



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle C \frac{BM}{AN}) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4x - 4 = 0$$

$$\text{имеем 2 корня} \rightarrow D > 0 \quad D = 4 \cdot 3x^2 - 16x + 16 > 0$$

$$\text{приведем к виду } 3x^2 - 4x + 4 > 0 \rightarrow \text{сведем к виду } 4x^2 - 4 > 0$$

$$4 \cdot 3x^2 - 16x + 16 > 0$$

$$4x^2 - 4 > 0$$

$$(2-x)(2+x) > 0 \quad \begin{matrix} -2 & + & 0 & - & 2 \\ - & & & & + \end{matrix} \quad x \in (-2; 2)$$

$$(x-1)(x+1) > 0 \quad \begin{matrix} + & 0 & - & 0 & + \\ - & & & & + \end{matrix} \quad x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$\Rightarrow x \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases} \begin{cases} a=40-b \\ (40-2b)(40-2b+15)=17p^5 \end{cases}$$

↑ : 2

Заметим, что $17p^5$ должно делиться на 2, т.к. $17/2 \Rightarrow p:2$, но

решим, вынеся высший множитель, крайнее $2-2 \Rightarrow p=2$, тогда

$$(20-b)(55-2b)=17 \cdot 2^4$$

$55-2b$ и $20-b$ или 55 -кратное, а $2b:2 \Rightarrow 20-b:2^4 \Rightarrow$

$$1) \begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=17 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=1 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=-17 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 38=2b \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ b=27 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=-17 \\ 20-b=-16 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=-2^4 \cdot 17 \\ b=28 \end{cases}$$

также
поиск

при подстановке
в оба уравнения и
считаем $b \in \mathbb{N}$

$$\boxed{b=36}$$

$$\boxed{a=4}$$

они не сходится,
т.к. $20-17 < 0$
а $2^4 \cdot 17 > 0$

$$\begin{cases} -1 \neq -2^4 \cdot 17 \\ \text{также по поиску} \\ \text{или } p \end{cases}$$

Ответ: $a=4; b=36$



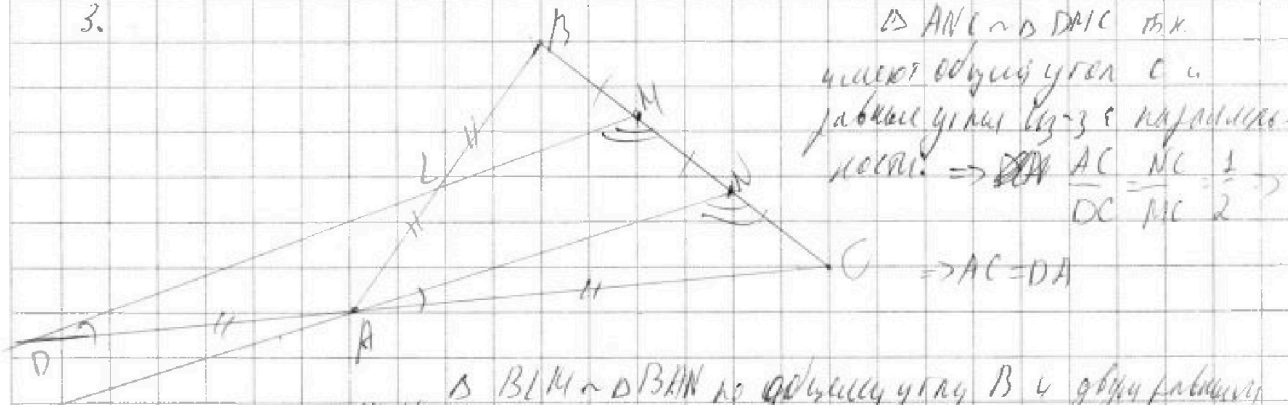
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



$\triangle ANC \sim \triangle DAC$ т.к.
имеют общий угол C и
равные углы $\angle ANC = \angle DAC$ как
накрестные $\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{NC}{AC} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow AC = DA$

$\triangle BLM \sim \triangle BAN$ по общему углу B и двум равным
углам $\angle BLM = \angle BAN$ как накрестные $\Rightarrow BL = LA$, т.к. $AB = CD = 2BL = 2AC \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AD = BL = LA \Rightarrow \angle ADL = \angle DLA$ т.к.
 $\angle LAD = \angle LAD$ т.к. $MD \parallel AN$ и DC - секущая $\Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN = \frac{1}{4}$
по теореме косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$

$$BC^2 = AB^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AB^2}{2}$$

$$144 = AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4}$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

или берём: $AB = 4\sqrt{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 шара трех цветов

Представим шары под номерами 1-8 4 пустую карточку как шары
№0.

4 шара трех цветов единственно образом в ряд, т.е. после
3 шаров можно единственно образом рассадить в ряд.

Количество вариантов выбора первой тройки: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$

Количество вариантов выбора второй тройки: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$

У оставшихся ⁴шара 3 варианта рассадки в ряд:

после пустой карточки, до пустой карточки и пустая карточка
между ними.

Всего вариантов: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 3 = \frac{8!}{4!} = 1680$

Ответ: $\frac{8!}{4!} = 1680$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим дороги, как ребра, а деревки, как вершины в графе.

В из каждой деревки в другую можно добраться, причем по единственному маршруту \Rightarrow граф связный без циклов.

В связном графе без циклов на n вершинах $n-1$ ребро.

Предположим, что в графе n ~~ребро~~^{вершин, т.е. деревки}, тогда ребер $n-1$.

Так же количество ребер можно считать так:

$$\frac{x \cdot 1 + 3 + 4 + 5 + 7}{2}$$

$$\frac{x + 3 + 4 + 5 + 7}{2} = x - 1$$

$$x = 13$$

Ответ: 13 деревень.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{2-|x+y-2|} = 1$$

$$\text{Реш: } \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-2 \geq -1 \end{cases} \begin{cases} -(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq -2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$$

т.к. x и y - целые числа, то $x+y$ - целое число $\Rightarrow x+y$ может быть равно 1/2/3.

$$1) x+y=1 \Rightarrow x-1=-y$$

$$y^2 + y^2 - 2y + 1 \leq 2$$

$$2y(y-1) \leq 1$$

$$2y^2 - 2y - 1 \leq 0$$

$$\text{т.к. } y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = 1, 0, -1 \Rightarrow 2y(y-1) \geq 1 \Rightarrow y < 1,5 \text{ из неравенства: } x+y \geq 1$$

можно считать, что тогда $x > -0,5$ - наименьшее, наибольшее

целое число подходящее под условие - 0 при $x=0$ по условию $x+y=1$ y будет равен 1.

$$2) x+y=1, \text{ тогда } 1-|x+y-2|=0 \Rightarrow \text{тогда } \sqrt{2x+2y-x^2-y^2}=1$$

$$2x+2y-x^2-y^2=1$$

$$2-x^2-y^2=1 \Rightarrow x^2+y^2=1 \Rightarrow x^2+(1-x)^2=1 \Rightarrow x^2+1-2x+x^2=1 \Rightarrow 2x^2-2x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x(x-1)=0$$

$$\begin{cases} x=0 & y=1 \\ x=1 & y=0 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$\begin{cases} x=1 & y=0 \\ x=0 & y=1 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$2) x+y=2 \quad x-1=y-1-y$$

$$(1-y)^2 + y^2 - 1 \leq 2$$

$$y^2 - 2y \leq 1$$

$$y^2 - 2y \leq 0$$

$$y(y-2) \leq 0$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

т.к. y - целое число y может быть равно 0/1/2.

$$\begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases} \text{ - при подстановке подходит } \sqrt{2+0-2x-0} + \sqrt{1-0} = 1$$

$$y=1 \text{ - не подходит: } \sqrt{2+1-1} + \sqrt{1-0} \neq 1$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=0 \end{cases} \text{ - подходит: } \sqrt{0+2-0-2} + \sqrt{1-0} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \begin{cases} x+y=3 \\ x-1=2-y \end{cases}$$

$$(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$$2y^2 - 6y + 3 \leq 0$$

$$\left(y - \frac{6-2\sqrt{3}}{4}\right) \left(y - \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \frac{6-2\sqrt{3}}{4} \quad \frac{6+2\sqrt{3}}{4} \end{array} \quad A=100 \quad \text{или } y-A \quad 2y^2 - 6y + 3 > 0$$

$y \in \left[\frac{6-2\sqrt{3}}{4}; \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right]$ y - целое число. В промежутке како-

дится 2 целых числа: 1, 2, так $\frac{6+2\sqrt{3}}{4} < 3$ ($\sqrt{3} < 3$) и $\frac{6-2\sqrt{3}}{4} > 0$

Если $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$ при подстановке в уравнение: $\sqrt{2-1+2-2-1-4} + \sqrt{2-1+2-1-2} = 1$

Если $\begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$ при подстановке в уравнение: $\sqrt{2-1-2-2-1-4} + \sqrt{2-1-2+1-2} = 1$

Ответ: (0; 3), (2; 0), (2; 0), (0; 2), (2; 1), (1; 2)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

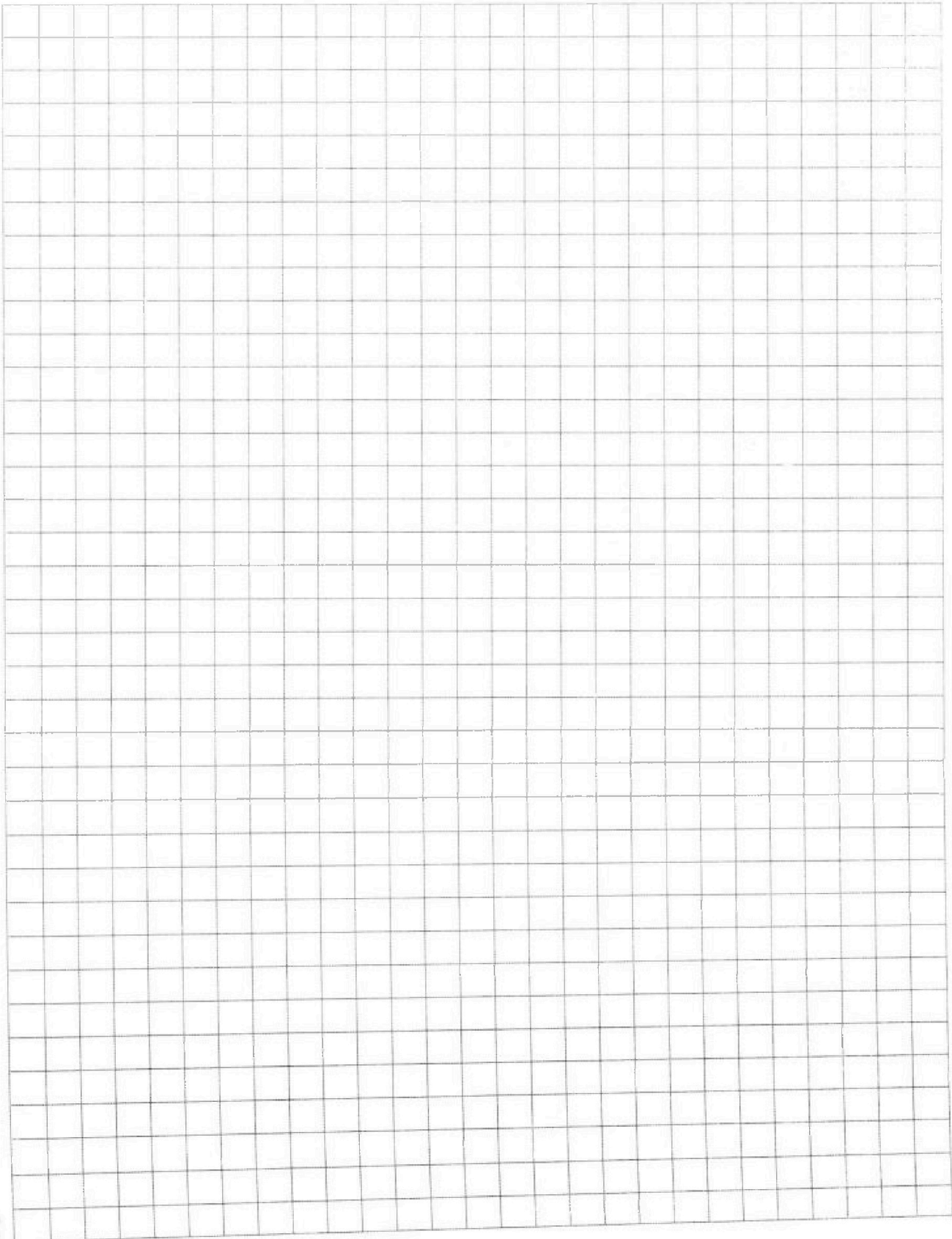
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Расставляем фигурки по возрастанию: 12345678 9 мест. 8 фигурок

Всего 3 группы карт. Заметим, что ушки и 1 самая маленькая либо на первой карте либо на второй либо на третьей карте но тогда фигура 10 - на самой карте. У ушки и 2 самая маленькая либо на 3 карте либо на первой либо на второй но в этом случае фигура 10 карта.

0 1 2

1 2 3

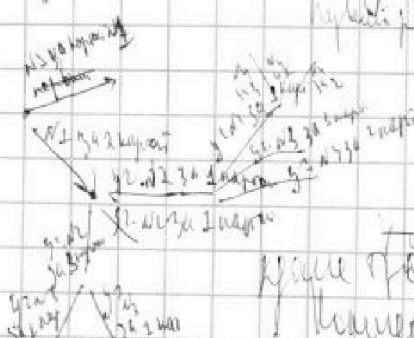
Заметим, что так бы не сел у ушки и 1 у ушки и 2 в одну группу. Заметим, что так бы не сел у ушки и 1 у ушки и 2 в одну группу.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Фигурки карты на фигура, отличных от 10, на первой карте. Заметим, что так бы не сел у ушки и 1 у ушки и 2 в одну группу. Заметим, что так бы не сел у ушки и 1 у ушки и 2 в одну группу.

Заметим, что если у 1 сел на первой карте, у ушки и 2 сел на второй карте, и тогда карты различны между собой, а значит, свободных от ушки и 2.

Если у 1 сел на 3-ей карте, то у ушки и 2 сел на первой карте, и тогда карты различны между собой, а значит, свободных от ушки и 2.



123 012 013 023 034 014 015 016 012024
134 145 139
0 1 1
1 1 1

Заметим, что если у 1 сел на первой карте, у ушки и 2 сел на второй карте, и тогда карты различны между собой, а значит, свободных от ушки и 2.

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = \frac{8!}{4!} = 1680$$

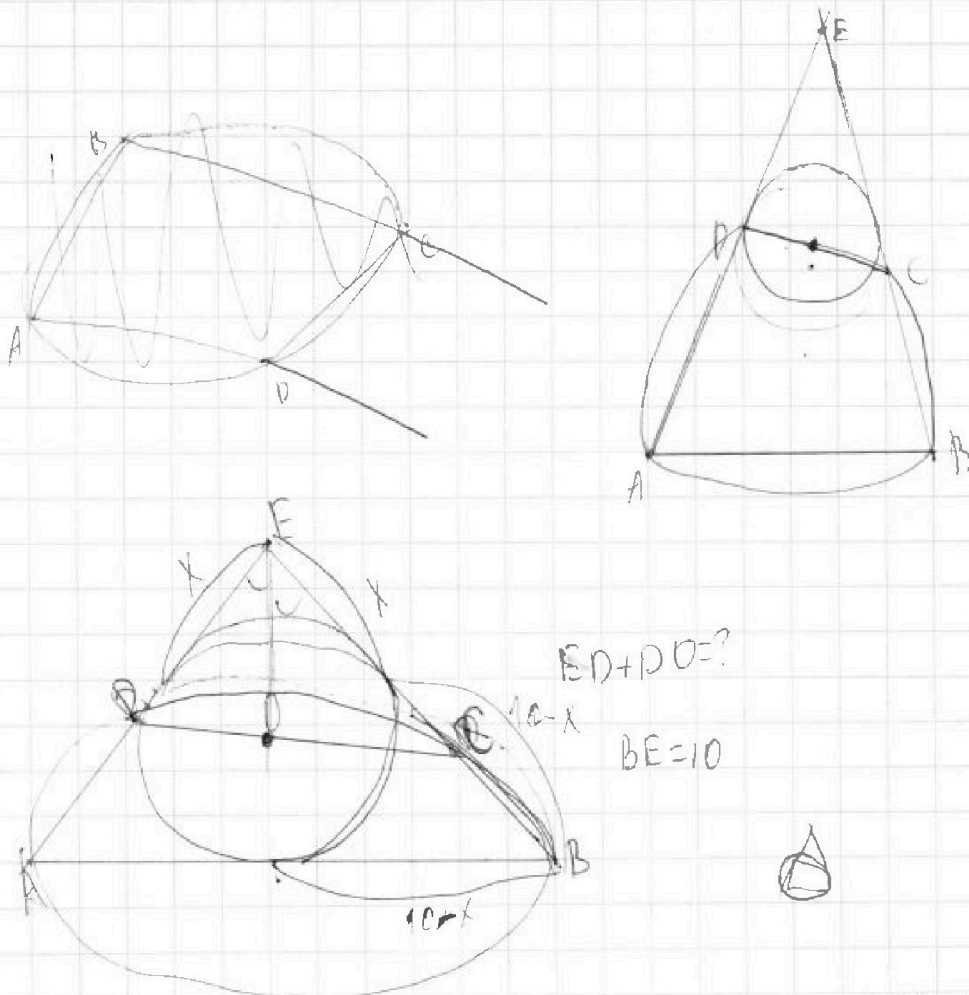


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



6. Дуги - дуги дуги - дуги хорды при без центра $x+4$ хорды

$$\frac{x-3+3+4+5+7}{2} = x+4-1$$

$$x+3+4+5+7 = 2x+6$$

$$3+4+5+7 = x$$

$$19 = x$$

Внешней хорды $x+4$ хорды
 $x-1$ хорды \Rightarrow $x+4-1 = x+3$

~~Внешней хорды~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x+y} = 1$ y=2, x=1

Обс. $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-1 \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2-1 \geq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$

$(x-1)(y-1) = -x^2 - xy + 2x$
 $-x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2$
 $-y^2 + 2y + 1 = 1 - x^2 + y^2$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$
 $x+y \leq 3$
 $x+y \geq 1$

1) $x+y=1 \Rightarrow x-1=-y$
 $y^2 + y^2 - 2y + 1 \leq 2$
 $2y(y-1) \leq 1$
 $y \leq 1, x \geq 0$
тогда $y=1, x=0$

2) $x+y=2 \Rightarrow x-1=1-y$
 $(1-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$
 $2(y-1)^2 \leq 2$
 $(y-1)^2 \leq 1$
 $y^2 - 2y \leq 0$
 $y(y-2) \leq 0$
 $y \in [0, 2]$
 $y=0 \Rightarrow x=2$
 $y=1 \Rightarrow x=1$
 $y=2 \Rightarrow x=0$

2). $x+y=3 \Rightarrow x-1=2-y$
 $(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$
 $4-4y+y^2+y^2-2y+1 \leq 2$
 $2y^2 - 6y + 3 \leq 0$

Реш. (2) / (3)
 $y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-24}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$
 $\frac{6-\sqrt{3}}{4} = 1,5 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $(y - \frac{3+\sqrt{3}}{2})(y - \frac{3-\sqrt{3}}{2})$
 Нет же целых решений $-1 \leq 2$
 $y=1, x=2$
 $y=2, x=1$

$\frac{3+\sqrt{3}}{2} > 2$
 $1+\sqrt{3} > 0$
 $3-\sqrt{3} < 2$
 $2 < 0$
 $\frac{3-\sqrt{3}}{2} < 1$
 $\frac{3+\sqrt{3}}{2} > 4$
 $\sqrt{3} > 1$
 $\frac{3+\sqrt{3}}{2} > 6$
 $\sqrt{3} < 1$

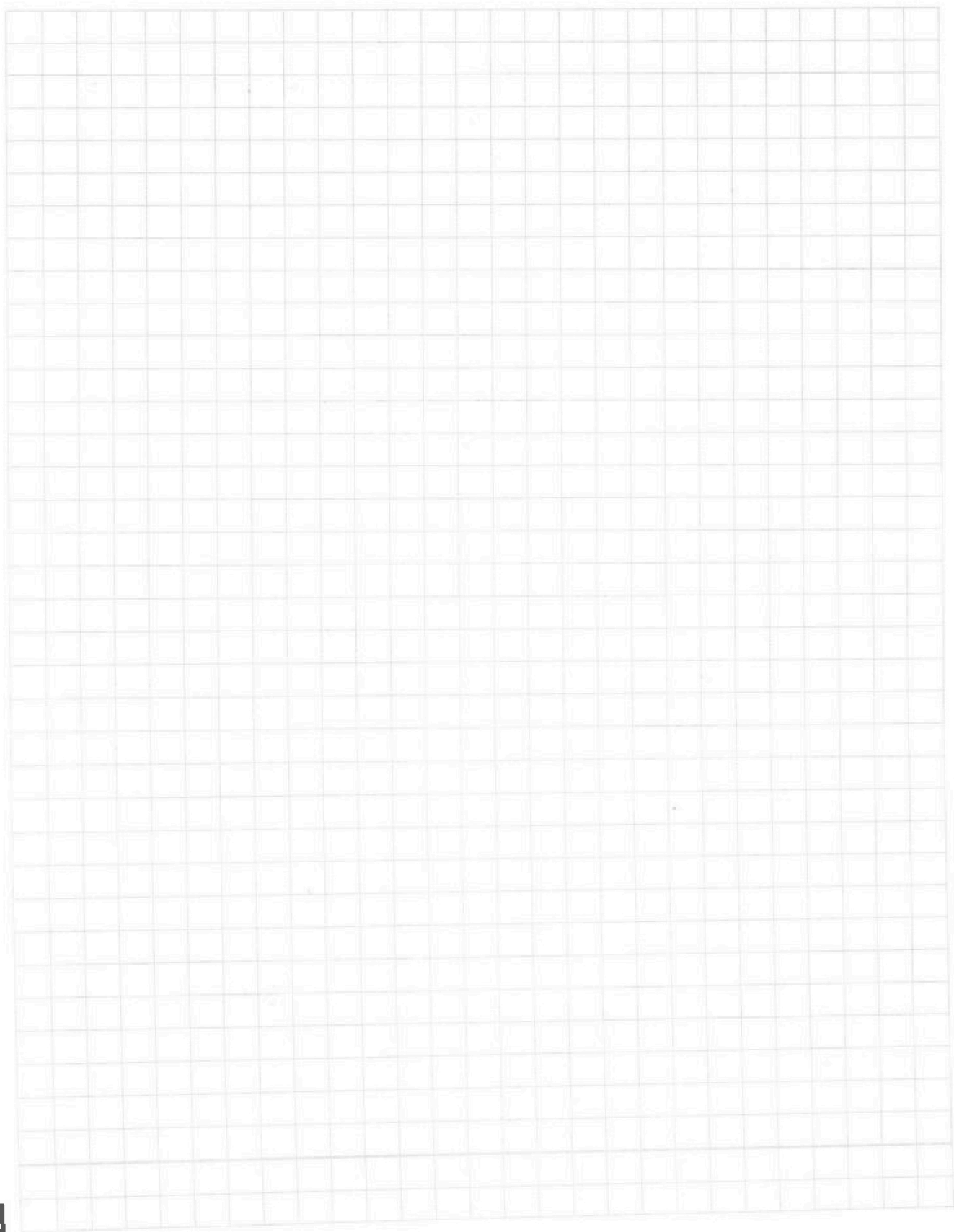


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





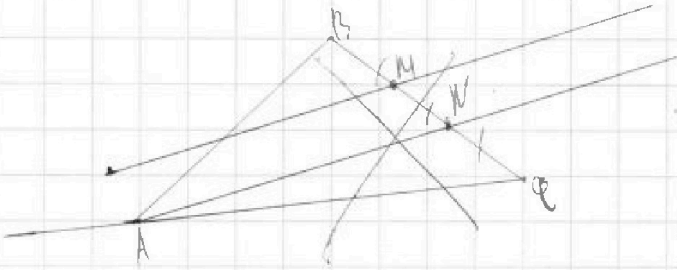
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



$$\cos 0 = 1$$

$$\cos \alpha = \sin(\beta - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \cos(180 - \alpha)$$

$$AB = CD$$

$$BC = 12$$

$$\angle CAN = 150$$

$$\angle CAN > 45$$

$$\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4}$$



$$\frac{x}{\sin 45} = \frac{21}{1}$$

$$\sin 60 = \frac{1}{2}$$

$\theta \approx 0.60$

	0	30	45	60	90	120	135	150	180
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	-1

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

$$BC^2 = AN^2 + \left(\frac{AN}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AN}{2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} AN^2}$$

$$144 = \frac{AN^2 + AN^2}{4} + \frac{AN^2}{4}$$

$$576 = AN^2 + AN^2 + AN^2$$

$$576 = 3AN^2$$

$$192 = AN^2 + \frac{AN^2}{4} + \frac{AN^2}{4} = \frac{AN^2 + AN^2}{2}$$

$$288 = 3AN^2$$

$$AN^2 = 96$$

$$AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 3x^2 + 4x^2 = 7x^2$$

$$x^2 = 1x^2 - 6x$$

$$96 = 3 \cdot 32 = 3 \cdot 16 \cdot 2$$

$$(4\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{6})^2 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 2 \cdot 16 \cdot 6 + 4 \cdot 6 + 24 = 166 + 24 = 190$$

$$= 16 \cdot 24 = 6 \cdot 6 \cdot 4$$

$$C = 8 \cdot 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4t^2 - 4 = 0 \quad - \text{главн. и мин. корни} \quad x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$(x-x_1)(x-x_2) = x^2 + x(-x_2-x_1) + x_1x_2 \quad \boxed{4t^2 - 4 > 0}$$

$$D > 0 \quad D = 4 \cdot 3t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}t$$

$$12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$x_1x_2 = 4t^2 - 4$$

$$16 - 4t^2 > 0$$

$$-\sqrt{3} < t < \sqrt{3}$$

$$4 - t^2 > 0$$

$$(t-2)(t+2) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \end{matrix}$$

$$t \in (-2, 2)$$

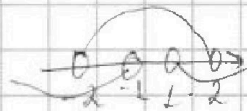
$$4t^2 - 4 > 0$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$(t-1)(t+1) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \end{matrix}$$

$$t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$\begin{cases} t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ t \in (-2, 2) \end{cases} \Rightarrow t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$



2. $a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5$ p -простое число $a=40-b$

$$a+b=40$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5 \quad \begin{cases} a+b=40 \Rightarrow a=40-b \\ a-b=40-2b \end{cases} \quad (40-2b)(40-2b+15) = 17p^5$$

$$a=40-b$$

$$2(20-b)(55-2b) = 17p^5$$

записали 170 $17p^5$ делим на 2, т.к. 17 крз не делится $\Rightarrow p:2$, но единички не
уравае число 17 делим на 2-2. $\Rightarrow p=2$, тогда

$$2(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^5$$

$$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^4$$

$$55-2b \geq 2 \cdot 2^4 \cdot x \quad 55 \text{ не делит, а } 2^4 \text{ - да} \Rightarrow 20-b \geq 2^4 \Rightarrow 20-b \geq 16 \quad \begin{cases} 55-2b=17 \\ 55-2b=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ a=40-b \end{cases} \quad \begin{cases} 2b=26 \\ b=13 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ b=27 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=16 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=12 \\ b=8 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=8 \\ b=12 \end{cases} \quad \begin{cases} 20-b=4 \\ b=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=13 \\ b=4 \end{cases} \quad \begin{cases} 55-2b=1 \\ 20-b \geq 16 \end{cases} \quad \begin{cases} b=27 \\ b=4 \end{cases}$$