



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_3 = -6x^2$$

из при условии чл. дресски:

$$a_4 - a_1 = 0$$

$$a_4 - a_1 = 3 \Rightarrow$$

$$\frac{-6x^2 - 12 + 12x}{(x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x}$$

$$\Rightarrow \cancel{((x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x)} = \frac{\cancel{(x^2 - 2x + 1)}}{-2}$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -2x^2 + 4x - 4$$

$$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x(x^3 + 8x^2 + 18x) = 8$$

$$x(x^3 + 8x^2 + 16x + 2x + 8) = 8$$

$$x(x + 4)(x^2 + 4x + 2) + 2(x + 4) = 8$$

$$\Rightarrow x(x(x + 4) + 2)(x + 4) = 8$$

$$x(x^2 + 4x + 2)(x + 4) = 8$$

$$x(x + 4)(x(x + 4) + 2) = 8$$

$$\Rightarrow x(x + 4) = a$$

$$a(a + 1) = 8$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a = -4$$

$$a = 2$$

~~11-12x-6x^2=0~~  
~~x^2+4x-2=0~~  
~~x = -2 ± √6~~

$$x(x + 4) = -4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x = -2$$

$$x(x + 4) = 2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = -2 \pm \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 8}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

овд. при x = -2

$$a_4 - a_1 \neq 0, a_3 - a_1 \neq 0$$

$$\sqrt[3]{11 - 12x - 6x^2} = 16$$

$$8x^3 = -14$$

26	46	20	16	6	-4	14	-1
16		3	7	5	8	3	2
24							

Решения:  $x = -1; x = -2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

два неравенства с двумя переменными

$$|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow |3x - 2y| \leq 4 \quad \text{или}$$

найдем экстремальные значения

$$1) \quad 2x \geq 3y \Rightarrow 2x - 3y = 6$$

$x \geq \frac{3}{2}y$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

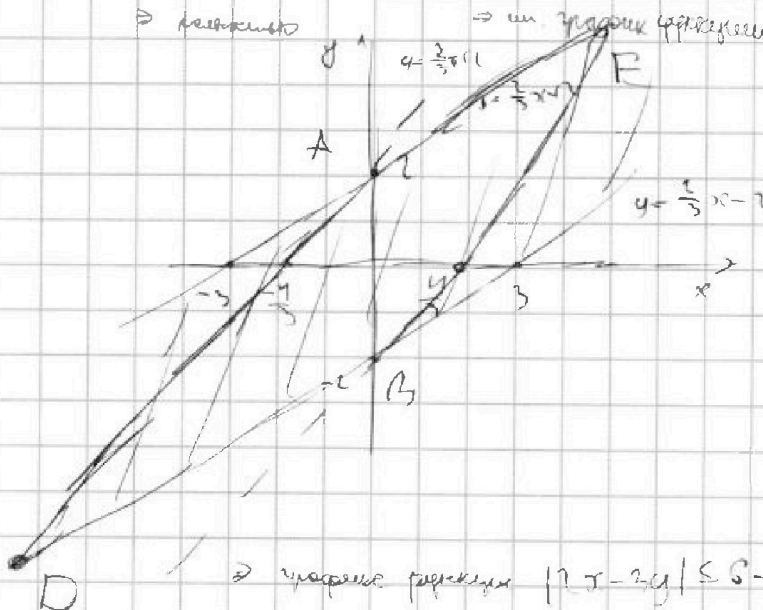
или

при максимуме  $x$

$$x \geq \frac{3}{2}x$$

$\Rightarrow$  максимум

$\Rightarrow$  минимум функции



$$\begin{aligned} & 2 \cdot \frac{-14}{9} - 3 \left( \frac{16}{9} \right) \\ & = \frac{-28}{9} - \frac{48}{9} = \frac{-76}{9} \approx -8.44 \end{aligned}$$

$$2) \quad 2x \leq 3y \Rightarrow 2x - 3y = -6$$

$$3x \geq \frac{2}{3}x + 2 \quad \text{или} \quad x \geq \frac{2}{3}x$$

$\Rightarrow$  максимум при  $x$ .

$$\Rightarrow \text{знак при } |2x - 3y| = 6$$

отделим по осям на части  
каждая от точек  $x$  и  $y$

$\Rightarrow$  при  $x$   $\rightarrow$   $\frac{2}{3}x + 2$

$$\text{знаки } \geq 6, \leq 6, \text{ и } |2x - 3y| \leq 6$$

$$\text{на } y \Rightarrow \text{при } x = 0; y = 3$$

$$|2x - 3y| = 9 \geq 6 \Rightarrow$$

$$\text{В обратном случае } |2x - 3y| \geq 6$$

(Вместо  $\frac{2}{3}x + 2$ )

$\Rightarrow$  максимум функции  $|2x - 3y| \leq 6$  - максимум на границе

или, наоборот для  $|3x - 2y| \leq 4$ , от  $x$ :  $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x - 1 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$  при  $x = 0; y = 3$

$$|3x - 2y| = 6 - 4 \Rightarrow \text{ч. функции } |3x - 2y| \leq 4 \rightarrow \text{от } x$$

каждое из этих условий на отрезке между  $x$  и  $y$   $\rightarrow$  максимум

пересекаются в том месте:  $DEAB, A = (0; -2) B = (3; -2)$

$D$   $\rightarrow$   $\frac{3}{2}x + 1 = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow \frac{2-4}{6}x = -4 \Rightarrow x = \frac{-24}{-6} = 4, y = \frac{-24}{10} + 1 = \frac{-24}{10} + \frac{10}{10} = \frac{-14}{10} = -1.4$

$E$ :  $x = \frac{24}{9}, y = \frac{32}{10} \Rightarrow x = \frac{8}{3}, y = \frac{16}{5}$

Все точки функции макс - и если упрощен  $\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$

$\Rightarrow$   $\text{max}$  при  $D, x$  и  $y$   $\rightarrow$   $10x + 9y = -51 - 26 = -77$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(m, n)$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 7n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = m^2n - 7mn^2 - 7mn \quad 19p^2, 15q^2 \quad p \text{ и } q - \text{н.ч.}$$

$$mn(m-2n-7)$$

$$\Rightarrow A = (m-2n+13)(m-2n)$$

$$B = mn(m-2n-7) \quad \text{н.р. } B = 15q^2 / 17p^2$$

н.ч. - делит  $\Rightarrow$  н.р.  $m$  и  $n$  - н.ч.

$$m > 2n+7 \Rightarrow m-2n > 7, \text{ следовательно } 7 \text{ делит } m-2n = x$$

$$\Rightarrow A = (x+13)x = 15q^2 / 17p^2 \quad \text{н.р. } p \text{ и } q \text{ взаимно просты}$$

решение B:

1)  $x+13 = 15q^2$   
 $x = 1 \times q - \text{н.ч.}$

2)  $x+13 = 17p^2$   
 $x = 1$   
 $x = 17p - \text{н.ч.}$

3)  $x+13 = 17p^2$   
 $x = p$   
 $\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 17$   
 $\Rightarrow x = \frac{13}{16} - \text{н.ч.}$

4)  $x+13 = 15q^2$   
 $x = q$

$\Rightarrow \frac{x+13}{x} = 15$   
 $x = \frac{13}{14} - \text{н.ч.}$

5)  $x+13 = 17$   
 $x = p^2$   
 $\Rightarrow p = 4$   
 $p = 2 \checkmark$   
 $m-2n = 4$   
 $\text{поделим}$   
 $\text{на } m$   
 $\text{получим}$   
 $\text{уравнение}$

6)  $x+13 = 15$   
 $x = q^2$   
 $x = 2$   
 $\Rightarrow q - \text{н.ч.}$

7)  $x+13 = p^2$   
 $x = 14$   
 $\Rightarrow p^2 = 30 \times$

8)  $x+13 = q^2$   
 $x = 15$   
 $p^2 = 28 \times$

$\Rightarrow p = 2, x = 4 = m-2n$

$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot 4 = 17 \cdot 2^2$

н.ч.  $m-2n = 4$

$2mn = 15q^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow m = 2n + 4$$

$$2(2n+4)n = 15q^2$$

~~4~~  $m \in \mathbb{N}$ .  $q$ -число,  $m$  и  $q$ -неч. и тогда  $2(2n+4)n$ -неч.  $\times$   
иногда  $q=2$

$$\Rightarrow 2(2n+4)n = 60$$

$$4n^2 + 8n - 60 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (n+5)(n-3) = 0$$

$n \in \mathbb{N}$ .  $n$ -неч.

$$n = 3, \Rightarrow m = 10$$

$$\Rightarrow A = (m-2n)(m-2n+3) = 4 \cdot 17 = 2^2 \cdot 17$$

$$B = m(m-2n-2) = 10 \cdot 3(4-2) = 60 = 15 \cdot 2^2$$

Ответ:  $\boxed{\begin{matrix} m=10 \\ n=3 \end{matrix}}$



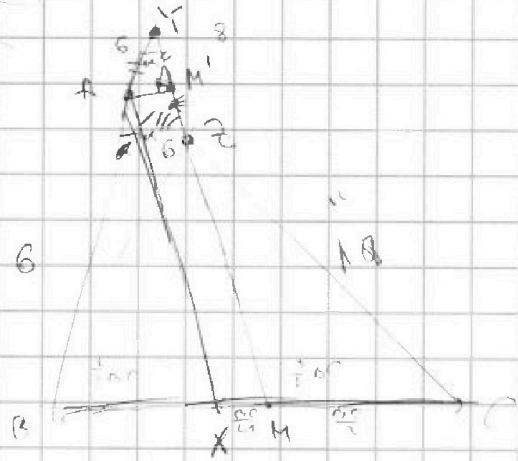
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

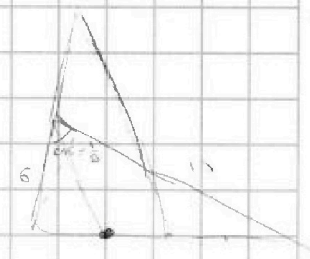
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle = 4$



$AC = 8$   
 $AZ = 6$   
 $YZ = 8$



$AX - \text{дуга} \Rightarrow (\angle BAX = \angle CAX, \text{т.к. } MZ \parallel AX), \angle ZAX = \angle AZX = \alpha$

$\hookrightarrow \angle AYZ = \angle BAX = \alpha \Rightarrow AZX = \alpha$ ,  $M'$  - середина  $YZ$ ,  $\text{т.к. } AZX = \alpha$

$\triangle AM' - \text{век } \triangle AYZ \Rightarrow AM' = \frac{1}{2} YZ$ ,  $AM' = AY \cdot \cos \alpha$

$\Rightarrow 4 = 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$ ,  $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{1}{9}$

~~$\sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{4\sqrt{5}}{9}$~~

$\frac{1}{3}$ ,  $\text{т.к. } AC = 8 \Rightarrow \frac{AZ}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AZ}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow AZ = 2$ ,  $\frac{MC}{CX} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{CM}{CX} = \frac{2}{3}$

$\frac{CM}{CX} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BC}{CX} = \frac{2}{3} \Rightarrow CX = \frac{3}{4} BC \Rightarrow BX = \frac{1}{4} BC$

$\Rightarrow \text{т.к. } AX - \text{дуга}, \frac{AB}{AC} = \frac{CX}{BX} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 6$

$\angle AZY = \angle AYZ = 60^\circ \Rightarrow \angle BZY = 90^\circ \Rightarrow BZ = BC \cdot \cos$

$BC = \sqrt{AB^2 + AZ^2 - 2AB \cdot AZ \cdot \cos 2\alpha} = \sqrt{6^2 + 2^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{36 + 4 - \frac{24}{9}} = \sqrt{36 + 4 - \frac{8}{3}} = \sqrt{38\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{116}{3}}$

$\sqrt{38\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{116}{3}} = \frac{\sqrt{116}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{29}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{87}}{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AM'' = \frac{AB \cdot AS'}{A'B'} \rightarrow \sqrt{(s+p)^2 - 4x^2} = \frac{6 \cdot \sqrt{(10+2x)^2 - 36}}{10+2x} \quad | \cdot 2$$

$$(s+p)^2 - 4x^2 = \frac{6 \cdot ((10+2x)^2 - 36)}{10+2x}$$

$$s+x=y$$

$$y^2 - 4(y-s)^2 = \frac{6(4y^2 - 36)}{(4y)^2}$$

$n: s$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$2xs + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^2 - 4\sqrt{3x} + 4y^2$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + s = 2\sqrt{12-x-y}$$

$(\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y})^2 (x+y) = \dots$

$$2xs + 4x^2 + \sqrt{3x} + 4 = 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$$

если  $x \neq y$ , все слагаемые  $x^2, x, \sqrt{3x}$  монотонно возрастают.

$x > y \Rightarrow 2xs + 4x^2 + \sqrt{3x} > 2y^2 + 4y^2 + \sqrt{3y}$

$\Rightarrow x \leq y$ , аналогично  $y \leq x \Rightarrow x=y$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + s = 2\sqrt{12-x-x}$$

$$(\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + s - 2\sqrt{(x+4)(3-x)})$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - s \quad | \cdot 2$$

$$7 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = 4(x+4)(3-x) - 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 15$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = a$$

$$7 - 2a = 4a^2 - 20a + 15$$

$$2a^2 - 9a + 4 = 0$$

$$a^2 - 9a + 4 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 4 = 0$$

$$a = 9 \pm \sqrt{81-8}$$

$s \geq -4$   
 $x \in \mathbb{R}$

уменьшаем в 2 раза по знаку, получим 2 уравнения

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{81-8}}{2}$$

$a = 3$        $a = 3$

~~$2a^2 - 9a + 4 = 0$~~        $2a^2 - 9a + 4 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{(x+4)(3-x)} = 3 \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - 3 = 1 > 0$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \swarrow \text{св. } 3-4$$

$$\text{if } x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x+4 = \frac{-1 - \sqrt{13} + 8}{2} = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3-x} > \sqrt{4+x} \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} < 0$$

$$3-x = \frac{6+1+\sqrt{13}}{2} = \frac{7+\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{if } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

н.р.  $x > 0$ , св.  $3-4$ , н.р.  $\sqrt{13} < 5$ , св.  $x < 3$

$$\Rightarrow \text{корень } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$2) \sqrt{(x+4)(3-x)} = \frac{3}{2}, \Rightarrow \sqrt{(x+4)(3-x)} - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} < 0$$

$$(x+4)(3-x) = \frac{9}{4}$$

$$12 - x - x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + x - \frac{37}{4} = 0$$

$$x \Rightarrow 4x^2 + 4x - 37 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 16 \cdot 37}}{8} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{28}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{28}}{2} < 3$$

$$3 - \left( \frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{6 - (-1 + \sqrt{28})}{2} = \frac{7 - \sqrt{28}}{2}$$

$$\text{с) } \frac{-1 - \sqrt{28}}{2}$$

св.  $3-x > 4+x$   
н.р.  $x < 0 \Rightarrow x$

$$3 - 4 + \left( \frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \right) = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2}$$

Итого:

$$\text{ответ: } \begin{cases} x=y = \frac{-1 + \sqrt{28}}{2} \\ x=y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
/ ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x} + \sqrt{x} = 5 + \sqrt{7 - 4x}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x} - \sqrt{x} = 5 - \sqrt{7 - 4x}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x} + \sqrt{x} = 5 + \sqrt{7 - 4x}$$

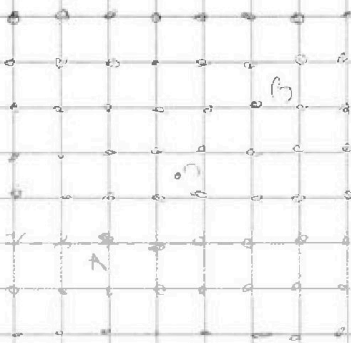
$n = 6$

на 60 секунд выданы для выбора из  $7 \times 7 = 64$  вариантов у нас есть:

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$$

при этом если не учесть, что мы рассматриваем пары

друг от друга обратными (элементов  $2 \times 2$  нет)



элементов пары обратных, поэтому, мы

считаем  $AB$  и  $BA$  как одну пару, поэтому  $AB$  и  $BA$  не считаем.

Считаем пары, которые не являются

$4$  раза (4 раза  $4$  пары обратных,

если пара обратная, считаем  $2$  раза;

на остальные рассматриваем  $2$  раза:

остаток считаем пар:  $\frac{64}{2.2} = 16 \Rightarrow$  (к.т. нужно выбрать одну из точек, чтобы выбрать на  $180^\circ$  и  $invers (A, B) = invers (B, A)$ )

$\Rightarrow$  ~~остаток~~ пар, которые не являются пар  $2$

$$= 4x + 16 \cdot 2 = C_{64}^2 \Rightarrow x = \frac{C_{64}^2 - 32}{4}$$

$$\text{и ответ: } \frac{C_{64}^2 - 32}{4} + 16 = \frac{C_{64}^2}{4} + 8$$

$$= \frac{21 \cdot 63 + 8}{4 \cdot 21^2 \cdot 3 + 8}$$

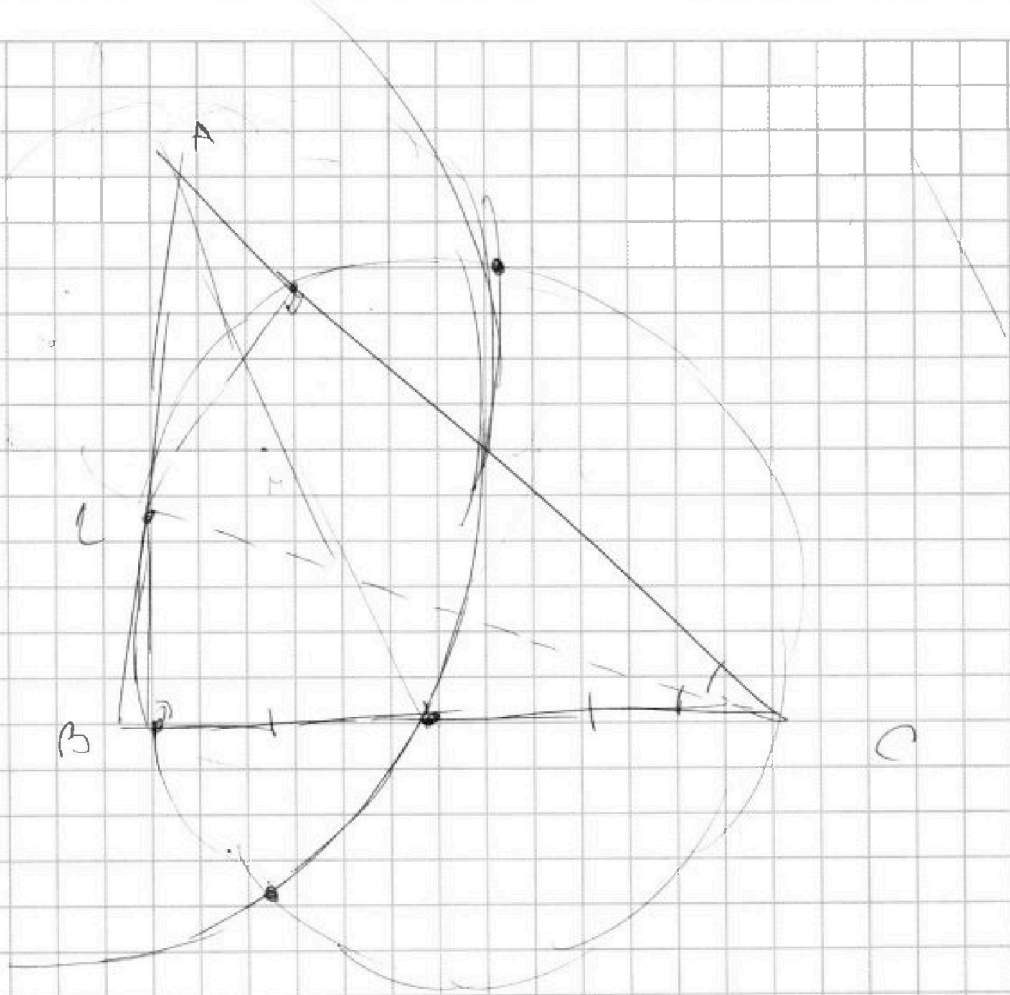


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





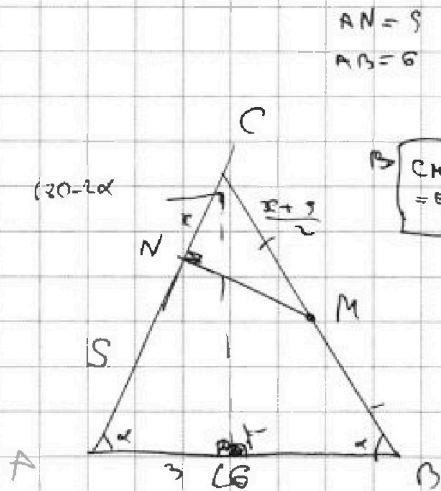


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AN = 5$      $CN = x$   
 $AB = 6$      $\angle CNM = 90^\circ$

$\sin \alpha = \frac{CN}{NM} = \frac{x}{3}$   
 $\cos \alpha = \frac{AN}{NM} = \frac{5}{3}$

$\cos \alpha = \frac{3}{x+5}$   
 $\cos(180-2\alpha) = \frac{2x}{x+5}$

$\angle C = 20-2\alpha$      $\angle A = \alpha$   
 $\angle B = \alpha$

$\Rightarrow AL = 3$

$\Rightarrow \angle CAB = \alpha$   
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{x+5}$

$\angle ACB = 180-2\alpha$

$\cos \alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$= 2 \frac{9}{(x+5)^2} - 1$

$\Rightarrow \cos 180-2\alpha = -1 \frac{18}{(x+5)^2}$   
 $= \frac{2x}{x+5}$

$\Rightarrow \frac{2x}{x+5} = 1 - \frac{18}{(x+5)^2}$

$\frac{2x}{x+5} = \frac{(x+5)^2 - 18}{(x+5)^2}$      $x+5 \neq 0 (x > 0) \Rightarrow$

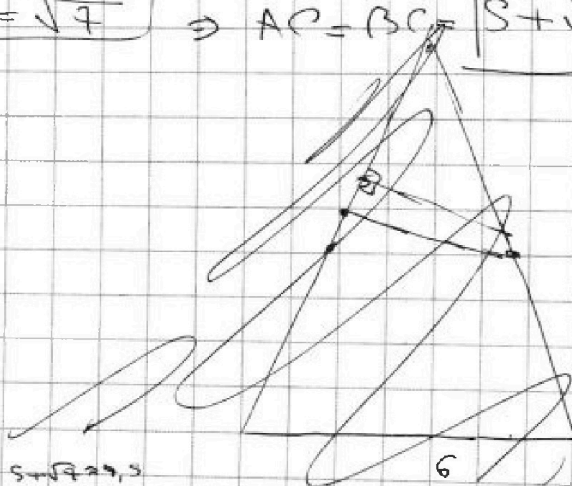
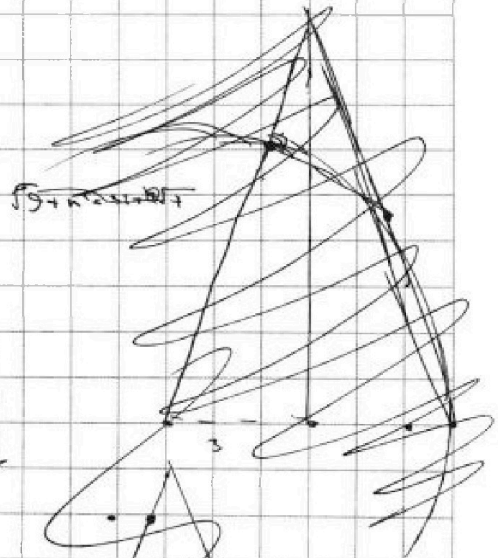
$2x = \frac{(x+5)^2 - 18}{x+5}$

$2x(x+5) = (x+5)^2 - 18$

$2x^2 + 10x = x^2 + 10x + 7$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$



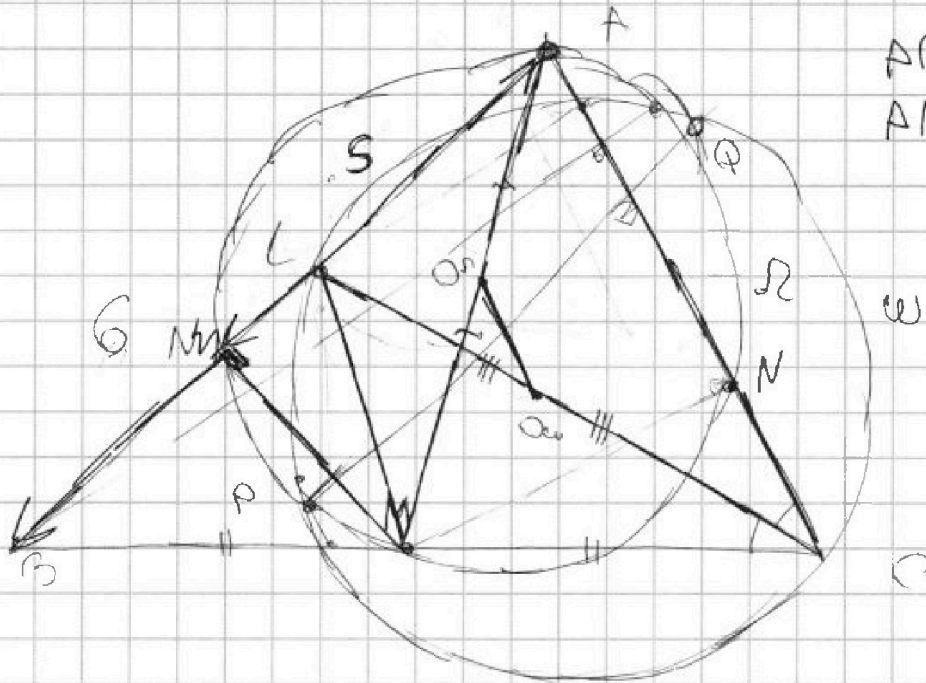


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

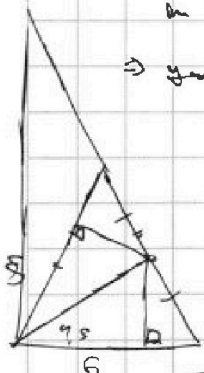
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



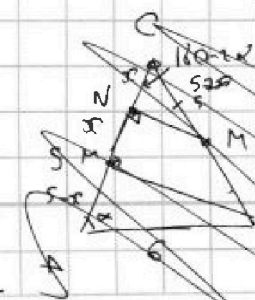
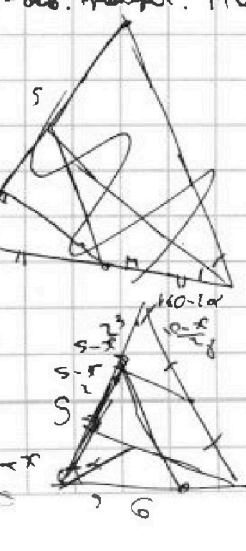
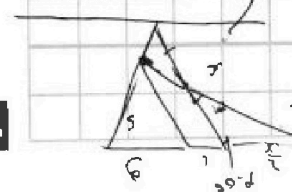
AB=6  
AN=5

и т. п.  $PQ \parallel AB$ , линия центров  $S$  и  $W \perp$  плоскости (касательная  $PQ$ )  
 $\Rightarrow O_1 O_2 \perp$  обе из  $B$  на  $AC \Rightarrow O_1 O_2 \parallel AC$ ,  $O_1 O_2$  - сгр.  $AC$   
 $O_1 O_2$  - сгр.  $AM$  (и т. п. это диаметр)  
 и т. п. радиусы вектора  $\vec{OM}$  и  $\vec{CA}$ , тогда, и т. п.  $O_1 O_2$   
 - сгр.  $AM$  и  $AC$  ось,  $O_1 O_2 = \vec{AC} - \vec{AM}$  (из-за вект)  
 и т. п.  $AC \parallel O_1 O_2$ , из этого следует, что  $LM \parallel AC$

$\Rightarrow$  если  $N$  - ос. проекция  $M$  на  $AB$ , то  $M$  - сгр.  $BC$   
 и  $LM \parallel AC$ ,  $L$  - сгр.  $AB$  и  $CL$  - диаметр  
 $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle LBC \Rightarrow BC = AC$ , и  $AL$  - диаметр  
 $\Rightarrow AN = 5$ ,  $AB = 6$ .



$$|RT| \sqrt{x^2 + 6x + 6} =$$



объем  $\triangle ABC$  и  $\triangle BMC$ ,  
 из подобия  $\triangle ABC \sim \triangle BMC$   
 $= 2x$ ,  $\Rightarrow AN = 5$ ,  $\Rightarrow AM = 5 - x$   
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5-x}{6}$   
 $\angle ACB = 120^\circ$   
 $\Rightarrow CN = x$ ,  $CM = \frac{6}{2}$   
 $\Rightarrow \cos 120^\circ = \frac{5-x}{6}$   
 $\Rightarrow \frac{2x}{5+x}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1: 2  
 $\max(10x + 5y)$   
 $\begin{cases} 7x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$

1)  $2 \leq x \leq 2, y$  макс.

$7x - 3y \leq 2x - 3y$   
 $3x - 2y \leq 3x - 4y$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y \leq 4 \\ 7x - 3y \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2y+4}{3} \\ y \geq \frac{2x-6}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 5y \geq 10x - \frac{5}{3}(2x-4) \\ 10x + 5y \geq 10x + \frac{5}{3}(2x-6) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 17,5x - 10 \\ 10x - 10 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 5y \geq 10x - 10 \\ 10x + 5y \geq 10x + 10 \end{cases}$

В обоих случаях либо при  $x=0$ , и равен. -10  
 или равен. строгое неравенство, и при  $7x - 3y > 6$   
 и  $3x - 2y > 4$

$\Rightarrow$  ОПРЕДЕЛЕНА область

$7x - 3y = 6$   
 $3x - 2y = 4$   
 $x = \frac{2y+6}{3}$   
 $3 \cdot \frac{2y+6}{3} - 2y = 4$   
 $2y + 6 - 2y = 4$   
 $6 = 4$   
 $x = 0$   
 $y = 3$

$2 + 3 \cdot \frac{4}{3} = 6$   
 $2 + 3 \cdot 1 = 6$

$7x - 3y = 6$   
 $3x - 2y = 4$   
 $x = \frac{2y+6}{3}$   
 $3 \cdot \frac{2y+6}{3} - 2y = 4$   
 $2y + 6 - 2y = 4$   
 $6 = 4$   
 $x = 0$   
 $y = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

пусть ~~второй член~~ ~~мы~~ ~~интерпретации~~ - k

$$\Rightarrow 1 \text{ член} - 2 \text{ член} = 2k = (x^2 + 4x)^2 - 12 - 12x$$

$$1 \text{ член} - 12 \text{ член} = 6k = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = -6x^2 - (x^2 + 8x + 16)$$

$$\Rightarrow \frac{6k}{2k} = 3 = \frac{-6x^2 - (x^2 + 8x + 16)}{(x^2 + 4x)^2 - 12 - 12x} \quad \text{числитель } \neq 0$$

$$2(x^4 + 16x^2 + 8x^3 - 12 - 12x) = -6x^2 - (x^2 + 8x + 16)$$

$$\begin{aligned} & x^4(-6 - (x^2 + 8x + 16)) \\ & -6x^2 + 12x - 12 \\ & -6x^2 - 16x - 16 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-6(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 + 4x)^2 + 6x^2}$$

$$= \frac{x^4(x^2 + 8x + 16) + 6x^2}{(x^2 + 4x)^2 + 6x^2}$$

$$= x^4(x^2 + 8x + 16) + 6x^2$$

$$\frac{(x^2 - \frac{8}{x^2}) + 8(x - \frac{1}{x}) + 16}{x^4(x^2 + 8x + 16) + 6x^2} = 3$$

числитель

$$x^4(x^2 + 8x + 16) + 6x^2$$

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x^4(x^2 + 8x + 16) + 6x^2} = \frac{3}{-1} = -\frac{3}{1}$$

$$\begin{aligned} -6x^2 - 12 - 12x &= -6x^2 \\ &= -6(x^2 - 2x + 2) \end{aligned}$$

$$-4x^2 + 6x - 8 = x^4 - 8x^3 - 22x^2 + 22x^4 - 8 = -6(x^4) - x^4(x^2 + 4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} &= x^2(-6 - x^2 - 8x - 16) \\ &= x^2(-x^2 - 8x - 22) \end{aligned}$$

$$\frac{-6(x^2 - 2x + 2)}{x^4(x^2 + 8x + 16) + 6x^2} = \frac{3}{-1}$$

$$-6x^2 = 6k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 120 - 2\alpha = -\cos 2\alpha$$

$$= -(2\cos^2\alpha - 1)$$

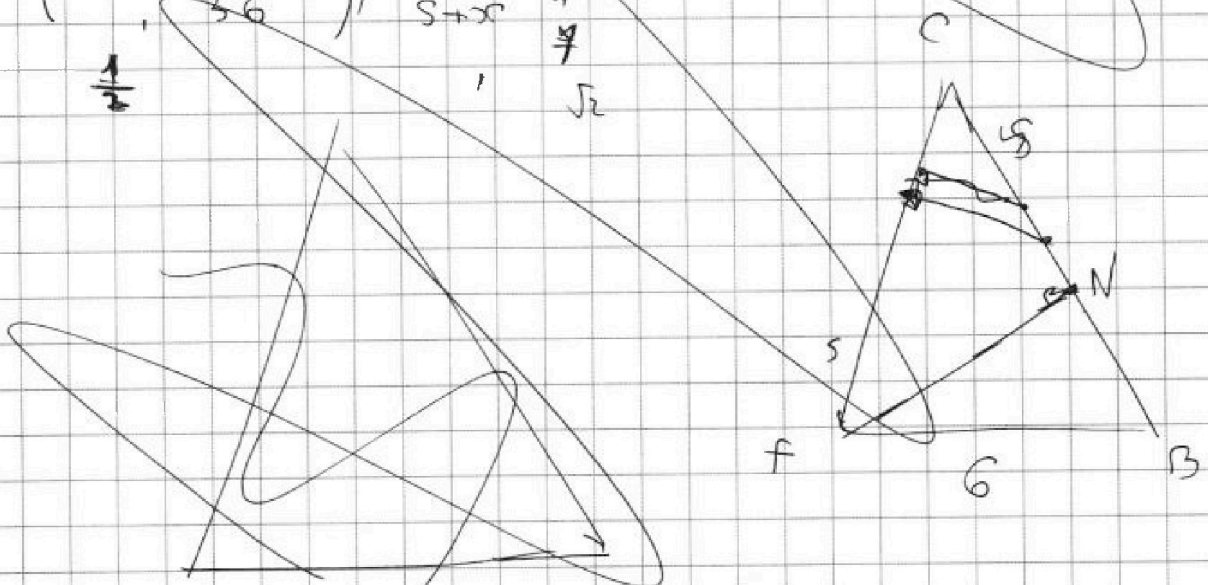
$$= -\left(\frac{2(5-x)^2}{36} - 1\right)$$

$$= \left(1 - \frac{2(5-x)^2}{36}\right) = \frac{2x}{5+x}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{36 - 2(5-x)^2}{36} = \frac{2x}{5+x}$$

$$(36 - 5x - 2(10 + 10x + 5 - x)^2) = 42x$$



$$S+x = a$$

$$r_{AB} = r_{CB} = x$$

$\Rightarrow BC = S+x$  хорды  $BC$  на сфере  $gl. \Rightarrow CB^1 = S+x$   
 $MP. CB = CA = CB^1, \angle B^1AB = 90^\circ$

$$BA^1 = 10 + 2x, AB = 6,$$

$$BA^1 =$$

$AK''$  по широте = дуге  $MB$  и  $MB$  по широте

$$= 2MN, MN \text{ по шир. мер} = \sqrt{\frac{(S+x)^2}{9} - x^2}$$

$$\Rightarrow AN'' = \sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

$$AN^1 = \sqrt{(10+2x)^2 - 36}$$

$\Rightarrow$  по шир. мер.  $AN^1$  и  $AN''$  в  $\triangle AN^1N''$

$$2\sqrt{x^2 + 10x + 16}$$

$$\sqrt{(S+x)^2 - 4x^2}$$

