



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника находится по формуле:  $(n-2) \cdot 180^\circ$ , а сумма первых  $n$  членов арифметической прогрессии можно найти по формуле:

$S_n = (a_1 + n - 1) \cdot n$ , где  $S_n = \frac{(2a_1 + (n-1) \cdot d) \cdot n}{2}$ , где  $a_1$  - первый член а.п.,  $d$  - разность а.п.

Пусть у многоугольника  $n$  углов, тогда по условию  $d = 2$ ,  $a_1 = 143$ ,  $\Rightarrow S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)d) \cdot n}{2} = (a_1 + n - 1)n$ , это а.п. является суммой углов, а по (1) сумма углов равна  $(n-2) \cdot 180^\circ$ , т.е.

$$(a_1 + n - 1)n = (n - 2) \cdot 180, \text{ т.к. } a_1 = 143$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360, \Rightarrow$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0, D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 1444 - 1440 = 4$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 2}{2} \Rightarrow n_1 = 20, n_2 = 18$$

2 случая  $d = -2$ ,  $\Rightarrow S_n = (143 - n + 1)n$ , аналогично сл. 1

$$143n - n^2 + n = 180n - 360, \Rightarrow n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$D = 36^2 + 4 \cdot 360 = 36 \cdot 4(4 + 10), \Rightarrow \sqrt{D} = 12\sqrt{19}, \text{ а } n \text{ должно}$$

быть целым,  $\Rightarrow$  наибольшее число вершин  $n = 20$

Ответ: 20

~~24~~  
~~18~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по ст-бу логарифма

$$x \ln 16 + y \ln 8 + 12 \ln 24 = \ln 6 \quad \Leftrightarrow$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^{12} = \ln 6 \quad , \Leftrightarrow$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^{12}) = \ln 6 \quad , \Leftrightarrow$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^{12} = \ln 6 \quad , \text{ м.к. } 6:3, \text{ м.к. правая часть: } 3, \text{ то}$$

и  $16^x \cdot 8^y \cdot 24^{12} : 3$  из чисел  $16^x, 8^y, 24^{12}$  кои 3 делится только  $24^{12}$ , или  $2 \geq 1$  и целое,  $\Rightarrow 2 \geq 1$ , с другой стороны

или  $2 \geq 2$ , то левая часть: 9, а правая нет,  $\Rightarrow 2 = 1$ ,

$$\text{м.к. } 24 \cdot 16^x \cdot 8^y = 6 \quad | :6$$

$$4 \cdot 16^x \cdot 8^y = 1 \quad , \Rightarrow 2^2 \cdot 2^{4x} \cdot 2^{3y} = 2^0 \quad , \Rightarrow$$

$$2 + 4x + 3y = 0 \quad , \Rightarrow 4x + 3y = -2 \quad , \Rightarrow 4x + 3y = -2 \cdot 4 + 3 \cdot 2$$

$$4(x+2) = 3(2-y) \quad , \Rightarrow x+2 = 3k \quad , \quad 2-y = k \quad , \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3k - 2 \quad , \quad y = 2 - k \quad , \text{ нужно найти минимальное значение}$$

$$x^2 + y^2 \quad , \text{ м.к. } (3k-2)^2 + (2-k)^2 = 9k^2 - 12k + 4 + 4 - 4k + k^2 =$$

$$25k^2 - 16k + 8 \quad , \text{ графика функции } f(k) = 25k^2 - 16k + 8 \text{ - парабола}$$

открытая вверх, минимум достигается в вершине

$$\text{при } k_0 = \frac{16}{50} \text{ и точка } (k_0, f(k_0)) = 25 \cdot \left(\frac{16}{50}\right)^2 - 16 \cdot \frac{16}{50} + 8 = \frac{14}{50} + 8 \quad ,$$

$$\text{минимальное целое } 8 \text{ при } k = 0 \quad x = 2 \quad , \quad y = 2 \quad , \Rightarrow x^2 + y^2 + 2^2 = 8 + 1$$

~~Ответ: 9~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 4x + 3y = -2 \cdot 4 + 3 \cdot 2, \Rightarrow 4(x+2) = 3(2-y), \Rightarrow x+2 = 3k,$$

$$2-y = 4k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}, \Rightarrow$$

$$x = 3k - 2$$

$$y = 2 - 4k$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (3k-2)^2 + (2-4k)^2 = 25k^2 - 28k + 8,$$

рассмотрим функ-цию  $f(k) = 25k^2 - 28k + 8$ , графика ее параболы с ветвями вверх симметр.  $k = \frac{28}{50}, \Rightarrow$

минимумы в зрочнике при целых  $k$  достигаются

тогда при  $k = 1$  или при  $k = 0$  (так как  $0 < \frac{28}{50} < 1$ )

$$f(1) = 5, f(0) = 8, f(1) < f(0), \Rightarrow k = 1$$

$$x = 1, y = -2, \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + 2^2 = 1 + 4 + 4 = 6$$

Ответ: 6





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Числа  $a_1, a_1+1, a_1+2, \dots, a_1+6$  - <sup>даны</sup> последовательн. натур.  
числа (множество  $M$ )

любое число в расе  $= 6a_1 + k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$  и т.д.,

$k$  <sup>минимально</sup> ~~максимально~~ если берется первое в расе, и  $k = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$

и <sup>максимально</sup> если берется последнее в расе и  $k = \frac{(4+1) \cdot 6}{2} = 21$

$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q)$  число  $p = 6a_1 + k_p$ ,  $q = 6a_1 + k_q$ ,  $\Rightarrow$

$(p+q)(p-q) = (12a_1 + k_p + k_q)(k_p - k_q) = 492 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$  подел.

числа  $k$  переберем <sup>во</sup> ~~в~~ <sup>заметим</sup> (м.к.  $p$  и  $q$  простые и

~~$k_p = 15$~~   $p = 6a_1 + k_p > 3$ , и  $q = 6a_1 + k_q > 3$  то  $k_p$  и  $k_q \neq 3$  и

$12$ ), и заметим  ~~$k_p + k_q$  и т.д.~~ <sup>то</sup>  ~~$k_p - k_q = 0$~~ ,  $k_p > k_q$ )

1)  $k_p = 17$ ,  $k_q = 19$ ,  $\Rightarrow$  <sup>конечно же учред  $k_p > k_q$ ,  $k_p$</sup>

2)  $k_p = 19$ ,  $k_q = 17$ ,  $\Rightarrow k_p - k_q = 2$ ,  $\Rightarrow k_p + k_q = 36$ ,  $\Rightarrow$

$(12a_1 + 36) \cdot 2 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ , т.е.  $12a_1 + 36 = \frac{492}{2} = 246$

$12a_1 = 210$ ,  $\Rightarrow a_1 = 30$ , проверим  $p$  и  $q$  на простоту:

$p = 6 \cdot 30 + 19 = 199$  - простое,  $q = 6 \cdot 30 + 17 = 197$  - простое

3)  $k_p = 0 \Rightarrow$  множество  $M$ : 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

Ответ: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

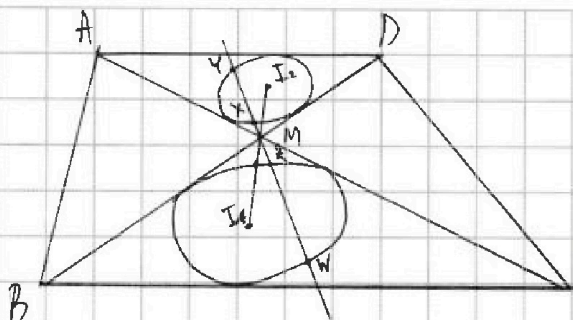


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: т.к. центр вписанной окр-ти - т пересечения биссектрис, то  $MI_1$  - биссектриса  $\angle BMC$ ,

$MI_2$  - биссектриса  $\angle AMD$ , т.к.  $\angle AMD$  и  $\angle BMC$  - вертикальные, то биссектрисы лежат на 1 прямой,  $\Rightarrow MI_2, I_1$

т.к.  $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$  по условию, а  $\triangle ADM \sim \triangle BMC$  по двум углам

( $\angle AMD = \angle BMC$ , как вертикальные,  $\angle ADM = \angle MBC$  как corresp.)

то  $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2}$ , где  $r_2$  - радиус окр-ти  $\omega_2$ ,  $\Rightarrow$

$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2}$ , где соответствующие элементы подобных треугольников

по угл.  $I_1, I_2 = \frac{13}{2}$ ,  $\Rightarrow MI_2 = \frac{13}{2} - MI_1$ ,  $\Rightarrow$

$$\frac{\frac{13}{2} - MI_1}{MI_1} = \frac{1}{2}, \Rightarrow 13 - 2MI_1 = MI_1, \Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}, MI_2 = \frac{13}{6}$$

$MW = 2MY$  по теореме точки М ортоцентра окр-ти  $\omega_1$

$$MQ \cdot MW = MI_1^2 - r_1^2$$

$$2MQ \cdot MY = \frac{169}{9} - r_1^2, \Rightarrow (\text{т.к. } MQ \cdot MY = 5 \text{ по усл.})$$

$$r_1^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{79}{9}, \Rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $\frac{\pi}{14} = \alpha$ , тогда получим, что

$$5 - 4 \sin^3 3\alpha > 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha, \Rightarrow$$

$$5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) > 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha, \Rightarrow$$

$$16 \sin^3 \alpha + 5 - 12 \sin \alpha > 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha, \Rightarrow$$


$$\Leftrightarrow 16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 > 0, \text{ решим кр. до, найдем корни}$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 = 0, \sin \alpha = -1 \text{ - корень, } \Rightarrow$$

$$(\sin \alpha + 1)(16 \sin^2 \alpha - 8 \sin \alpha + 1) = 0$$

$$(\sin \alpha + 1)(4 \sin \alpha - 1)^2 = 0, \text{ решим кр. до левой интервалов}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4}$$

  $\Rightarrow$  при  $\sin \alpha \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; 1)$

так неравенство выполняется; м.к  $\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{12}$

~~найдем  $\sin \frac{\pi}{12} > 0, \Rightarrow$~~

~~$\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{ м.к } \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \Rightarrow$~~

~~$\sin^2 \frac{\pi}{12} \cdot (1 - \sin \frac{2\pi}{12}) = \frac{1}{16}, \text{ пусть } \sin^2 \frac{\pi}{12} = m, \text{ тогда}$~~

~~$m^2 - m + \frac{1}{16} = 0, \Rightarrow D = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{0}{4}$~~

~~$m_{1,2} = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$~~

~~м.к  $\sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}, \text{ м.к}$~~

~~$\sin \frac{3\pi}{14} = \frac{3}{4} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16} < \sin \frac{3\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \frac{\pi}{4}$~~

Ответ:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем количество <sup>3-х</sup> ~~различных~~ <sup>различных</sup> пирамид, имеющих 4 вершины:

1) Если основанием  $t$  ( $\Delta$ ) то можно выбрать  $C_2^3$  <sup>способами</sup> ~~тогда~~

$\delta$  <sup>все</sup> ~~тогда~~  $\delta$  образующие  $\Delta$ -к /  $m$ -к. Они <sup>все</sup> ~~лежат~~ <sup>лежат</sup> на 1 скр-ми, но ~~квадрат~~ <sup>квадрат</sup> ~~уже~~ <sup>уже</sup> ~~лежат~~ <sup>лежат</sup> на 1 прямой) и 5 ~~способов~~ <sup>способов</sup> ~~выбора~~ <sup>выбора</sup> вершины, итого:  $\frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 = 175$

2) Если  $\delta$  <sup>в</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$  ~~лежит~~ <sup>лежит</sup> ребро:

способов выбрать ребро  $\delta$  ~~на~~ <sup>на</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$ :  $C_2^2$  и  $C_5^2$  ~~способов~~ <sup>способов</sup> ~~выбора~~ <sup>выбора</sup> ребра скрещивающихся ( $m$ -к. по  $u$ -и - это 4 ~~тогда~~ <sup>тогда</sup> ~~они~~ <sup>они</sup> ~~лежат~~ <sup>лежат</sup> ~~в~~ <sup>в</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$ , но ~~в~~ <sup>в</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$ , пирамида может быть построена), итого  $\frac{4!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 240$

3) Если  $\delta$  <sup>в</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$  ~~лежит~~ <sup>лежит</sup> 1 вершина:

$C_5^3$  ~~способов~~ <sup>способов</sup> ~~выбора~~ <sup>выбора</sup> основания

4 ~~способа~~ <sup>способа</sup> ~~выбора~~ <sup>выбора</sup> вершины  $\delta$  ~~на~~ <sup>на</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$

$$\text{итого } 4 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 70$$

4) Если  $\delta$  <sup>в</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$  ~~не~~ <sup>не</sup> ~~лежит~~ <sup>лежит</sup> вершина

$C_5^4 = 5$  ~~способов~~ <sup>способов</sup> ~~выбора~~ <sup>выбора</sup> 4 ~~тогда~~ <sup>тогда</sup> ~~все~~ <sup>все</sup> ~~на~~ <sup>на</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$

Посчитаем кол-во 4-угольных пирамид:

Основание  $t$  ~~на~~ <sup>на</sup> ~~плоскости~~ <sup>плоскости</sup>  $\delta$ , ~~иногда~~ <sup>иногда</sup> ~~проверяется~~ <sup>проверяется</sup> условие

$m$ -к. ~~все~~ <sup>все</sup> ~~тогда~~ <sup>тогда</sup> ~~они~~ <sup>они</sup> ~~лежат~~ <sup>лежат</sup> на скр-ми, но ~~все~~ <sup>все</sup> ~~тогда~~ <sup>тогда</sup> ~~они~~ <sup>они</sup> ~~уже~~ <sup>уже</sup> ~~лежат~~ <sup>лежат</sup> на ~~одной~~ <sup>одной</sup> ~~прямой~~ <sup>прямой</sup>,  $\Rightarrow$

$C_2^4$  ~~способов~~ <sup>способов</sup> ~~выбора~~ <sup>выбора</sup> основания и 5 ~~способов~~ <sup>способов</sup> ~~выбора~~ <sup>выбора</sup> вершины ~~итого~~ <sup>итого</sup>  $\frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 = 175$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично кол-во способов для каждой 5-угольной пирамиды:

$$C_7^5 \cdot 5 = \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot 5 = 105$$

$$6\text{-угольную: } C_7^6 \cdot 5 = \frac{7!}{6!} \cdot 5 = 35$$

$$7\text{-угольную: } C_7^7 \cdot 5 = 5$$

Ответ:  $\Rightarrow$  всего способов

$$175 + 210 + 40 + 5 + 175 + 105 + 35 + 5 = 10 + 140 + 280 + 350 =$$

$$280 + 500 = 780$$

Ответ: 780



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 4x = -2 - 3y, \Rightarrow k = \frac{-2 - 3y}{4}, \Rightarrow$$

нужно найти минимум  $\left(\frac{-2-3y}{4}\right)^2 + y^2$  при целом  $y$ , ~~т.е.~~

$$4 + 12y + 9y^2 + 16y^2 = 25y^2 + 12y + 4, \text{ упрощая выражение}$$

$f(y) = 25y^2 + 12y + 4$  - парабола симметрична к оси.

вершина при  $y = \frac{-12}{50}$  и лежит слева, т.е.

минимум при целом  $y$  достигается при  $y = -1$  или  $y = 0$

$$\text{т.к. } -1 \leq \frac{-12}{50} < 0$$

$$f(-1) = 25 - 12 + 4 = 17, \text{ а } f(0) = 4, 4 < 17, \Rightarrow$$

минимум при целом  $y$  это 4, тогда  $x =$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

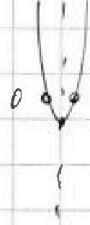
7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $a_1, a_1+1, a_1+2, a_1+3, a_1+4, a_1+5, a_1+6$  - 7 последоват

$$y = \frac{-2 - 4x}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нужно минимизировать  $x^2 + y^2$  при условии  $x$  и  $y$ . ~~нужно~~  
~~минимизировать~~ будем подставлять целые значения  
 $x$  и  $y$  в уравнение  $4x + 3y = -2$ ,

$x=0, y=0, z > 0 = -2, z \Rightarrow$  не подходит

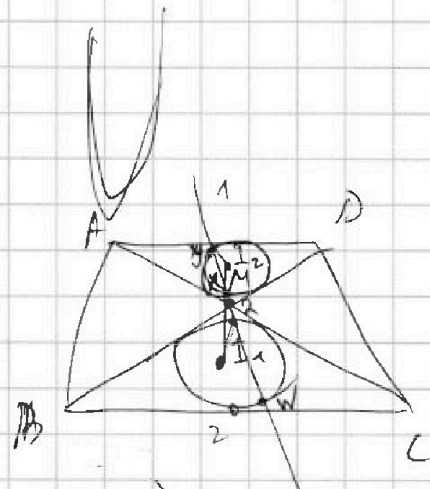
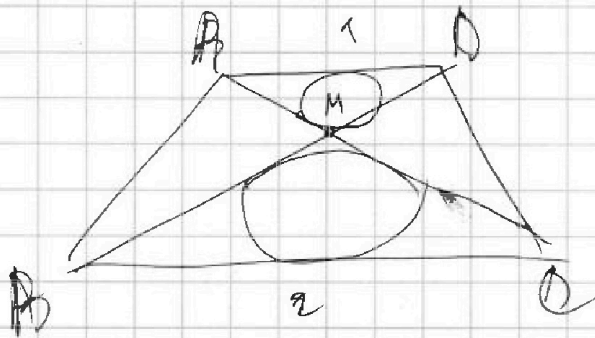
$|x|=1, y=0$   $4z = -2$   
 $-4z = -2 \Rightarrow$  не подходит

$|x|=1, |y|=1, z \Rightarrow$   $z = -2$  или  $z = -2$ , или  $-z = -2$ , или  $-1z = -2$ ,  
 не один из случаев не является решением

$|x|=1$   $f(y) = y^2 + \frac{9}{16}y^2 + 3y + 1$

$2f(\frac{13}{3} - 1) + \frac{13}{3} - 1 = \frac{-3 \cdot 25}{16} = -\frac{75}{16} \in (-5; -4)$

$M_2 \cdot 2M_4 = 10$

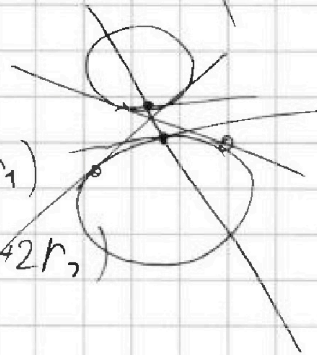


$M_2 \cdot M_4$

$M_2 \cdot M \cdot W = M_{4m} (M_4T + 2r_1)$

$M_x \cdot M_y = M_{4m_2} \cdot (M_4M_2 + 2r_2)$

$5M_x \cdot M_W =$







На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

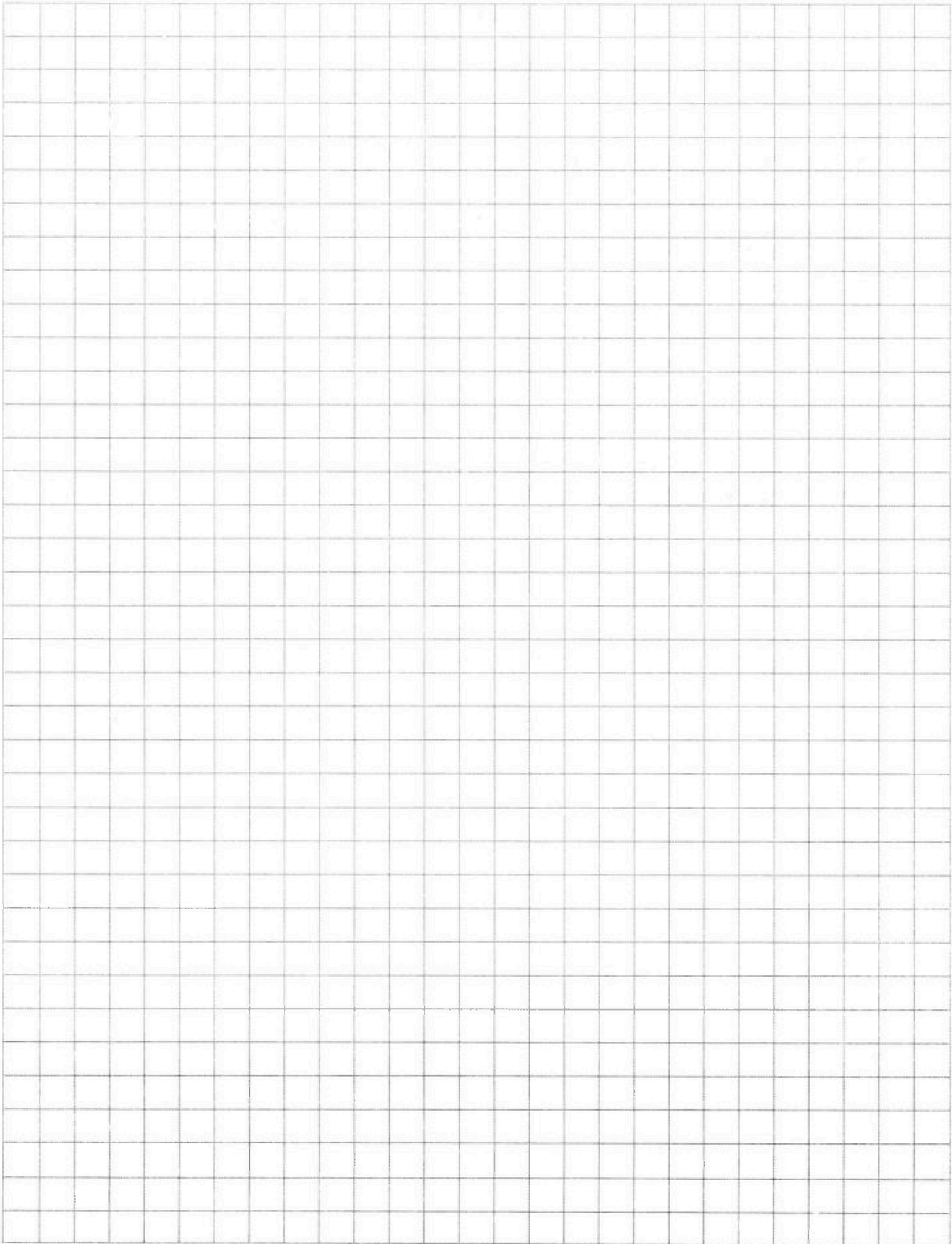
6

7

СТРАНИЦА

\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

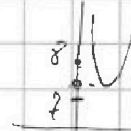
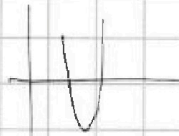
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4}{2 \cdot 50} = \frac{1}{25} - \frac{16}{50} + 8 = -\frac{14}{50} + 8 =$$

$$\frac{99}{8} \times 8$$



$$\frac{1}{25} \cdot 28$$

$$\frac{1}{25} \cdot 50$$

$$2 \cdot 25$$

$$\frac{14}{50} - \frac{16}{50}$$

$$\frac{28}{25} \times 28$$

$$\frac{28}{152} \times 14$$

$$\frac{28}{432}$$

$$\frac{396}{2} \times 2$$

$$\frac{198}{198}$$

$$\frac{2 \cdot 18}{78}$$

$$\frac{16}{16}$$

$a_1, a_2$

$$\frac{198}{18} \times 2$$

$$\frac{360}{18} \times 12$$

$$\frac{792}{6} \times 2$$

$$\frac{19}{18}$$

$$(x+y)^2 - 2xy =$$

$a_1, a_2, +1, \dots$

$$\frac{14}{25} \times \frac{432}{25} + 8$$

$$(p-q)(p+q) = 2 \cdot 198 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$8 - \frac{418}{25} = -\frac{218}{25}$$

$$\frac{16}{16} \times \frac{16}{16}$$

$$\frac{256}{256}$$

$2 \cdot 9 - k \cdot 2 = 0$   $x = 2$   $y = 2$

$k = 1$

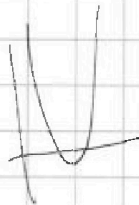
$l = 0$   $|x| = 2$   $|y| = 2$

$$\frac{792}{6} \times 2$$

$$\frac{19}{18}$$

$$\frac{18}{18}$$

$$\frac{130}{130}$$



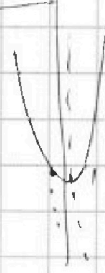
$k = 1$   $|x| = 1$   $|y| = 2$

$k = 2$

$$4x^2 - 2 - 3y$$

$$x = \frac{-2 - 3y}{4}$$

$$y^2 + \frac{(4 + 12y + 9y^2)}{16}$$



$$25 \cdot \frac{12^2}{50^2} + \frac{12 \cdot 12}{50} + 4 =$$

$$\frac{12^2 \cdot 6}{25} - \frac{6 \cdot 12}{25} + 4$$

$$16 \cdot 25y^2 + 12y + 4$$

$$y_0 = \frac{-12}{50}$$

$$-\frac{36}{25} + 4 = \frac{64}{25} \geq 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(h-2) \cdot 180^\circ = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 5}{6} = 143$ 
 $\frac{6 \cdot 7}{2} = \frac{4 \cdot 5}{2} =$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot h}{2}$ 
 $5, 9, 13 = 27$ 
 $5, 9, 13, 17 = 44$

$S_n = \frac{(143 + a_n) \cdot h}{2}$ 
 $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot h}{2}$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$S_n = \frac{(2a_1 + 2n - 2) \cdot h}{2}$

$n^2 - 38n + 360 = 0$ 
 $38^2 = 1444$ 
 $(a_1 + n - 1) \cdot h = (n - 2) \cdot 180^\circ$

$D = 1444 - 1440 = 4$ 
 $\frac{27}{14}$ 
 $\frac{360}{4} = 90$

$n^2 + 36n - 360 = 0$ 
 $36^2 = 1296$ 
 $\frac{360}{4} = 90$

$\frac{37}{8}$ 
 $\frac{37}{14} - \frac{57}{14}$ 
 $108$ 
 $1296$ 
 $1440$ 
 $2736$

$36 \cdot 36 + 4 \cdot 360 = 4(9 \cdot 36 + 360) = 4 \cdot 36 \cdot 36(9 + 10)$ 
 $4 \cdot 4 = 16$ 
 $2^2 \cdot 2^{2x} \cdot 2^{3y} = 1$

$18 \cdot 180^\circ = \frac{(143 + 143 \cdot 19) \cdot 20}{2} = 10 \cdot 20 \cdot 143$

$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ 
 $x^2 + y^2 + z^2 - \min - ?$

$5x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \cdot (\ln 8 + \ln 3) = \ln 2 + \ln 3$ 
 $4 \cdot -2 + 3 \cdot 2$

$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$ 
 $3 \ln 2 + \ln 3 = 2$ 
 $4x + 3y = -2$

$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$ 
 $\text{НОД} = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \cos \frac{2\pi}{7} - 5 \sin \left( \frac{\pi}{14} \right) = 2$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha$$

$$4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$4 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{11}{16} \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha =$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha - 6 \sin^3 \alpha$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 24 \sin^3 \alpha$$

$$4 - 4 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = t$$

$$24t^3 + 4t^2 - 7t + 1 < 0$$

$$24 \sin \alpha \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) +$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\sin \alpha = -1 \quad \frac{\sqrt{15}}{8} < \frac{4}{8}$$

$$\frac{12}{16} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \mid t + 1$$

$$-16t^3 + 16t^2$$

$$-8t^2 - 7t$$

$$-8t^2 - 8t$$

$$t + 1 < \frac{1}{4}$$

$$16t^2 - 8t + 1$$

$$t^2 - t + \frac{3}{16} < 0$$

$$\frac{\pi}{14} < 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}) = \frac{3}{16}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4 \cos \frac{\pi}{12}} = \frac{\sqrt{3}}{4 \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}}}$$

$$2\sqrt{3} > 4$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{14} > \frac{\pi}{6}$$

$$t - t^2 = \frac{3}{16}$$

$$18\pi > 14\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

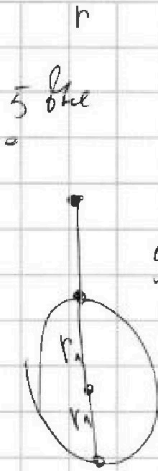
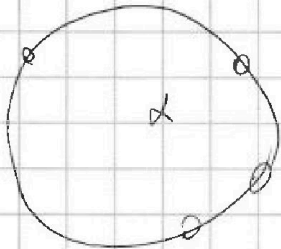


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{319}{6} - \frac{26}{6} + \frac{13}{6} = 13$$

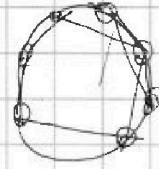


$$48 = 58$$

1	2
1	4

$$y = 2 - 4k$$

$$\left(\frac{13}{3} + r_1\right) \cdot \left(\frac{13}{3} - r_1\right) = 1 \dots 4$$

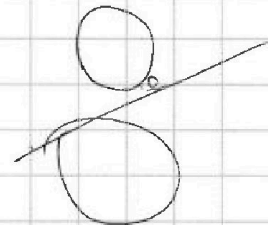


$$p^2 - q^2 = 792 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$p^2 =$$

$$(p-q)(p+q) = 0$$

$$\frac{\pi}{7} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{\pi}{4}$$



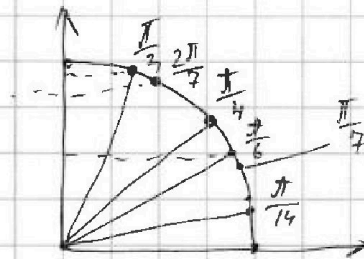
$$a_1, a_{1+1}, a_{1+2}, \dots, a_{1+6}$$

$$p = 6a_1 + k$$

$$(p+q) = (12a_1 + k + j) (k-s) =$$

$$q = 6a_1 + 8$$

$$\frac{\pi}{4} =$$



$$18 \cdot 180 = (43 + 20 - 1) \cdot 20$$

$$18 \cdot 9 = 162$$

$$\frac{4\pi}{49} \quad \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{1}{16}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{8} < \frac{4}{8}$$

$$\frac{2\pi}{7} < \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{2\pi}{7}$$

$$6\pi < 7\pi$$

$$\sin \frac{2\pi}{7}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{4} \sqrt{\frac{49}{64}}$$

$$= \frac{7\sqrt{15}}{32} < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$7\sqrt{15} < 16\sqrt{3}$$

$$49 \cdot 15 < 16^2 \cdot 3$$

$$245$$