



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



4. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

5. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_5 = 6x + 18 \\ a_7 = (x^2 - 4x)^2 \\ a_{11} = -3x^2 \end{cases} \quad \{a_n\} - \text{арифм. пр.}$$

$$a_7 = a_5 + 2d, \text{ где } d - \text{разность прогрессии.}$$

$$a_{11} = a_5 + 6d$$

$$\begin{cases} a_5 = 6x + 18 \\ a_5 + 2d = (x^2 - 4x)^2 \\ a_5 + 6d = -3x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 2d + 18 = (x^2 - 4x)^2 \quad \textcircled{1} \\ 6x + 6d + 18 = -3x^2 \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}: -4d = x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 \quad (:(-2))$$

$$2d = \frac{x^4}{-2} - 8x^2 + 4x^3 + 1,5x^2 =$$

$$= -\frac{x^4}{2} - 9,5x^2 + 4x^3 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$6x + \frac{x^4}{2} - 9,5x^2 + 4x^3 + 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$-x^4 + 24x^3 - 51x^2 + 6x + 18 = \textcircled{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 6x + 2d + 18 = (x^2 - 4x)^2 & \textcircled{1} \\ 6x + 6d + 18 = -3x^2 & \textcircled{2} \end{cases} \quad | -3$$

$$3\textcircled{1} - \textcircled{2}:$$

$$12x + 36 = 3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2$$

$$12x + 36 = 3x^4 + 48x^2 - 24x^3 + 3x^2$$

$$3x^4 + ~~12x~~ - 24x^3 + 51x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 + (x - 2)^2 ~~16~~ = 16$$

$$[t = (x - 2)^2$$

$$(t - 4)^2 + t = 16$$

$$t^2 + 16 - 8t + t = 16$$

$$t^2 - 7t = 0$$

$$t(t - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow x = 2 \\ t = 7 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

Подставим, посмотрим.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_5 &= 30 & x &= 2 \\ a_7 &= 18 & 2d &= -14 \\ a_{11} &= -12 & d &= -7 \end{aligned} \quad \left| \quad \checkmark \right.$$

$$x = 2 + \sqrt{7}$$

$$2d = -21 - 6\sqrt{7}$$

$$a_5 = 6x + 18 = 30 + 6\sqrt{7}$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = \left((2 + \sqrt{7})^2 - 4(2 + \sqrt{7}) \right)^2 = \cancel{0}$$

$$= (11 + 4\sqrt{7} - 8 - 4\sqrt{7})^2 = 9 \quad \checkmark \quad 4d = -42 - 12\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(2 + \sqrt{7})^2 = -3(11 + 4\sqrt{7}) = \checkmark$$

$$= -33 - 12\sqrt{7}$$

$$x = 2 - \sqrt{7}$$

$$a_5 = 30 - 6\sqrt{7}$$

$$2d = -21 + 6\sqrt{7}$$

$$a_7 = 9$$

$$4d = -42 + 12\sqrt{7}$$

$$a_{11} = -3(11 - 4\sqrt{7}) = -33 + 12\sqrt{7} \quad \checkmark$$

Ответ: $x = 2; 2 + \sqrt{7}; 2 - \sqrt{7}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 & (1) \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cdot 11: \quad -66 \leq 44x-33y \leq 66 \quad (3)$$

$$(2) \cdot (-10): \quad +80 \geq -30x+40y \geq -80 \quad (4)$$

$$(3) + (4): \quad -144 \leq 14x+7y \leq 144$$

$$14x+7y \rightarrow \min = -144, \text{ тогда}$$

$$x = \frac{-144-7y}{14} \text{ проверить.}$$

$$\left| 2 \frac{-144-7y}{14} - 3y \right| =$$
$$= \left| \frac{-288-14y-21y}{7} \right| \leq 6.$$

$$\left| -(288+35y) \right| \leq 42.$$

$$-42-288 \leq 35y \leq 42-288$$

$$-330 \leq 35y \leq -246.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$\left| 3 \cdot \frac{-144 - 7y}{14} - 4y \right| \leq 8$$

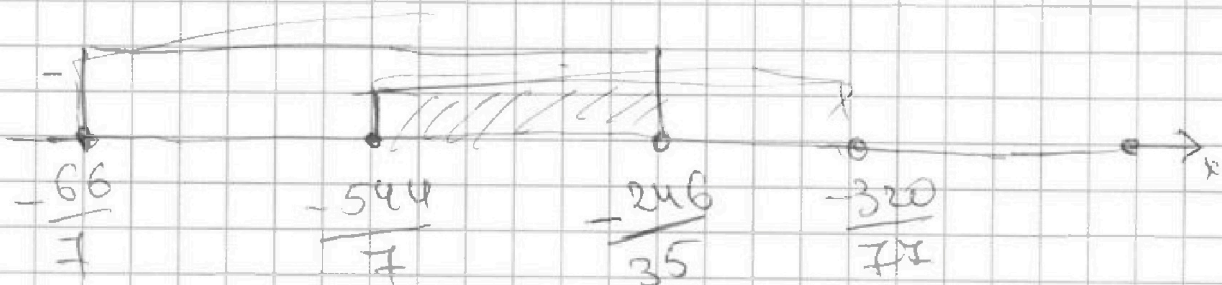
$$\left| \frac{-432 - 21y}{14} - 4y \right| \leq 8$$

$$|-432 - 77y| \leq 112$$

$$-112 - 432 \leq 77y \leq 112 - 432 = -320$$

$$\begin{cases} -544 \\ -66 \end{cases} \quad -\frac{544}{77} \leq y \leq -\frac{320}{77}$$

$$\begin{cases} -66 \\ -7 \end{cases} \quad -\frac{330}{35} \leq y \leq \frac{-246}{35}$$



действительно, найдемся такое значение, что $74x + 7y = -144$. Ответ: -144



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n =$$

$$= (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

~~$$(m-n)(m-n+9)$$~~

$$A = 13p^2 \quad | \quad A = 13p^2$$

$$B = 3q^2 \quad | \quad \textcircled{1} \begin{cases} (m-n) = 13 \\ m-n+9 = p^2 \end{cases} \quad p^2 = 22 \quad \text{no}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} (m-n) = 13p^2 \\ (m-n+9) = 1 \end{cases} \quad 13p^2 = -8 \quad \text{no}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} (m-n) = 13p \\ (m-n+9) = p \end{cases} \quad \begin{matrix} 12p = -9 \\ \text{no} \end{matrix} \quad \textcircled{4} \begin{cases} (m-n) = 1 \\ (m-n+9) = 13p^2 \end{cases} \quad p^2 = \frac{10}{13} \quad \text{no}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} m-n = p \\ m-n+9 = 13p \end{cases} \quad \begin{matrix} 12p = 9 \\ \text{no} \end{matrix}$$

$$\textcircled{6} \begin{cases} (m-n) = p^2 \\ m-n+9 = 13 \end{cases} \quad \begin{matrix} p^2 = 4 \\ p = 2 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Знаем A может равняться $(3p)^m$ только если $p=2$, $m-n=4$.

$$\text{тогда } B = mn(m-n+3) = 7mn = 3q^2$$

$$7mn = 3q^2$$

$\therefore 7 \mid 3q^2 \Rightarrow q^2 \mid 7$ по т.к. q - простое, то

$q=7$, тогда

$$\begin{cases} m-n=4 & \text{из } ① \\ mn=21 & \text{из } ② \end{cases} \quad \begin{cases} m=4+n & \text{из } ① \\ (4+n)n=21 & \text{из } ② \end{cases}$$

$$4n+n^2=21$$

$$n(4+n)=21 \Rightarrow n=3 \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}$$

тогда пара $(7; 3)$ нам подходит

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 3q^2$$

$$B = 13p^2$$

$$A = 3q^2$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} m-n = 9 \\ m-n+9 = 9 \end{cases} \quad q^2 = 12 \quad \cancel{\text{no}}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} m+n = 3q^2 \\ m-n+9 = 1 \end{cases} \quad 3q^2 = 8 \quad \cancel{\text{no}}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} m-n = 3q \\ m-n+9 = 9 \end{cases} \quad 2q = 9 \quad \cancel{\text{no}}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} m-n = 1 \\ m+n+9 = 3q^2 \end{cases} \quad q^2 = \frac{10}{3} \quad \cancel{\text{no}}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} m-n = q \\ m-n+9 = 3q \end{cases} \quad 2q = 9 \quad \cancel{\text{no}}$$

$$\textcircled{6} \begin{cases} m-n = q^2 \\ m-n+9 = 9 \end{cases} \quad q^2 = -6 \quad \cancel{\text{no}}$$

получается, что A не может равняться $3q^2$ при $m, n \in \mathbb{N}$.

Ответ: $(7; 3)$

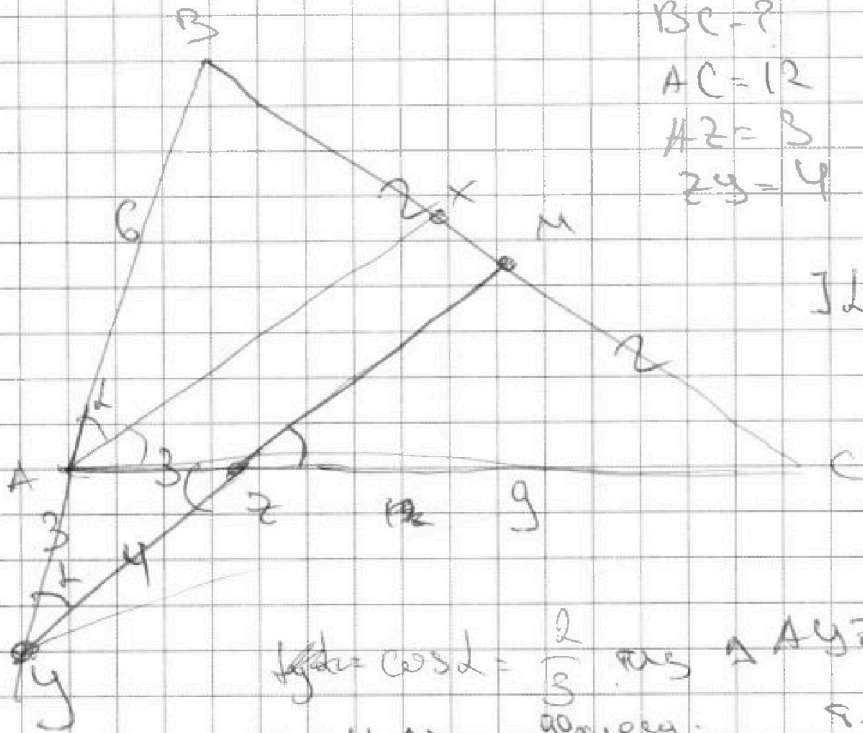


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} BC &= ? \\ AC &= 12 \\ AZ &= 3 \\ ZY &= 4 \end{aligned} \quad BM = MC$$

$$\angle \alpha = \angle BAX$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14

$$\cos \alpha = \cos \alpha = \frac{2}{3} \text{ в } \triangle AYX$$

$$\frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX} \Rightarrow \frac{CZ}{CM} = \frac{CA}{CX} = \frac{AB}{BX} = \frac{BY}{BM}$$

п.к. $MY \parallel AX$ по параллельности. п.к. $AX \parallel MY$ по параллельности п.к. $AX \parallel MY$

$$\frac{CZ}{BY} = \frac{CM}{BM} = 1 \Rightarrow CZ = BY = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = 6 \text{ п.к. } \triangle AYX \text{ п.к. } AZ = AY = 3.$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC =$$

$$= 36 + 144 + \frac{2}{9} \cdot 6 \cdot 12 = 180 + 16 = 196 \Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y & (2) \end{cases}$$

Внимательно посмотрим на (2)

$$4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y.$$

$$\exists t_1 = \sqrt{x}, x \geq 0, t_1 \geq 0,$$

$$t_2 = \sqrt[4]{y}, y \geq 0, t_2 \geq 0$$

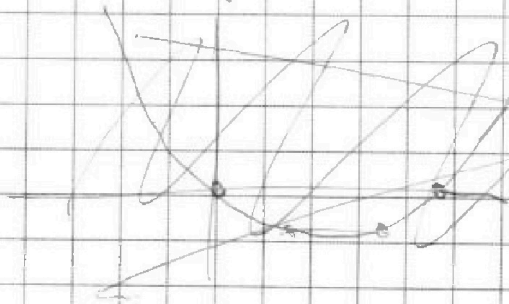
$$4t_1^8 + 5t_1 + t_1^4 = 4t_2^8 + 5t_2 + t_2^4.$$

$$\text{Видно, что } f(x) = 4x^8 + 5x + x^4$$

имеет параболический график, а значит приймає одно и то же значение в разных точках может не более двух раз.

При этом видно, что $f(0) = 0$, тогда

график функции всегда будет как-то так:



Видно, что при
одном и том же
значении аргумента

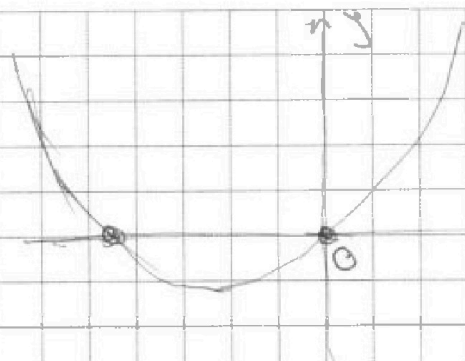


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Очевидно, что второй верней будет при отриц. аргументе г.к. все кр. положительны

Тогда решим $f(t_1) = f(t_2)$, где $t_1, t_2 > 0$, то $t_1 = t_2$, г.к. на положительном диапазоне аргумента график функции обладает разными значениями (видно из графика)

Итак: $t_1 = t_2 \Rightarrow x = y$. подставим в (1).

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$-6 \leq x \leq 5. \quad = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + (x+6) + (5-x) - 6 - 2\sqrt{(x+6)(5-x)} = 0$$

$$= \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + (\sqrt{x+6} + \sqrt{5-x})^2 - 6 = 0$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x+6} \quad a - b + (a+b)^2 - 6 = 0$$

$$b = \sqrt{5-x} \quad a - b + a^2 + b^2 - 2ab - 6 = 0$$

$$a^2 + a(1-2b) + b^2 - b - 6 = 0$$

$$D = (1-2b)^2 - 4(b^2 - b - 6) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z = 4b^2 + 1 - 4b - 4b^2 + 4b + 24 = 25$$

$$a_{1,2} = \frac{2b - 1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2b - 3 \\ b + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 3 & \sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} - 3 & \textcircled{1} \\ a = b + 2 & \sqrt{x+6} = \sqrt{5-x} + 2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 3 = \sqrt{5-x} - \sqrt{x+6} \quad -6 \leq x \leq 5$$

$$9 = 11 - 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$-2 = -2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$30 - x - x^2 = 1$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 116 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2} = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad 4 = 11 - 2\sqrt{30-x-x^2} \quad \cancel{2} = 4b^2$$

$$3,5 = \sqrt{30-x-x^2}$$

$$\frac{49}{4} = 30 - x - x^2$$

$$4x^2 + 4x - 11 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 71 = 72 \cdot 16 = 4^2 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 24\sqrt{2}}{8} = \begin{cases} -\frac{1}{2} + 3\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2} - 3\sqrt{2} \end{cases}$$

Все корни нам подходят.

Ответ:

$$x = y = \frac{-1 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$
$$x = y = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

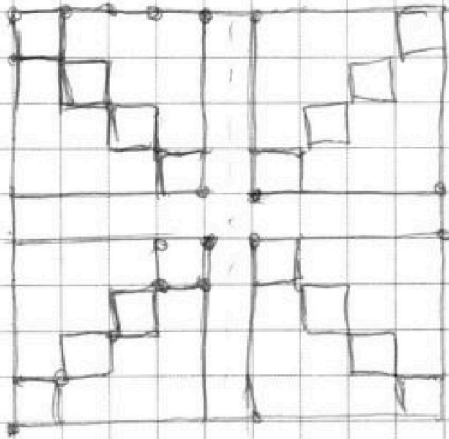
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Очевидно, что если пере-
крашивать узлы сетки,
которые симметричны ^{относительно} центра ^{квадрата} ~~узла~~,
их раскраска поворотом
повторится дважды.

Для всех остальных вариантов пере-
шивания кол-во их повторений будет равно
4. Тогда кол-во ~~симметричных~~ ^{симметричных} ~~относительно центра~~ ^{относительно центра} ~~узла~~ ^{квадрата} ~~узла~~ раскрасок

~~узла~~ ^{узла} равно количеству узлов в одной
половине ^{квадрата} ~~узла~~, разделенное на 2 т.к.

каждому узлу в одной половине соответ-
ствует единственный симметричный ему
узел в другой половине. То есть, $\frac{5 \cdot 10}{2} = 25$.

Всего кол-во пар узлов C_{100}^2 . Кол-во
пар узлов, сим-ых отн. центру кв-та,
как было показано ранее, равно 50. Значит,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

кол-во пар несимметричных от-но центра
квадрата равно $C_{100}^2 - 50$. Тогда, как было
сказано ранее, кол-во неповторяющихся
поворотных раскрасок где 2 цвета несимметрич-

ные равно $C_{100}^2 - 50$ ~~$C_{100}^2 - 50$~~ ~~$C_{100}^2 - 4900$~~ $\frac{C_{100}^2 - 50}{4}$

~~$C_{100}^2 - 4950$~~ $= \frac{4900}{4} = 1225$.

Итого $25 + 1225 = 1250$.

Ответ: 1250



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y \rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$\begin{cases} |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$14 \geq 7y - 7x \geq -14$$

$$14 + 21x \geq 14x + 7y \geq -14 + 21x$$

$$14x + 7y = -14 + 21x \quad (14x + 7y) \rightarrow \min.$$

$$7y - 7x = -14$$

$$x - y = 2.$$

$$\begin{cases} |4x - 3(x-2)| \leq 6 \end{cases}$$

$$|x+6| \leq 6 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} |3x - 4(x-2)| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+6| \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |-x+8| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq x+6 \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8 \leq -x+8 \leq 8 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6 \quad | \cdot k_1 = 11$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8 \quad | \cdot k_2 = 10$$

$$-66 \leq 44x - 33y \leq 66$$

$$-80 \leq 30x - 40y \leq 80$$

$$-66 \leq 44x - 33y \leq 66$$

$$-80 \leq 40y - 30x \leq 80$$

$$-14$$

$$\frac{-544}{77}$$

$$\frac{-246}{35}$$

$$22$$

$$-544$$

$$\times 35$$

$$2720$$

$$1632$$

$$-19040$$

$$34$$

$$\times 246$$

$$77$$

$$1722$$

$$1722$$

$$-18942$$

$$\frac{-320}{77}$$

$$\frac{-246}{35}$$

$$1$$

$$320$$

$$\times 35$$

$$1600$$

$$96$$

$$-17200$$

$$\frac{246}{77}$$

$$6$$

$$-18942$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -12 \leq x \leq 0 \\ -16 \leq -x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12 \leq x \leq 0 \\ 16 \geq x \geq 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$x=0, y=-2.$$

тогда $14x + 7y = -14$.

$$\begin{cases} 4k_1 - 3k_2 = 14 \\ 4k_2 - 3k_1 = 7 \end{cases}$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$4k_1 - 3k_2 = 8k_2 - 6k_1$$

$$10k_1 = 11k_2$$

$$k_1 = 1, k_2 = 1$$

$$4, 4k_2 - 3k_2 = 14$$

$$1, 4k_2 = 14$$

$$= 4xk_1 - 3yk_1 - 3xk_2 + 4yk_2 \quad k_2 = 10$$

$$x(4k_1 - 3k_2) + y(4k_2 - 3k_1) \quad k_1 = 11$$



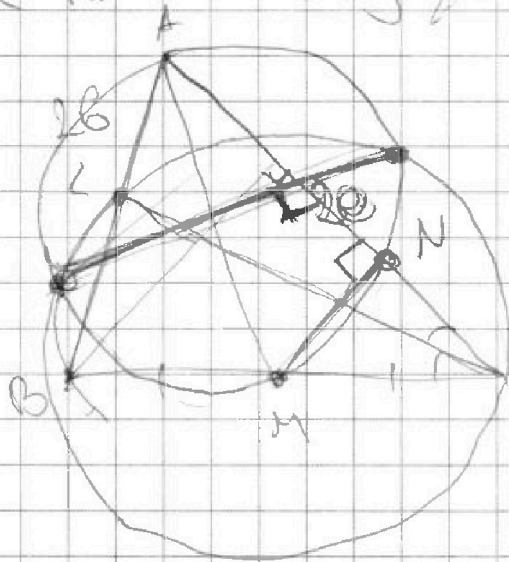
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

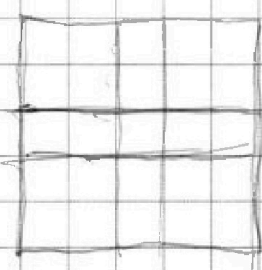
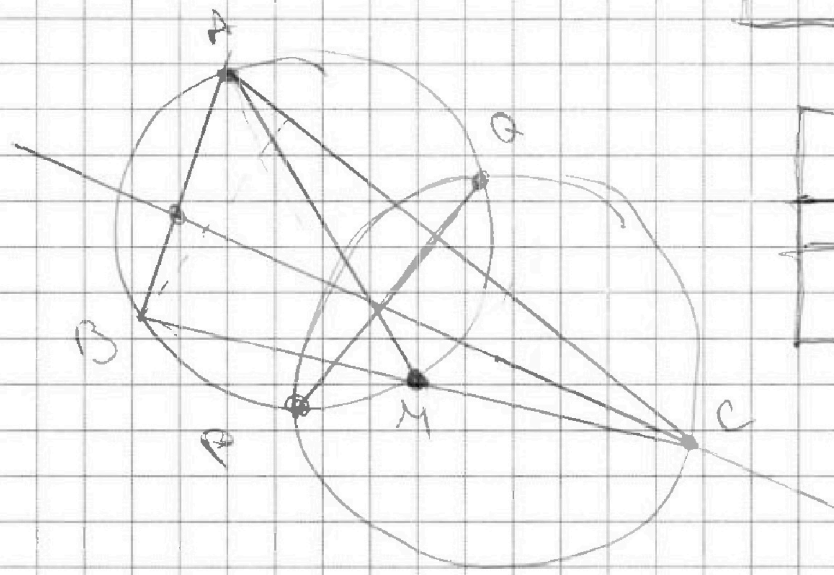
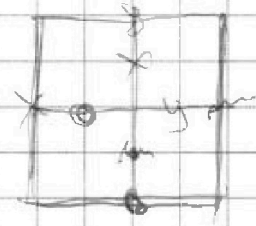
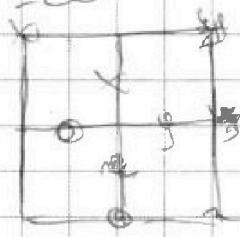
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{x+6} = \sqrt{5y+5} = 2\sqrt{30-x-y}$~~
 ~~$4x^2 + y = 5\sqrt{y} = -4y - 5\sqrt{x+y}$~~



$AB = 26$
 $AM = 20$



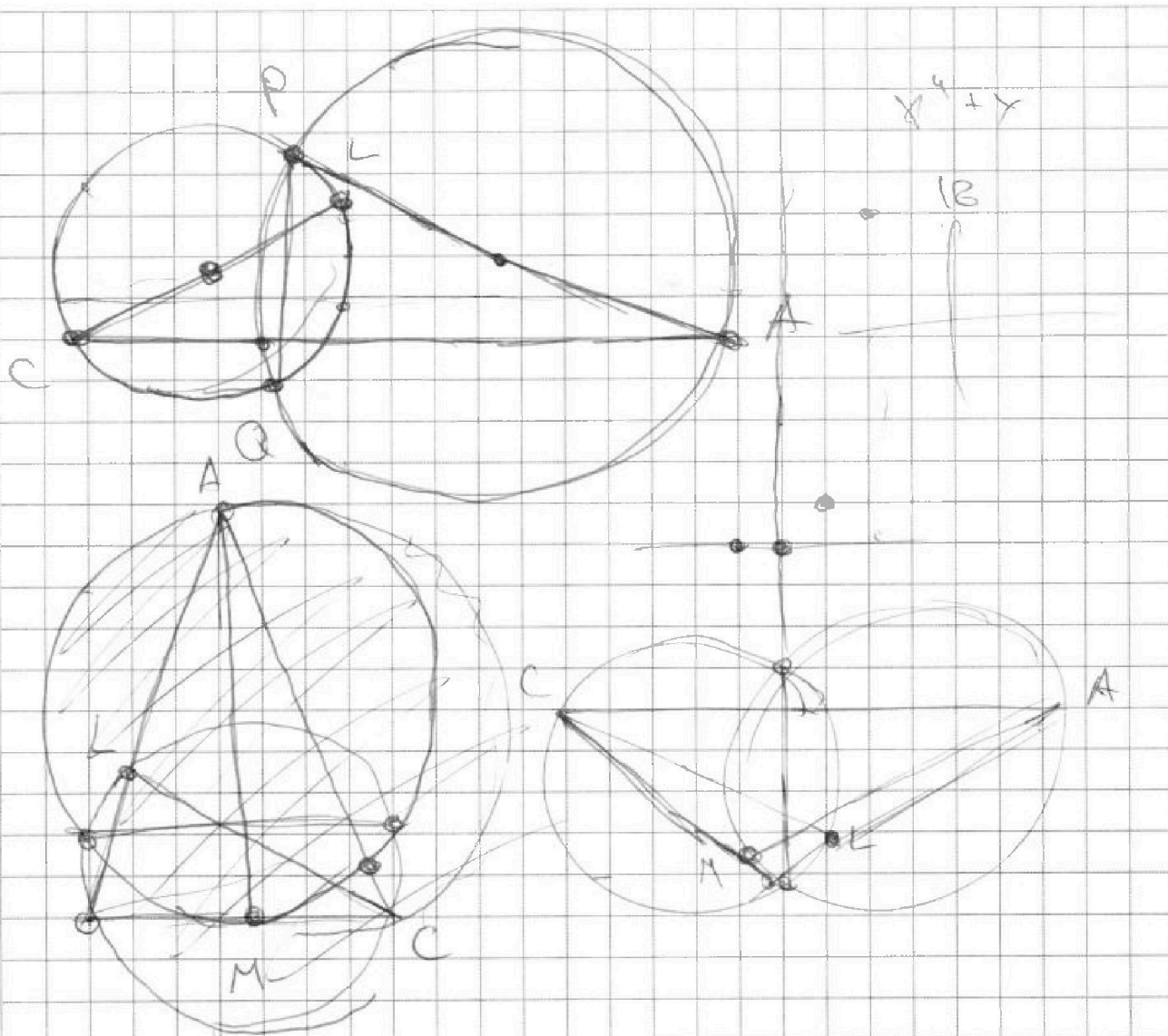


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$$

$$x, y \geq 0$$

$$t_1 = \sqrt[4]{y}$$

$$t_2 = \sqrt[4]{x}$$

$$4t_1^8 + t_1^4 + 5t_1 = 4t_2^8 + t_2^4 + 5t_2$$