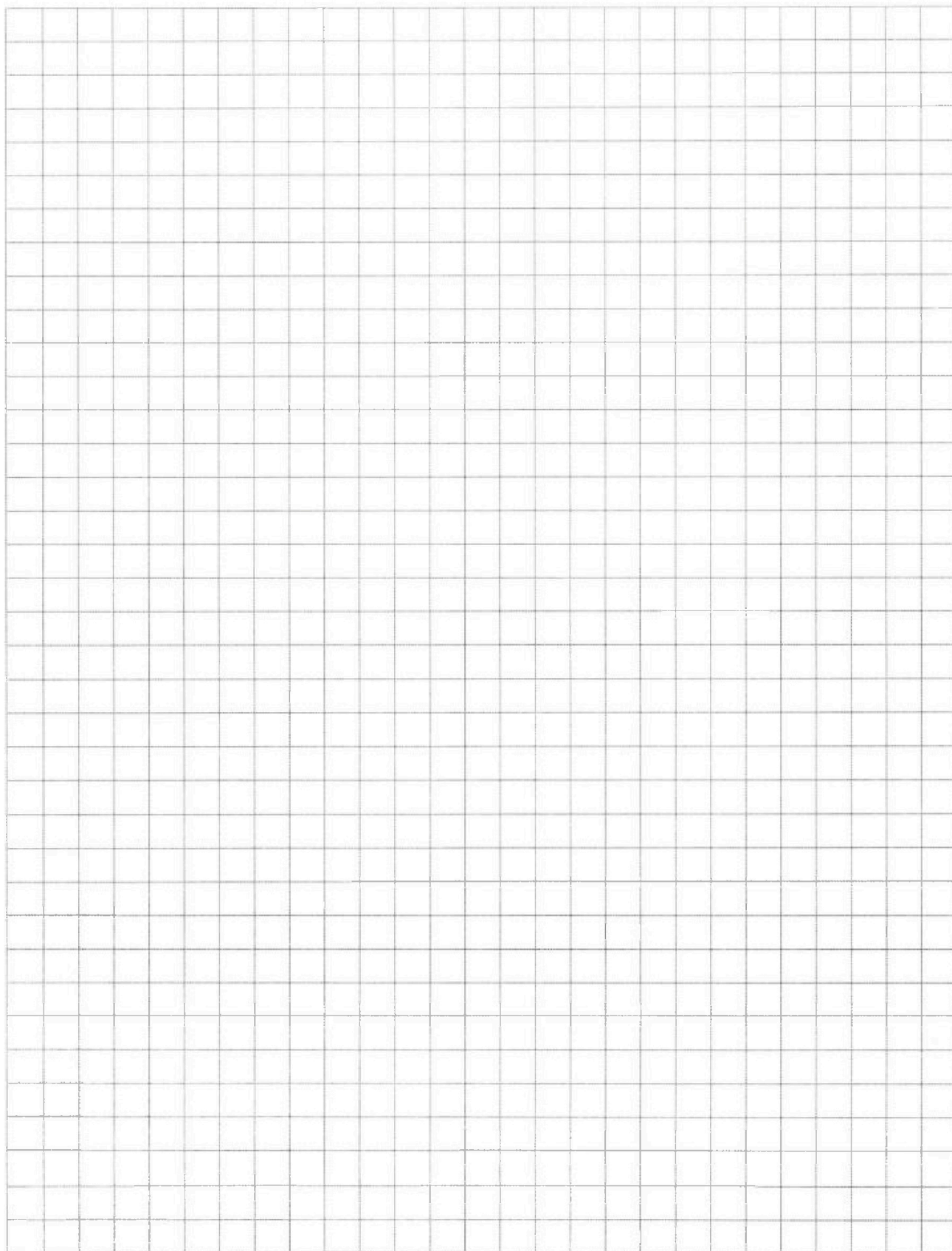


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

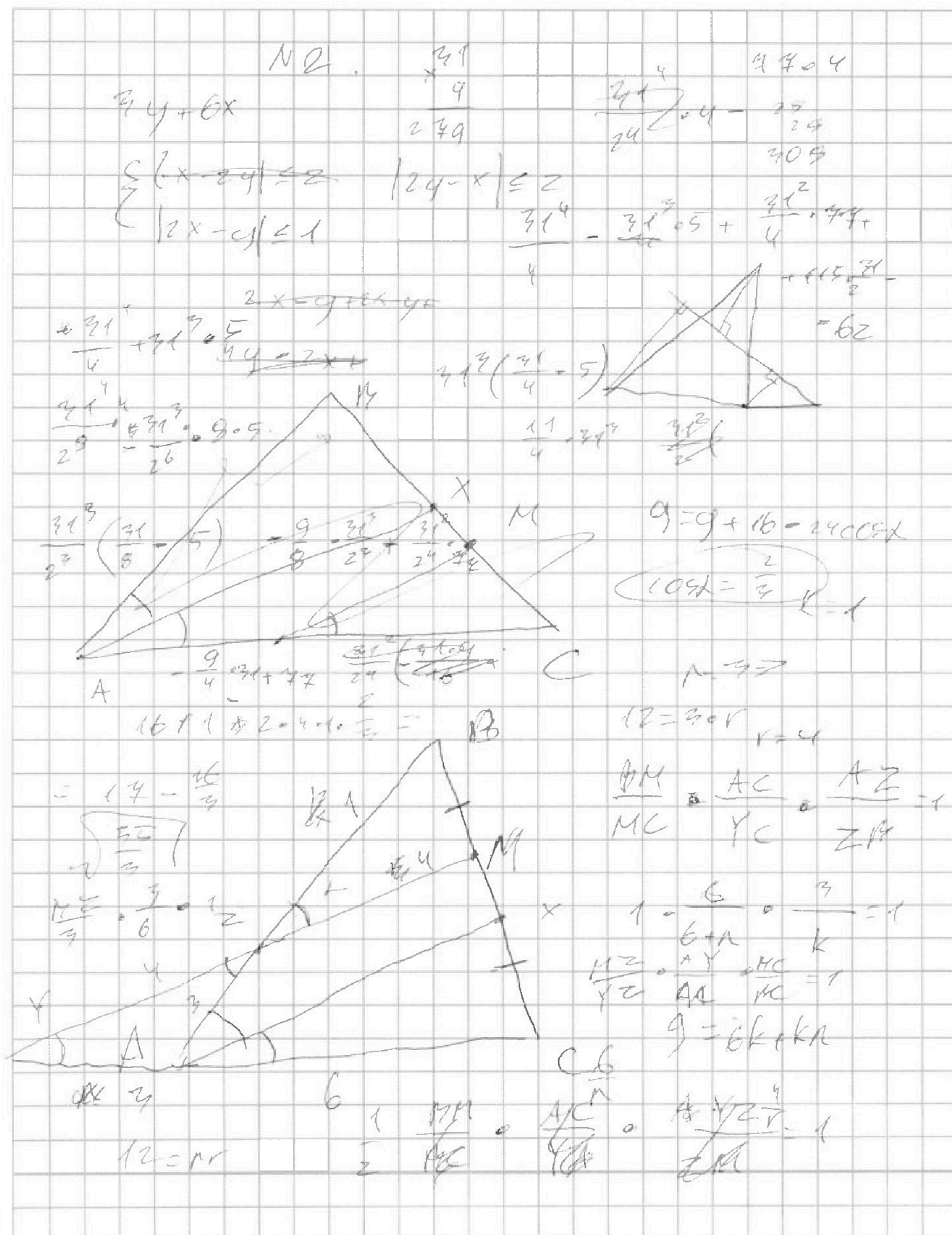
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - 3d = 6 - 9x$$

$$x = ?$$

$$a + 5d = (x^2 - 2x)^2$$

$$\sqrt{6}(2\sqrt{a}+1) = \frac{1}{2}(2\sqrt{a}+1) + 1,5$$

$$a + 9d = 9x^2$$

$$a = 6 - 9x - 3d \quad (\sqrt{6}(\frac{1}{2}))(2\sqrt{a}+1) = 6,5$$

$$6 - 9x - 3d + 5d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$4d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6$$

$$6 - 9x - 3d + 9d$$

$$6 - 9x + 6d$$

$$= 6 - 9x + 2x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 29x$$

$$-18 + 9x = 9x^2$$

$$64 - 320 + 440 - 220 - 62 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 4x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$\frac{1}{4} + 5 - \frac{4x}{4} - \frac{4x^2}{4} - \frac{62}{4} = 4x + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\frac{1}{4} - 5 + \frac{44}{4} + \frac{119}{2} - 62$$

$$5x^4$$

$$x = 1 \Rightarrow 4 + 40 + 44 - 115 - 62$$

$$x + 2 + 7 - x =$$

$$-2\sqrt{(x+2)(4-x)} =$$

$$= 4 \cdot 14 + 405x - 4x^2 +$$

$$28\sqrt{14+5x-x^2} + 49$$

$$17$$

$$26\sqrt{14+5x-x^2} = -4x^2 + 20x + 96$$

$$169\sqrt{(14+5x-x^2)} = 4x^2 + 100x +$$

$$\begin{array}{r} \times 12x \\ 15 \\ \hline 1605 \\ 121 \\ \hline 1513 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 109 \\ 1348 \\ \hline 3130 \\ + 1920 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 169 \\ 119 \\ \hline 1696 \\ + 1696 \\ \hline 3392 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | x-1 \\ \underline{x^4 - x^3} \\ -3x^3 + x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 - 2x + 9x - 1 \\ \underline{-x^3 - x^2} \\ 4x^3 - 2x \\ \underline{-2x^3 + 2x} \\ -2x^3 + 2x \\ \underline{-2x^3 + 2x} \\ 0 \end{array}$$

