



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 = -2x$$~~

рассмотрим случаи
1) $x - 1 = x$
2) $x = \sqrt{3} - 1 = x$
3) $x = -\sqrt{3} - 1$

$$a_3 = a_1 + 2b = \begin{cases} 1) 0 \\ 2) 3\sqrt{3} \\ 3) -3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x + 2x)^2 = \begin{cases} 1) 1 \\ 2) 4 \\ 3) 4 \end{cases}$$

$$a_9 = a_1 + 8b = 3x^2 = \begin{cases} 1) 3 \\ 2) 12 - 6\sqrt{3} \\ 3) 12 + 6\sqrt{3} \end{cases}$$

возможна

$$\begin{cases} 1) a_1 + 2b = 0 \\ a_1 + 4b = 1 \\ a_1 + 8b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0,5 \\ a_1 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2) a_1 + 2b = 3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 - 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = 4 - 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 - 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{2 - 3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{решения есть} \Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

$x = -1$
не подходит

$$\begin{cases} 3) a_1 + 2b = -3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 + 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = 4 + 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 + 6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{2 + 3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{решения есть} \Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

не подходит

Ответ: $X = \{-1; \sqrt{3} - 1; -\sqrt{3} - 1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_1, \dots, a_5 члены прогрессии

$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 \quad a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$a_3 = a_1 + 8b = 3x^2$$

$$3a_5 - 2a_3 = 3a_1 + 12b - (2a_1 + 8b) = a_1 + 4b = a_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a_5 - 2a_3 = a_3 \Rightarrow 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 3x^2 \Rightarrow$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ подставив в } x \text{ значение } x = -1 \text{ получим}$$

$$1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow \text{это уравнение: на } (x - x_1) = x + 1 \text{ (по т. Безу)}$$

разделим многочлен

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

подставим в уравнение $x^3 + 3x^2 - 2$
значение $x = -1$

$$\text{получа } -1 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 : x + 1$$

разделим

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 2x^2 + 0x \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

получим что

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)^2 \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 (x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

$$x = \{-1, \pm\sqrt{3}\}$$

$$x \in \{-1, -1+\sqrt{3}, -1-\sqrt{3}\}$$

проверим подставляем их x подставляем их в



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3 \Rightarrow |3x-9y| \leq 9$$

$$|3x-y| \leq 1 \Rightarrow |9x-3y| \leq 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |x-3y| \leq 3 \\ |9x-3y| \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 9x-3y - (x-3y) \leq 3+3=6$$

$$\Downarrow$$

$$8x \leq 6$$

\Downarrow

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |3x-y| \leq 1 \\ |3x-9y| \leq 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow 3x-y - (3x-9y) \leq 1+9=10$$

$$8y \leq 10 \Rightarrow y \leq \frac{5}{4}$$

$$x \leq \frac{3}{4} \quad y \leq \frac{5}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$4y+8x \leq 11$$

тогда подставим $x = \frac{3}{4}$ $y = \frac{5}{4}$ $4y+8x = 11$

$$|x-3y| = |-3| = 3 \leq 3$$

$$|3x-y| = |1| = 1 \leq 1$$

$$|a| \leq m$$

$$|b| \leq n$$

то $a-b \leq m+n$, это всегда т.к.

\max из $a-b$ при ($\max a$) и ($\min b$), но ($\max a = m$) и ($\min b = -n$) $\Rightarrow \max(a-b) = m+n$
 $\Rightarrow m+n \geq a-b$

\Rightarrow // наибольшее значение \Rightarrow Ответ: 11



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

остатки цифр z) $(m+n)(m+n-9) = 13p^2$

$$m \cdot n(m+n-3) = 75q^2$$

заменим, что если $p \nmid 2$ то $p^2 \pmod{4} = 1 \Rightarrow 13p^2 \pmod{4} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m \cdot n(m+n-9) \equiv 1 \pmod{4}$ тогда ~~$m \equiv 1, 3 \pmod{4}$~~ $m \equiv 1, 3 \pmod{4}$, если m

$$m \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 9 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$m \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow 2 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$m \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow 2 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$m \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow 0 \equiv 1 \pmod{4}$$

проверяем $\Rightarrow p=2 \Rightarrow m \cdot n(m+n-9) = 25z^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m^2 - 9m - 52 = 0 \quad D = 81 + 208 = 289 = 17^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{9 \pm 17}{2} \quad 13; -4 \quad \begin{matrix} \text{по } m, n \text{ натуральны} \Rightarrow \\ \Rightarrow m, n = k \text{ натуральны} \Rightarrow k > 0 \end{matrix}$$

$$m+n=13 \quad m=13-n$$

$$(13-n) \cdot n \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow (13n - n^2) \cdot 2 = 15q^2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2$$

$$\Rightarrow 13n - n^2 = 30 \Rightarrow n^2 - 13n + 30 = 0 \Rightarrow (n-3)(n-10) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \{3; 10\}$$

$$\Rightarrow m = \{10; 3\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } (m, n) = (10; 3) \\ (m, n) = (3; 10)$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn \cdot (n+m-3)$$

рассмотрим 2 случая

1) $A = 75q^2$ $B = 13p^2$ 2) $B = 75q^2$
 $A = 13p^2$

пусть $m+n = k$ $m \cdot n = r$

1) $(m+n)(m+n-9) = 75q^2 \Rightarrow k(k-9) = 75q^2$
 $mn(m+n-3) = 13p^2$
 $\Rightarrow \begin{cases} k:3 \\ k-9:3 \end{cases} \Rightarrow k:3 \Rightarrow m+n:3$

~~$mn(m+n-3) = 13p^2$~~ $m+n:3 = (m+n-3):3 \Rightarrow mn \cdot (m+n-3):3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 13p^2:3 \Rightarrow p=3$
 p - простое

$m+n:3 = (m+n-9):3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (m+n)(m+n-9):3^2 = 75q^2:9 \Rightarrow q^2:25:3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow q:3$
 q - простое $\Rightarrow q=3$

возьмем $(m+n)(m+n-9) = 6 \cdot 75 \Rightarrow k^2 - 9k - 675 = 0 \Rightarrow D = 81 + 2700 = 2781$

~~$k = \frac{9 \pm \sqrt{2781}}{2}$~~ $k = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2}$

~~$k = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2}$~~ $\Rightarrow k = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2}$

если взять

$k^2 - 2k$
 $m+n = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} \Rightarrow m = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} - n \Rightarrow$ если одно из

них натуральное то второе не является натуральным числом



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по теореме косинусов ~~в~~ $\triangle AYZ$ где $\angle ZYA$
если $\angle AYZ = \alpha$ то $64 + 36 - 2 \cos \alpha \cdot 48 = 36 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 96 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

по теореме косинусов в $\triangle BZM$ т.к. $\angle BZM = \angle AYZ = \alpha$

$$\text{то } 24^2 + 12^2 - 2 \cos \alpha \cdot 24 \cdot 12 = a^2 \Rightarrow 576 + 144 - 384 = a^2 =$$
$$= 336 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 2BM = 2a = 8\sqrt{21}$$

ответ: $8\sqrt{21}$

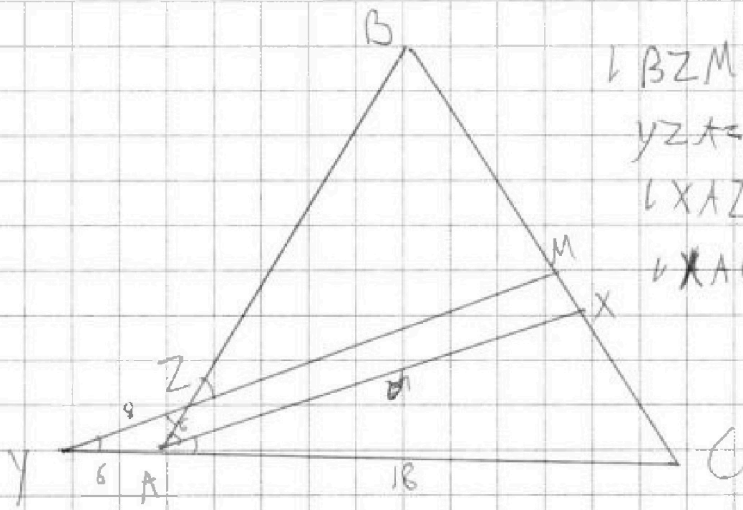


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle BZM = \angle YZA$ вертикаль
 $\angle YZA = \angle XAZ$ параллельно
 $\angle XAZ = \angle XAC$ - вертикаль
 $\angle XAC = \angle MUC$ - параллельно

$\angle YAZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle YAZ$ равнобедрен $\Rightarrow AZ = AY = 6$

нужно $BM = ?$

$AX = 6$

надо $\triangle XCA \sim \triangle MUY$ по 2 углам

$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{AX}{YM} = \frac{6}{6+18} = \frac{1}{4}$ ($\angle YMC = \angle XAC$ - параллельно, $\angle MUC = \angle XAC$)

$BM = MC = a$

$= \frac{CX}{a} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4}a$

$\angle BZM = \angle BAM$

$\Rightarrow \triangle BMZ \sim \triangle BXA \Rightarrow \frac{BM}{BX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{ZM}{AX} \Rightarrow$

$\angle BMZ = \angle XA$ - вертикаль

$\Rightarrow \frac{a}{BM + (CM - CX)} = \frac{a}{2a - \frac{3}{4}a} = \frac{a}{\frac{5}{4}a} = \frac{4}{5} = \frac{BZ}{BZ + 6} = \frac{ZM}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow BZ = 24 \quad ZM = \frac{4}{5}B \Rightarrow \frac{B}{\frac{4}{5}B + 8} = \frac{18}{24} \Rightarrow \frac{5}{4}B = 18 \Rightarrow B = 15 \Rightarrow ZM = 12$

$\Rightarrow \frac{1}{5}B = 18 \Rightarrow B = 90 \Rightarrow ZM = 36$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \Rightarrow x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$\sqrt{x} \sqrt{y} \Rightarrow x \geq 0, y \geq 0$ ~~еще $|x| \neq |y|$ ~~$|x| \neq |y|$~~~~

1) Если $|x| > |y| \Rightarrow x^4 - y^4 > 0, x^2 - y^2 > 0, \sqrt{x} - \sqrt{y} > 0 \Rightarrow 0 > 0$

2) $|y| > |x| \Rightarrow x^4 - y^4 < 0, x^2 - y^2 < 0, \sqrt{x} - \sqrt{y} < 0 \Rightarrow 0 < 0$

и 2) не противоречит $\Rightarrow |x| = |y|$ и $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow x = y \geq 0$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = \sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5$$

$\sqrt{x+1} = a, \sqrt{6-x} = b \Rightarrow \begin{cases} a-b+5=2ab \\ 2ab+5=a^2+b^2 \Rightarrow b = \frac{a+5}{2a+1} \end{cases}$
 $b = \sqrt{7-a^2}$
 $\frac{a+5}{2a+1} = \sqrt{7-a^2} \Rightarrow$
 $a \geq 0, b \geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{7-a^2} \cdot (2a+1) = a+5$ ~~можно возвести в квадрат~~
 $(7-a^2)(4a^2+1+4a) = a^2+25+10a$

$\Rightarrow 7 - 4a^4 - a^2 - 4a^3 - a^2 - 25 - 10a + 10 + 28a^3 + 28a = 0$

$4a^4 + 4a^3 + 28a^3 - 26a^2 - 18a + 18 = 0$

$2a^4 + 2a^3 - 13a^2 - 9a + 9 = 0$ ~~можно $\cdot 2$ умножить $a: 2$~~

$2(x+1)^2 + 2x(x+1) - (x+1)3 - 9\sqrt{x+1} + 9 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего углов $9 \times 9 = 81$ давайте возьмем и
выберем сначала 1 а потом второй способ
нам сделать $81 \cdot 80$, но вли почитаем каждый
способ 2 раза т.к можно было из каждого
угла выбрать 2 способа \Rightarrow всего способов $81 \cdot 80$

$= 81 \cdot 40$. но всего квадратов можно повернуть
3 раза и не учитывать что для способа есть 3 дру
гие пары, но вернем \Rightarrow всего способов разницы
 $\frac{81 \cdot 40}{4} = 81 \cdot 10 = 810$. заметим что раскраски

где белые углы симметричны относительно
центров симметрии имеют лишь 1 вариант поворачивания
и мы считаем что 3 \Rightarrow всего раскрасок разниц $810 + 2 \cdot X$
где X кол во раскрасок где белые углы симм. заметим
т.к. при симметрии 1 угол второй у симм находится сразу
рядом $X = 81 - 1$ (1 - центр клетки) \Rightarrow ~~810~~ в ответе

$$810 + 2 \cdot 80 = 970 \quad \text{Ответ: } 970$$

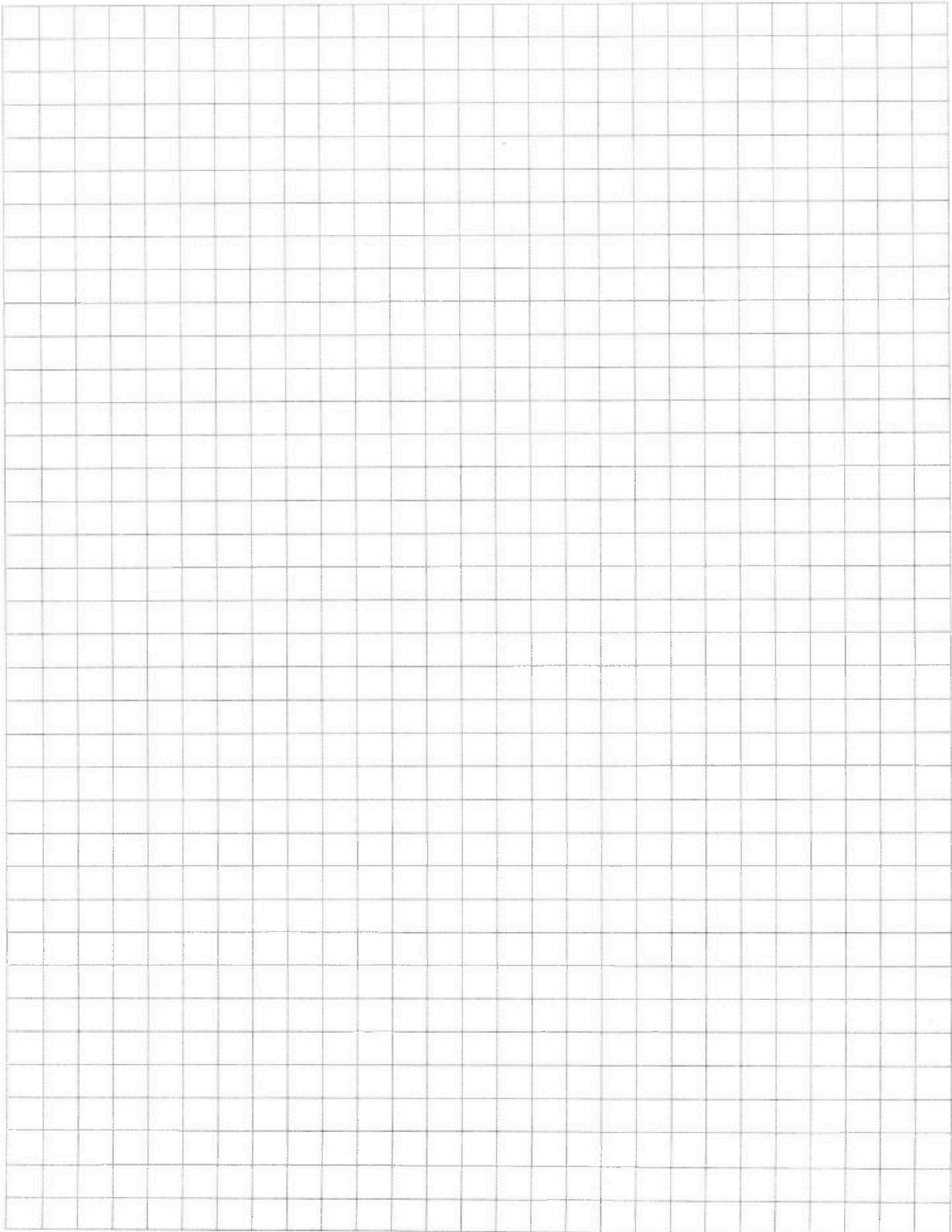


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7-a^2} = \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{6-x} = \sqrt{7-a^2}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+3x-x^2}$$

2a

0

$$2x^2 - 5 =$$

$$-5 = 16z + 108 \quad (x+1)(6-x) = 6-x^2+5x$$

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} = a-b$$

$$\frac{2x-5}{\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}}$$

$$+5 = 2\sqrt{6+3x-x^2}$$

$$16z + 54 = 117 + 9 - 27$$

$$ab \pm (a+b) = a^2 + b^2$$

$$\frac{-5}{\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}}$$

$$+5 =$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{6-x} \sqrt{x+1}$$

$$a^2 - b^2 - 5a + b^2 - 5b = a^2 - b^2$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}$$

$$+5 =$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} =$$

$$= \frac{2x-5}{\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}} + 5 = \sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$2a^2 - 6a + 17$$

$$\sqrt{6-x} \sqrt{x+1} \quad x+1 = 6-x$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$36 + 18a = 17a$$

$$5+a = 2ab + b^2 + 5$$

$$5+a = \sqrt{2-a^2} (17a)$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{5 + \sqrt{x+1}}{17\sqrt{x+1}}$$

$$b \cdot a = \frac{5+a}{17a}$$

$$\frac{5+a}{17a}$$

$$25 + a^2 + 10a = 7 - a^2 + 117a + 9a$$

$$b = \sqrt{7-a^2}$$

$$25 + a^2 + 10a - 7 + a^2 = 9a^2 - 1 - 9a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

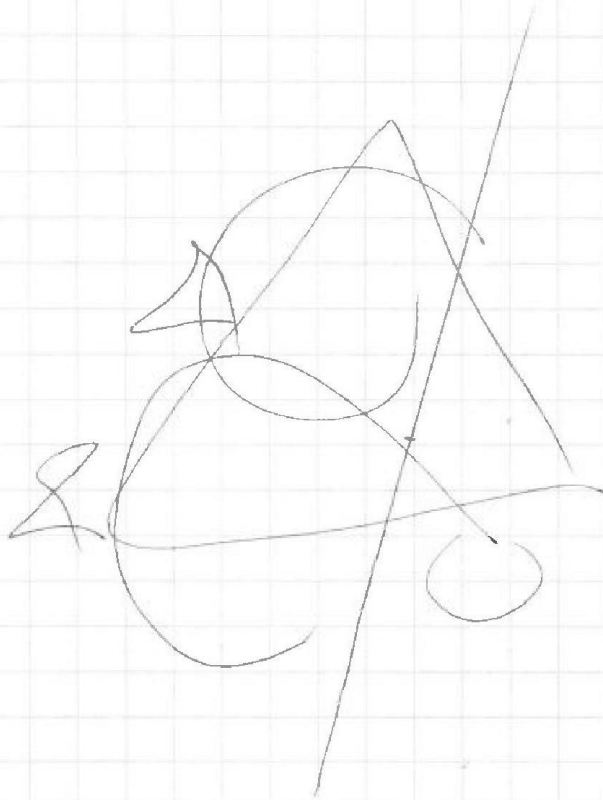
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



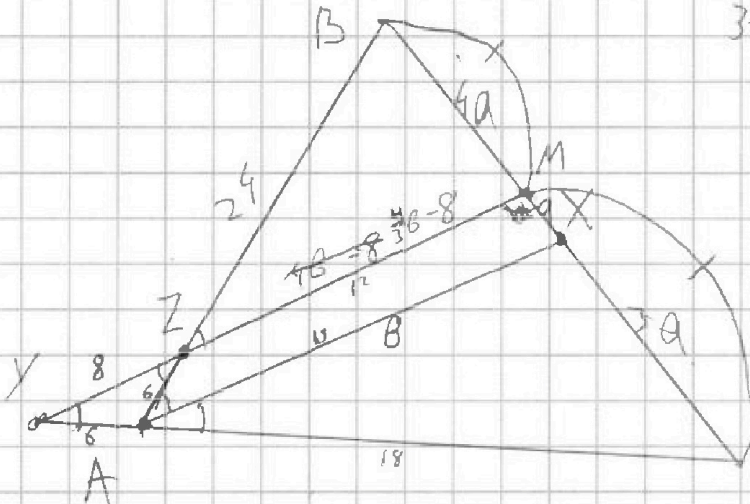


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

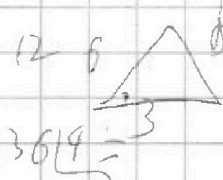
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$37.4 = 120 + 28 = 148$$

$$\frac{40}{29} \quad 4$$



$$33019 = \frac{36+9 - 2 \cdot 18 \cdot 2}{0.45 - 8} = \frac{9}{37}$$

$$24 \cdot 24$$

$$\frac{570 \cdot 2}{3}$$

$$192 \cdot 2 = 384$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{18}{29} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{CX}{XM} = \frac{3}{1} \Rightarrow CX = 3a \quad XM = a$$

$$\cos \alpha = \frac{8}{9}$$

$$22 \cos \alpha = 8 \quad 804$$

$$64 = 3 \cdot 72 - 36 \cdot 72 \cos \alpha$$

$$9B = \frac{29}{3} B - 90 \Rightarrow 21$$

$$\frac{8}{3} B = 90 \quad 8B = 120$$

$$B = 15$$

$$\cos \beta = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$2 \cos^2 \beta - 1 = \frac{4}{9} \Rightarrow \cos^2 \beta = \frac{13}{9}$$

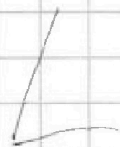
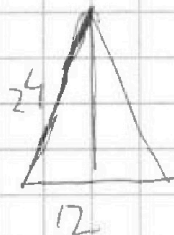
$$\cos \beta = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$64 \cdot 3 = 192$$

$$384$$

$$\cos 2\beta = \frac{1}{9}$$

$$\frac{9}{3} B - 8 = \frac{32}{5} \Rightarrow B = \frac{12}{5}$$



$$\frac{22}{16}$$

$$\frac{16}{22}$$

$$\frac{98}{32}$$

$$\frac{352}{368}$$

$$\cos 180 - \alpha$$

$$-\frac{1}{9}$$

$$16$$

$$22$$

$$\frac{32}{35^2}$$

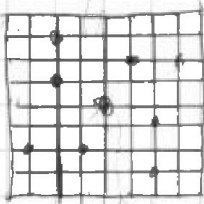
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} \leq 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{x} = y^4 - \sqrt{y} + 5y^2$$

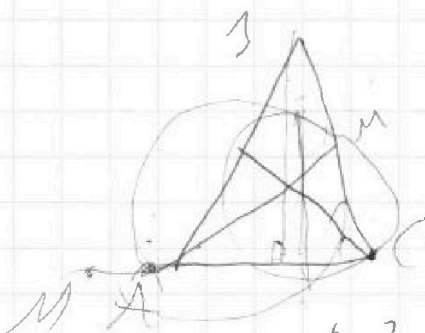
~~81~~ ~~80~~ $\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40 = 81 \cdot 19 = 810$

80
90

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 3 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$810 + 20x + 80 = 9 - 0.0 \quad | \cdot 2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \geq -5$$



$$\sqrt{6-y} - \sqrt{x+1} \leq 5$$

$$\sqrt{6-y} \leq 5 + \sqrt{x+1}$$

$$6-y \leq 25 + x + 1 + 10\sqrt{x+1}$$

$(x^2 + 10)^2 - 125$

$$-y - 20 \leq x + 10\sqrt{x+1}$$

$(x^2 + 10)^2 - 125$

$$x + 10\sqrt{x+1} + 20 + y \geq 0$$

1 2 ~~95~~

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+b, a+2b, \dots \quad 278/10$$

$$a + 2b = 3x + 3 \quad 309$$

$$a + 4b = (x^2 + 2x)^2 = (x+2)(x)^2 = x^4 + 4x^2 + 4x^3$$

$$a + 8b = 3x^2$$

$$\left. \begin{aligned} 3x^2 - 3x - 3 &= (x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) \cdot 2 \\ 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 &= 2 \cdot (x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) \\ 3x^4 + 12x^2 + 12x^3 - 6x - 6 &= 3x^2 \end{aligned} \right\} 2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$2x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 - 4 + 3 - 2 = 2$$

$$x = -1$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1 \\ x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 3x^2 \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \hline 0 \end{array} \quad -2x - 2$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \mid x+1 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 2 \\ 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \end{array} \quad D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \quad 15\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$|x-3y| \leq 3$ ~~2ES~~ $x = -\varphi y k$
 $|3x-y| \leq 1$ ~~480~~ $k^2 - 9k - 90 = 0$ $\frac{1}{3}y$ $3V$
 $k \cdot (k-9) = 75\varphi^2$
 $mn \cdot (k-3) = 13p^2 \rightarrow k; 3 \quad \varphi = 3 \rightarrow \varphi = 3$
 $|x-3y| \leq 3$
 $|9x-3y| \leq 3$ ~~6~~
 $3ky - 9y \in -1; 1$
 $8x \leq 6$ $|3x-9y| \leq 9$
 $x \leq \frac{3}{4}$ $|3x-y| \leq 1$ 13.72
 $x + y \leq 2$ $y + y$
 $\frac{3}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{12}{4}$ $y = \frac{8}{4}$ $x = \frac{3}{4}$ $8y \leq 10$
 $\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4}$ $k^2 - 9k - 52 = 0$ $y \leq \frac{5}{4}$
 $A = (m+n)^2 - (m+n) \cdot 9$
 $A = (m+n) \cdot (m+n-9)$ $13p^2$
 $B = mn \cdot (m+n-3)$ ~~$75\varphi^2$~~

0	1	2	3	4	0
3	0	1	2	3	0

4, 0
 $\left. \begin{matrix} k \cdot k-1 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} 3$ $\left[\begin{matrix} m: 3 \\ n: 3 \end{matrix} \right]$ $p=2$ $13 \cdot 4 = (m+n) \cdot (m+n-9)$
 $k \cdot k - 9 = 52$ 52