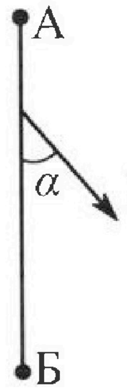
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту А → Б → А в безветренную погоду составляет T_0=200 с. Расстояние АБ равно S=2 км.



1.Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

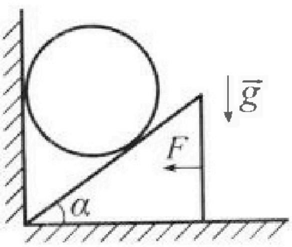
Допустим, что в течен ие всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой АБ (см. рис.), $\sin\alpha = 0{,}8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту А → Б в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U.
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту А → Б → А минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту А → Б → А.

2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0{,}5$ с и $t_2 = 1{,}5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^0$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны m=0,4 кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α, который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно h=0,15 м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1, с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.

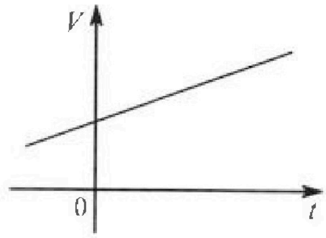
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0°C$ и $t_{100} = 100°C$ равно L=100 мм. В термометре находится m=0,04 г спирта.

Эксперименталь но установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t, измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100°C$ объем спирта в $\beta = 1{,}12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0°C$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0°C$ считайте равной $\rho = 0{,}8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

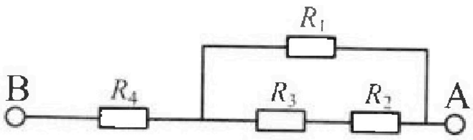


1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t, измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: m, ρ, β, t_0, t_{100},t.

Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50°C$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50°C$ до $t_2 = 40°C$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1{,}2r$, $R_2 = 2r$, $R_3 = 4r$, $R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.



1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{ЭКВ}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.

2. Найдите мощность P, которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN}.

$\frac{m}{\rho} = 0{,}05$ см³

$\frac{0{,}04}{0{,}8} = \frac{4\cdot10^{-2}}{8\cdot10^{-1}} = \frac{1}{2}\cdot10^{-1} = 0{,}05$

$\frac{5}{100} + t\cdot\frac{0{,}12\cdot0{,}05}{100}$

$\times\begin{array}{r}0{,}05\\0{,}12\end{array}$ $\frac{60\cdot10^{-4}}{100} = 60\cdot10^{-6} = 60\cdot10^{-5} = 6\cdot10^{-4}$

$60\cdot10^{-4}$ см³

$6\cdot10^{-3}$ см³ $\quad$ 6 мм³

6 ~~·10~~ мм³

$400 - 225$

175

$\times\begin{array}{r}144\\3\\\hline 432\end{array}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

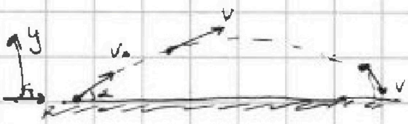
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано: $t_1 = 0{,}5$ с $t_2 = 1{,}5$ с $2\beta = 90^\circ$ $g = 10$ м/с T – ? R – ? L – ?

Решение:



Пусть в t_1 и t_2 модуль ск. V, а в начале V_0, который направлен под α к горизонту.

По ЗСЭ если в t_1 он на h_1 от земли, а в t_2 на h_2:

$mgh_1 + \frac{v^2 m}{2} = \frac{v^2 m}{2} + mgh_2 \Rightarrow h_1 = h_2$ (0 пот. энергии на земле)

$\Rightarrow$ Пусть $0x$ пар. полу, $0y \perp 0x \Rightarrow y(t) = V_0\sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$, а $x(t) = V_0\cos(\alpha)t \Rightarrow$ Т.к. V повернулось на 90° от точки t_1 до t_2, то $|V_y(t_1)| = |V_x(t_2)|$, а $|V_y(t_2)| = |V_x(t_2)|$

$\Rightarrow V_x(t) = V_0\cos(\alpha) \Rightarrow |V_y(t_1)| = |V_y(t_2)|$, а $V_y(t) = V_0\sin(\alpha) - gt$

$\Rightarrow$ $V_0\sin(\alpha) - gt_1 = gt_2 - V_0\sin(\alpha) \Rightarrow V_0\sin(\alpha) = g\frac{t_1+t_2}{2}$

Заметим, что $V_y(T) = 0 \Rightarrow V_0\sin(\alpha) = gT \Rightarrow T = \frac{t_1+t_2}{2} = 1$ с

Тогда $t_n = 2T = t_1 + t_2$ – время полета, т.к. ~~$V_y(t_n) - V_0\sin$~~

$y(t_n) = 0 \Rightarrow V_0\sin(\alpha) = \frac{gt_n}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x(t_n) = L = V_0\cos(\alpha)t_n$.

Т.к. $V_y(t_1) = V_x(t_2) \Rightarrow V_0\sin(\alpha) - t_1 g = V_0\cos(\alpha) \Rightarrow$

$\Rightarrow L = \left(\frac{g(t_1+t_2)}{2} - t_1 g\right)t_n = g\cdot\frac{t_2-t_1}{2}\cdot(t_1+t_2)$

$\Rightarrow$ Т.к. в малой окр. высшей т. тело движ. по окр., то его ускорение, перпенд. скорости: $g = \frac{V_x^2(T)}{R}$

(в высшей т. $\vec{g} \perp \vec{V}(T)$) $\Rightarrow R = \frac{V_0^2\cos^2(\alpha)}{g} = \frac{\left(g\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) - t_1 g\right)^2}{g} \Rightarrow$

$R = g\cdot\left(\frac{t_2-t_1}{2}\right)^2$

Ответ: $T = \frac{t_1+t_2}{2} = 1$ с $L = g\cdot\frac{(t_2-t_1)(t_1+t_2)}{2} = 10$ м

$R = g\cdot\left(\frac{t_2-t_1}{2}\right)^2 = 2{,}5$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2ЗН для шара в проекции на x:

$$0 = N_1 - N\sin(\alpha) \Rightarrow N_1 = N\sin(\alpha) = mg\cos(\alpha)\sin(\alpha)$$

$$\sin(2\alpha) = \sin(\alpha+\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{2}\sin(2\alpha) \Rightarrow N_{max} = \frac{mg}{2} \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$N_1 = mg\sin(\alpha)\cos(\alpha) = mg\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = mg\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Ответ: $tg(\alpha) = \sqrt{3}$

$$N_1 = mg\sin(\alpha)\cos(\alpha) = mg\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}\,H$$

$$N_{max} = \frac{mg}{2} = 2H \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$H = h\cdot\frac{1}{\sin^2(\alpha)} = h\cdot\frac{4}{3} = 0,2\,м$$

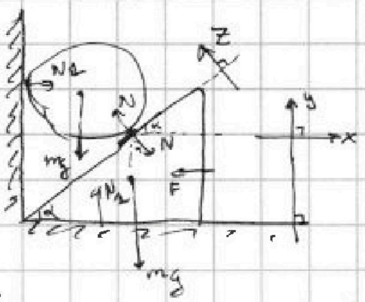
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано: $F = \sqrt{3}\, mg$; $m = 0{,}4$ кг $g = 10$ м/с^2 $\alpha - ?$
$H - ?$ $h = 0{,}15$ м $N_1 - ?$ $a_{max} - ?$ $N_{max} - ?$

Решение:

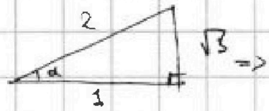


1ЗН для клина на x и для шара на y:

~~x — F = N · sin(α) (клин)~~

y — $mg = N\cos(\alpha)$ (шар)

$\Rightarrow \frac{F}{mg} = tg(\alpha) = \sqrt{3}$



$\Rightarrow$

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{1}{2}$

Пусть ~~шар~~ клин отпустили. Т.к. шар скользит без отрыва от клина, то в проекции на z: $a_{шz} = a_{клz}$

Пусть $a_ш$ — уск. шара, $a_{кл}$ — уск. клина $\Rightarrow \vec{a}_ш$ парал. стене, $a_{кл}$ пар. полу $\Rightarrow a_{кл}\sin(\alpha) = a_ш\cos(\alpha)$

$\Rightarrow a_ш = a_{кл}\, tg(\alpha)$. Понятно, что шар ускоряется столько же вр., сколько и клин.

2ЗН для шара в пр. на y и для клина на x:

клин: $N_2 \sin(\alpha) = m a_{кл}$

шар: $-N_2\cos(\alpha) + mg = m a_ш$ $\Rightarrow tg(\alpha) = \frac{m a_{кл}}{mg - m a_ш}$

$\Rightarrow tg(\alpha) = \frac{\frac{1}{tg(\alpha)}}{\frac{g}{a_ш} - 1} \Rightarrow \frac{1}{tg^2(\alpha)} = \frac{g}{a_ш} - 1 \Rightarrow \frac{g}{a_ш} = 1 + \frac{1}{tg^2(\alpha)}$

$\Rightarrow \frac{g}{a_ш} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow N_2 = m \cdot \frac{a_{кл}}{\sin(\alpha)} = \frac{a_ш}{tg(\alpha)} \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)} \cdot m =$

$= \frac{g\sin(\alpha)}{tg(\alpha)} m = g\cos(\alpha) m$; $a_ш = g\sin^2(\alpha)$

Пусть прямо перед ударом о пол у шара была ск. $V_к \Rightarrow$

$\Rightarrow H = \frac{V_к^2}{2a_ш}$; $h = \frac{V_к^2}{2g} \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{g}{a_ш} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)}$

~~Т.к. $N_1 = g\cos(\alpha) m \Rightarrow N_{max} = gm$ при $\alpha = 0$~~

~~Ответ: $tg(\alpha) = \sqrt{3}$~~

~~$H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)} = h \cdot \frac{4}{3} = 0{,}2$ м~~

~~$\alpha_{max} = 0°$ тогда достигается $N_{max} = mg$~~

~~$N_{max} = mg$; $N_1 = mg\cos(\alpha) = \frac{mg}{2}$~~

Дано: $m = 0,04$ г $\quad t_0 = 0^\circ C \quad t_{100} = 100^\circ C \quad L = 100$ мм

$\beta = 1,12 \quad \rho = 0,8$ г/см³ $\quad V(t) - ?$

$t_1 = 50^\circ C \quad t_2 = 40^\circ C \quad |\Delta V| - ? \quad S - ?$

Решение:

Из усл. $V(t_0) = \frac{m}{\rho}$, $V(t_{100}) = \beta \frac{m}{\rho} \Rightarrow$

$$\Rightarrow V(t) = b + at \Rightarrow \begin{cases} \frac{m}{\rho} = b + a t_0 \\ \beta \frac{m}{\rho} = b + a t_{100} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\beta - 1)\frac{1}{\rho} m = a(t_{100} - t_0) \Rightarrow a = \frac{(\beta-1)m}{t_{100} - t_0} \cdot \frac{1}{\rho}$$

$$b = \frac{1}{\rho} m - a t_0 = \frac{\frac{1}{\rho} m t_{100} - \frac{1}{\rho} m t_0 - \beta \frac{1}{\rho} m t_0 + \frac{1}{\rho} m t_0}{t_{100} - t_0} = \frac{m t_{100} - \beta m t_0}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$\Rightarrow V(t) = \frac{m t_{100} - \beta m t_0}{\rho(t_{100} - t_0)} + t \cdot \frac{(\beta - 1) m}{\rho(t_{100} - t_0)} =$$

$$|\Delta V| = V(t_1) - V(t_2) = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(\beta - 1) m}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

Заметим, что $SL = V(t_{100}) - V(t_0) = (t_{100} - t_0)\frac{(\beta-1)m}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{(\beta - 1)m}{\rho}$

$$\Rightarrow S = \frac{(\beta-1)m}{\rho L}$$

Ответ: $V(t) = \frac{m}{\rho} \cdot \left(\frac{t_{100} - \beta t_0}{t_{100} - t_0}\right) + t \cdot \frac{m}{\rho} \cdot \left(\frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0}\right)$

$|\Delta V| = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(\beta - 1) m}{(t_{100} - t_0)\rho} = 0,6$ мм³

$S = \frac{(\beta-1)m}{\rho L} = 0,06$ мм²

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

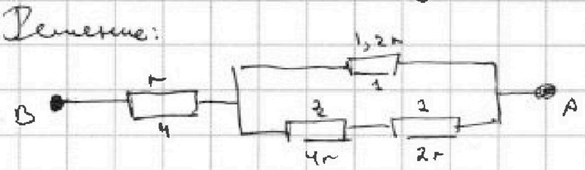
СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано: $R_1 = 1,2r$ $R_2 = 2r$ $R_3 = 4r$ $R_4 = r$ $r = 5$ Ом $I = 4А$

$R_{экв}$ — ? P — ? P_{min} — ?

Решение:



Заметим, что R_3 и R_2 связ. послед., с ними пар. связаны R_1, а со всей группой послед. связан R_4 =>

=> $R_{экв} = R_4 + \frac{(R_3+R_2)(R_1)}{R_1+R_2+R_3}$ => $R_э = r + \frac{6r \cdot 1,2r}{7,2r} = r + r = 2r = 10$ Ом

По з-ну Дж.-Ленца: $P_i = Q_i I_i$ для i-го резистора

Т.к. $Q_i = I_i R_i$ => $P_i = I_i^2 R_i$ => $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$.

$I_4 = I$, ~~остальн.~~ т.к. R_4 подключен посл. ко всему ост.

$I_3 = I_2$, т.к. они последоват. подключены, а также:

$I_3 (R_3 + R_2) = I_1 (R_1)$, т.к. напр. при пар. соед. в ветвях равна =>, а также $I_3 + I_1 = I$ =>

=> $I_3 \cdot 6r = I_1 \cdot 1,2r$ => $I_3 \cdot 5 = I_1$ => $I_3 = I_2 = \frac{I}{6}$; $I_1 = \frac{5I}{6}$

=> $P_4 = I^2 r$

$P_3 = \frac{I^2}{36} \cdot 4r$

$P_2 = \frac{I^2}{36} \cdot 2r$

$\cancel{P_1 = \frac{36 I^2}{49} \cdot 1,2r = \frac{43,2}{49} I^2 r}$

$P_1 = \frac{25}{36} I^2 \cdot 1,2r = \frac{30}{36} I^2 r$ => $P_2 = \frac{I^2}{18} r$ мин.

$\cancel{P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{43,2}{49} + \frac{49}{49} + \frac{4}{49} + \frac{2}{49}\right) I^2 r = \frac{98,2}{49} I^2 r}$

$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{36}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{30}{36}\right) I^2 r = 2 I^2 r$.

Ответ: $R_{экв} = 2r = 10$ Ом ; $P = 2 I^2 r = 160$ Вт

$P_{min} = P_2 = \frac{I^2 r}{18} = \frac{40}{9}$ Вт на 2-ом резисторе

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано: $T_0 = 200$ с, $S = 2$ км, $\sin(\alpha) = 0,8$, $V = 15$ м/с. U — ? T_1 — ? α_{min} — ? T_{min} — ?

$\Rightarrow \cos(\alpha) = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0,6$

Решение:

Т.к. аппарат пролетел $2S$ за T_0 с пост. скоростью U, то $2S = T_0 U$. $\Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{4000\text{ м}}{200\text{ с}} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Т.к. дрон летит по прямой, ~~то~~ и ветер постоянен, то $\vec{V_A} = const$.

Т.к. $U > V$, то можно так запустить дрон, чтобы он летел по прямой AB. Тогда $\vec{V_A} = \vec{U} + \vec{V}$ сонаправлена с AB:

Тогда если дрон летит под углом β к AB: $U\sin(\beta) = V\sin(\alpha) \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{V}{U}\sin(\alpha)$

$\Rightarrow \cos(\beta) = \sqrt{1-\sin^2(\beta)} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2}\sin^2(\alpha)} = \frac{\sqrt{U^2 - V^2\sin^2(\alpha)}}{U}$

$\Rightarrow V_A = U\cos(\beta) + V\cos(\alpha) = \sqrt{U^2 - V^2\sin^2(\alpha)} + V\cos(\alpha) \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = \frac{S}{V\cos(\alpha) + \sqrt{U^2 - V^2\sin^2(\alpha)}}$

~~Заметим, что $V_A = \sqrt{U^2 - V^2\sin^2(\alpha)} + V\cos(\alpha) \le \sqrt{U^2} + V$ ..., а $V_A = U + V$ достигается при $\alpha = 0$~~

Заметим, что если лететь из $B \to A$, то $V_{A_2} = \sqrt{U^2 - V^2\sin^2(\alpha)} - V\cos(\alpha)$, т.к. $\alpha \to 180 + \alpha$ при полете из $B \to A$ (ветер дует относительно $B \to A$ в противоп. сторону)

$\Rightarrow T = S \cdot \left(\frac{1}{V_A} + \frac{1}{V_{A_2}}\right) = S \cdot \frac{2\sqrt{U^2 - V^2\sin^2(\alpha)}}{U^2 - V^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T$ мин. при $\sin^2(\alpha)$ макс $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow T_{min} = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - V^2}}$

Ответ: $U = \frac{2S}{T_0} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$T_1 = \frac{S}{V\cos(\alpha) + \sqrt{U^2 - V^2\sin^2(\alpha)}} = \frac{2000\text{ м}}{9 + \sqrt{400 - 144}\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 80\text{ с}$

$T_{min} = \frac{2 \cdot S}{\sqrt{U^2 - V^2}} = \frac{2 \cdot 2000}{5 \cdot \sqrt{7}} = \frac{800}{\sqrt{7}}$ с при $\alpha = 90^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

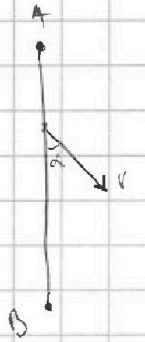
1	2	3	4	5	6	7
x	x	x	x	x	x	x

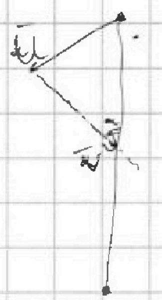
СТРАНИЦА __ ИЗ __

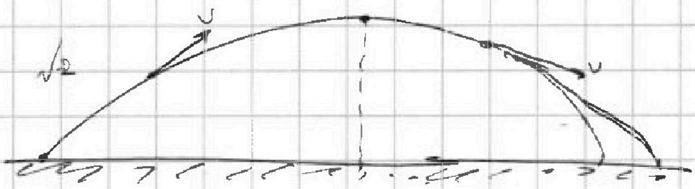
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$2S = v \cdot t_0 \rightarrow \boxed{u = \frac{2S}{t_0}}$

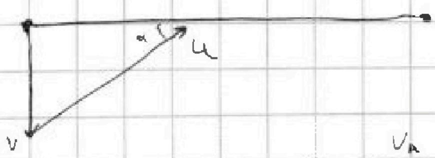




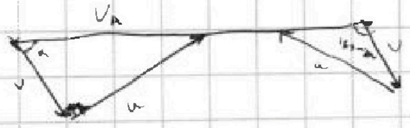


$\sin(\alpha) = \frac{v}{u}$

$\sqrt{u^2 - v^2}$



$tg(\alpha) = \frac{u}{v}$



$\frac{S}{\sqrt{V^2 + u^2}}$

$\frac{1}{\sqrt{V^2 + u^2}}$

$u^2 = V^2 + V_A^2 - 2\cos(\alpha)\, V_A V$

$V_A = 2\cos(\alpha)V + \sqrt{4\cos(\alpha)V^2 - 4u^2 - V^2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X	X	X	X

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

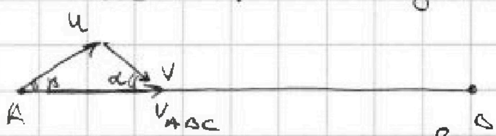
Дано: $T_0 = 200\,с$ $\quad S = 2\,км$ $\quad u - ?$; $\sin(\alpha) = 0{,}8$, $V = 15\,м/с$;

$\alpha_{min} - ?$ $\quad t_{min} - ?$

Решение: Так как аппарат пролетел $2S$ за T_0 с постоянной скоростью u, то:

$$2S = T_0 u \Rightarrow u = \frac{2S}{T_0} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^3\,м}{200\,с} = 20\,\frac{м}{с}$$

В случае с ветром, т.к. аппарат всегда летит по прямой, то его $\vec{V}_{абс} = \vec{V} + \vec{u}$ должна быть сонаправлена с AB:



Тогда продолжительность полета будет $t = \frac{S}{V_{ABC}}$. Пусть дрон летит под углом β к AB. Тогда $u\cos(\beta) + V\cos(\alpha) = V_{ABC}$, а $V\sin(\alpha) = u\sin(\beta)$, т.к. V_{ABC} сонапр. с AB. $\Rightarrow$

$\Rightarrow V_{ABC}^2 = u^2\cos^2(\beta) + V^2\cos^2(\alpha) + 2uV\cos(\beta)\cos(\alpha)$,

~~а $V^2\sin^2(\alpha) = u^2\sin^2(\beta) \Rightarrow V_{ABC}^2 = u^2 - V^2\sin^2(\alpha) + V^2\cos^2(\alpha) + 2uV\cos(\beta)\cos(\alpha) = u^2 + V^2(\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) + 2uV\cos(\alpha)$~~

Тогда для того, чтобы t было мин. нужно максимизировать V_{ABC}. Т.к. из уравнения $V\sin(\alpha) = u\sin(\beta)$ β опред. однозначно, то понятно, что случай макс. V_{ABC}

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
x	X		x	x	x	x

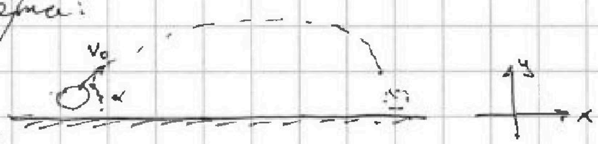
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано: $t_1 = 0{,}5$ с ; $t_2 = 1{,}5$ с ; $g = 10$ м/с^2; $2\beta = 90^\circ$

$|V(t_1)| = |V(t_2)|$, где $V(t)$ — функция вектора скорости по времени. T — ? , L — ?, R — ?

Решение: Траектория полета:



Пусть V_0 — скорость в нач. т.

α — угол $\vec{V_0}$ с горизонтом.

$\Rightarrow V_x(t) = V_0 \cos(\alpha)$; $V_y(t) = V_0 \sin(\alpha) - tg$

$\Rightarrow |V(t)| = \sqrt{V_x^2(t) + V_y(t)^2} = V_0 \sqrt{\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) + t^2 g^2 - \frac{2\sin(\alpha)\, t g}{V_0}}$

$= V_0 \sqrt{1 + \frac{t^2 g^2}{V_0^2} - \frac{2\sin(\alpha)\, t g}{V_0}} \Rightarrow |V(t_1)| = |V(t_2)|$ из условия, поэтому:

$V_0 \sqrt{1 + \frac{t_1^2 g^2}{V_0^2} - \frac{2\sin(\alpha)\, t_1 g}{V_0}} = V_0 \sqrt{1 + \frac{t_2^2 g^2}{V_0^2} - \frac{2\sin(\alpha)\, t_2 g}{V_0}} \Rightarrow t_1^2 g^2 - t_2^2 g^2 =$

~~$= 2\sin(\alpha)\, g\, (t_1 - t_2) \cdot \frac{1}{V_0} \Rightarrow (t_1 + t_2)\, g = 2\sin(\alpha) \cdot \frac{1}{V_0}$~~

$= 2\sin(\alpha)\, g\, (t_1 - t_2)\, V_0 \Rightarrow (t_1 + t_2)\, g = 2\sin(\alpha)\, V_0$

Также угол, на