

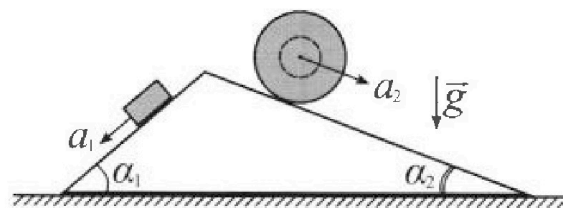
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

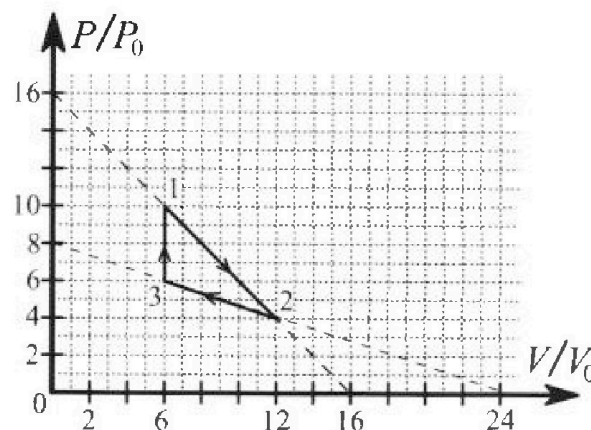


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

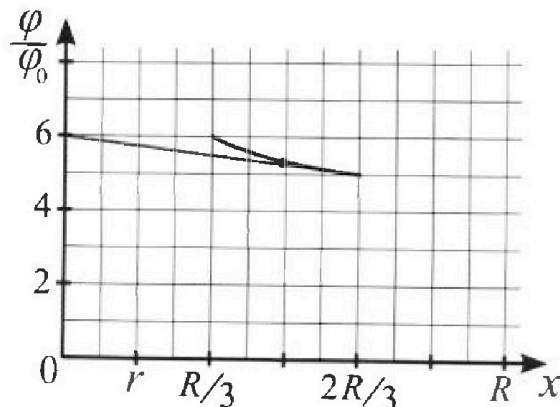
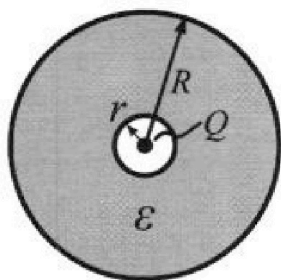
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

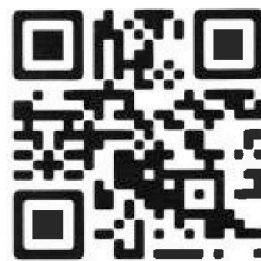
- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



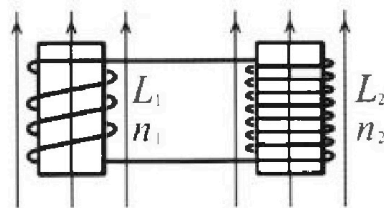
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

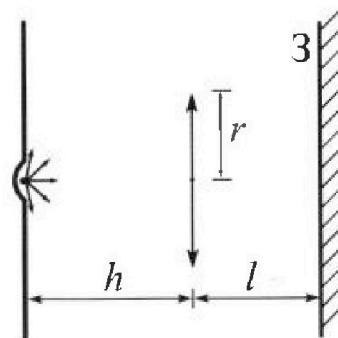


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



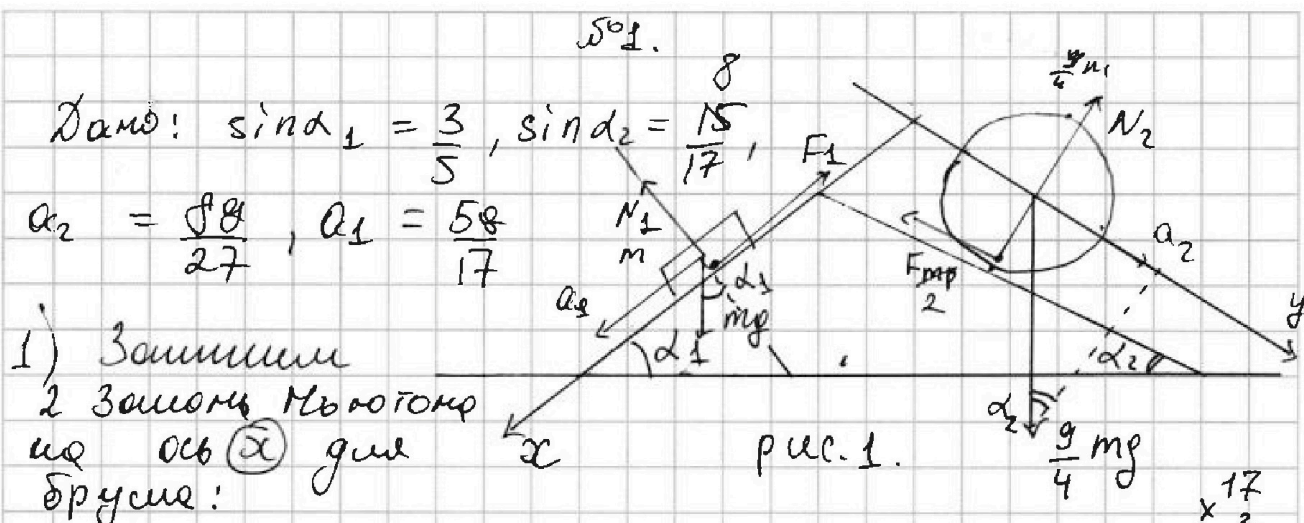
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$mg \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1$$

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$$

$$= m\left(\frac{3}{5}g - \frac{5}{17}g\right) = mg\left(\frac{3}{5} - \frac{5}{17}\right) = \frac{51-25}{85}mg$$

$$= \frac{26}{85}mg. \quad \text{Ответ: } \frac{26}{85}mg$$

2) Запишем 2 ЗН на ось (y) для шара, тогда
по т. О движемся центра масс:

$$\frac{9}{4}mg \sin \alpha_2 - F_2 = \frac{9}{4}ma_2$$

$$F_2 = \frac{9}{4}m(g \sin \alpha_2 - a_2) = \frac{9}{4}m\left(\frac{15}{17}g - \frac{8}{27}g\right)$$

$$\frac{9}{4}mg\left(\frac{15}{17} - \frac{8}{27}\right) = \frac{9}{4}mg \frac{269}{17 \cdot 27} = \frac{1}{4}mg \frac{10}{17 \cdot 27} \times \frac{15}{27} \times \frac{517}{8}$$

$$= \frac{269}{4 \cdot 51}mg = \frac{269}{204}mg \quad \text{Ответ: } \frac{269}{204}mg$$

3) Расставим все силы на шаре.

См. рис. 2. Проградуем N_1 через т.з при
проекции на ось, перпендикулярную лев-ти соприко-
сновенных бруска и шара: $N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}mg$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad P Q_1 = \frac{3}{2} \left(P - P' = 16 P_0 - \frac{P_0}{16} \cdot \frac{25}{4} V_0 = \left(16 - \frac{25}{4} \right) P_0 \right. \\ \left. = \frac{64 - 25}{4} P_0 = \frac{39}{4} P_0 \quad P = 16 P_0 - \frac{P_0}{16} V_0 \quad \frac{25}{4} - 6 = \frac{1}{4} \right)$$

$$Q_1 = \frac{3}{2} \left(\frac{39 P_0}{4} \cdot \frac{25 V_0}{4} - 60 P_0 V_0 \right) + \left(10 + \frac{39}{4} \right) \cdot \frac{1}{4} P_0 V_0 = \\ = \frac{3}{2} \left(\frac{975}{16} - 60 \right) P_0 V_0 + \frac{79}{32} P_0 V_0$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{15}{16} P_0 V_0 + \frac{79}{32} P_0 V_0 \right) = \frac{124}{32} P_0 V_0$$

$$Q_2 = \frac{3}{2} \left(4 P_0 \cdot 12 V_0 - 8 V_0 \cdot 8 P_0 \right) + \frac{5+4}{2} \cdot 2 P_0 V_0 = \\ = \frac{3}{2} \left(-16 P_0 V_0 \right) + 24 P_0 V_0 = (24 - 24) P_0 V_0 = 0.$$

$$Q_{1+2} = \frac{124}{32} P_0 V_0 \leftarrow \text{суммарное } Q_{\text{нагр}} \text{ в креще.}$$

42. :
Рассмотрим креще 2-3:

$$P = 8 P_0 - \frac{8 P_0}{24 V_0} V = 8 P_0 - \frac{P_0}{3 V_0} V \quad \left. \frac{dV}{dT} \right\} T = \left(8 P_0 - \frac{P_0 V}{3 V_0} \right) \frac{V}{8 R} \\ C_V dT = \frac{3}{2} V R dT + P dV \quad \frac{dT}{dV} = \frac{8 P_0}{8 R} - \frac{2 P_0 V}{3 V_0 V R}$$

$$C = \frac{3}{2} R + \left(8 P_0 - \frac{P_0 V}{3 V_0} \right) \frac{1}{R} \frac{8 P_0 - \frac{2 P_0 V}{3 V_0}}{8 P_0 - \frac{2 P_0 V}{3 V_0}} \\ = \frac{3}{2} R + \left(8 - \frac{V}{3 V_0} \right) R \frac{8 P_0 - \frac{2 P_0 V}{3 V_0}}{8 P_0 - \frac{2 P_0 V}{3 V_0}} = \frac{3}{2} R + \frac{24 V_0 - V}{24 V_0 - 2 V} R$$

$$= \frac{R}{2} \left(3 + \frac{24 V_0 - V}{12 V_0 - V} \right) = \frac{R}{2} \left(\frac{60 V_0 - 4 V}{12 V_0 - V} \right)$$

$$T.O. \quad \uparrow = \frac{12 P_0 V_0}{124 P_0 V_0 + 4 P_0 V_0} \quad \rightarrow$$

$$= \frac{12 \cdot 12}{124 + 48} \quad \rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.) $A \frac{|\Delta U_{12}|}{A} = ?$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

$$= \frac{3}{2} (4p_0 \cdot 12V_0 - 10p_0 \cdot 6V_0)$$

$$= \frac{3}{2} (-12p_0 V_0) = -18p_0 V_0$$

A - работа газа или -
- мощность турбины 123:
в единицах $p_0 V_0$:

$$A = \frac{4 \cdot 6}{2} p_0 V_0 = 12 p_0 V_0 ; \frac{|\Delta U_{12}|}{A} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

Ответ: $\frac{3}{2}$

2) $\frac{T_{MAX}}{T_3} = ?$; Найдите зависимость $T(PV)$ в
процессе 12:

$$p = 16p_0 - \frac{16p_0}{16V_0} V = 16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V ; \text{ тогда по 3-му}$$

мгновению - максимум: $pV = \gamma RT$;

$$T = \frac{(16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V) V}{\gamma R} = \frac{16p_0 V}{\gamma R} - \frac{p_0 V^2}{V_0 \gamma R}$$

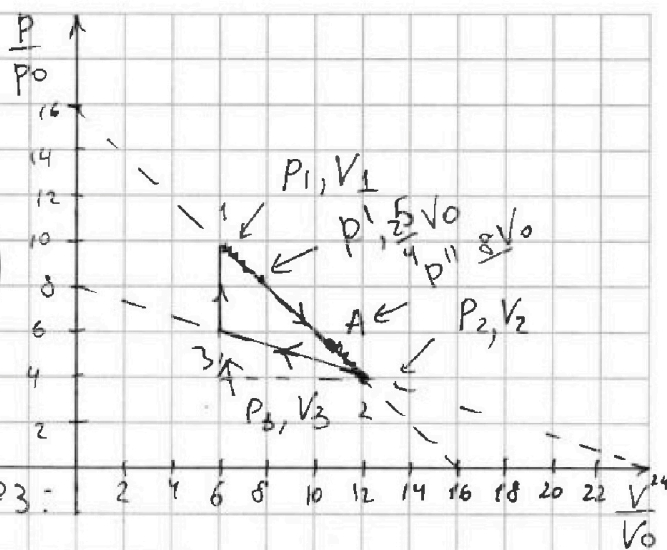
максимум достигается при $V_1 = \frac{-16p_0}{\frac{\gamma R}{V_0} - 2p_0} = 8V_0$

(вершина параболы)

$$T_{MAX} = (16p_0 - 8p_0) \frac{8V_0}{\gamma R} = \frac{64p_0 V_0}{\gamma R} ; T_3 = \frac{6p_0 \cdot 6V_0}{\gamma R}$$

$$\frac{T_{MAX}}{T_3} = \frac{64}{36} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9} ; \text{ Ответ: } \frac{16}{9} = \frac{36 p_0 V_0}{\gamma R}$$

3) Запишите, что процесс 12 не политропический





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{32} = \frac{3}{2} (6 p_0 V_0 - 48 p_0 V_0) + \frac{(6+4) 6 p_0 V_0}{2}$$

$$= \frac{3}{2} (-12 p_0 V_0) + 36 p_0 V_0 = (-18 - 36) p_0 V_0 = -54 p_0 V$$

Т.е. ~~охлаждение~~ $Q_{холод}$. Найдем $Q_{нагр}$:

$$Q_{нагр} = Q_{31} + Q_{1A} = (10-6) p_0 V_0 + Q_{1A} = 4 p_0 V_0 + Q_{1A}$$

Точка А соответствует нач. состоянию нач. в кр. 12: по I-му нач. термодинам.!

$$C dT = \frac{3}{2} V R dT + p dV \quad /: dT$$

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{V dT}; \quad T = \left(16 p_0 - \frac{p_0 V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$$

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{p}{V} \frac{dT}{dV} = \frac{16 p_0}{V_0 R} - \frac{2 p_0 V}{V_0^2 R}$$

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{p}{V} \frac{dT}{dV} = \frac{3}{2} R + R \frac{16 p_0 - 2 p_0 V}{16 p_0 V_0 - 2 p_0 V}$$

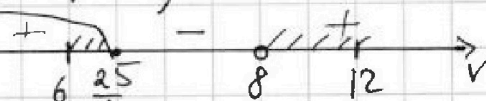
$$= R \left(\frac{3}{2} + \frac{16 p_0 - \frac{p_0 V}{V_0}}{16 p_0 - 2 p_0 V} \right) = R \left(\frac{3}{2} + \frac{16 p_0 V_0 - p_0 V}{16 p_0 V_0 - 2 p_0 V} \right)$$

$$= \frac{3}{2} R \left(\frac{3}{2} + \frac{16 V_0 - V}{16 V_0 - 2 V} \right) = R \left(\frac{48 V_0 - 6 V + 2 V_0 - 2 V}{2 (16 V_0 - 2 V)} \right)$$

$$R \left(\frac{50 V_0 - 8 V}{4 (8 V_0 - V)} \right) = \frac{R}{2} \left(\frac{25 V_0 - 4 V}{8 V_0 - V} \right)$$

где $C > 0$, значит нагрев.

$$Q'_B = Q_1 + Q_2, \quad Q_1 \text{ - нагрев от } 6 \frac{25}{V_0} p_0 \text{ до } \frac{25 V_0}{V_0}, \quad Q_2 \text{ - нагрев от } 8 \text{ до } 12 \left(\frac{V}{V_0} \right)^4.$$



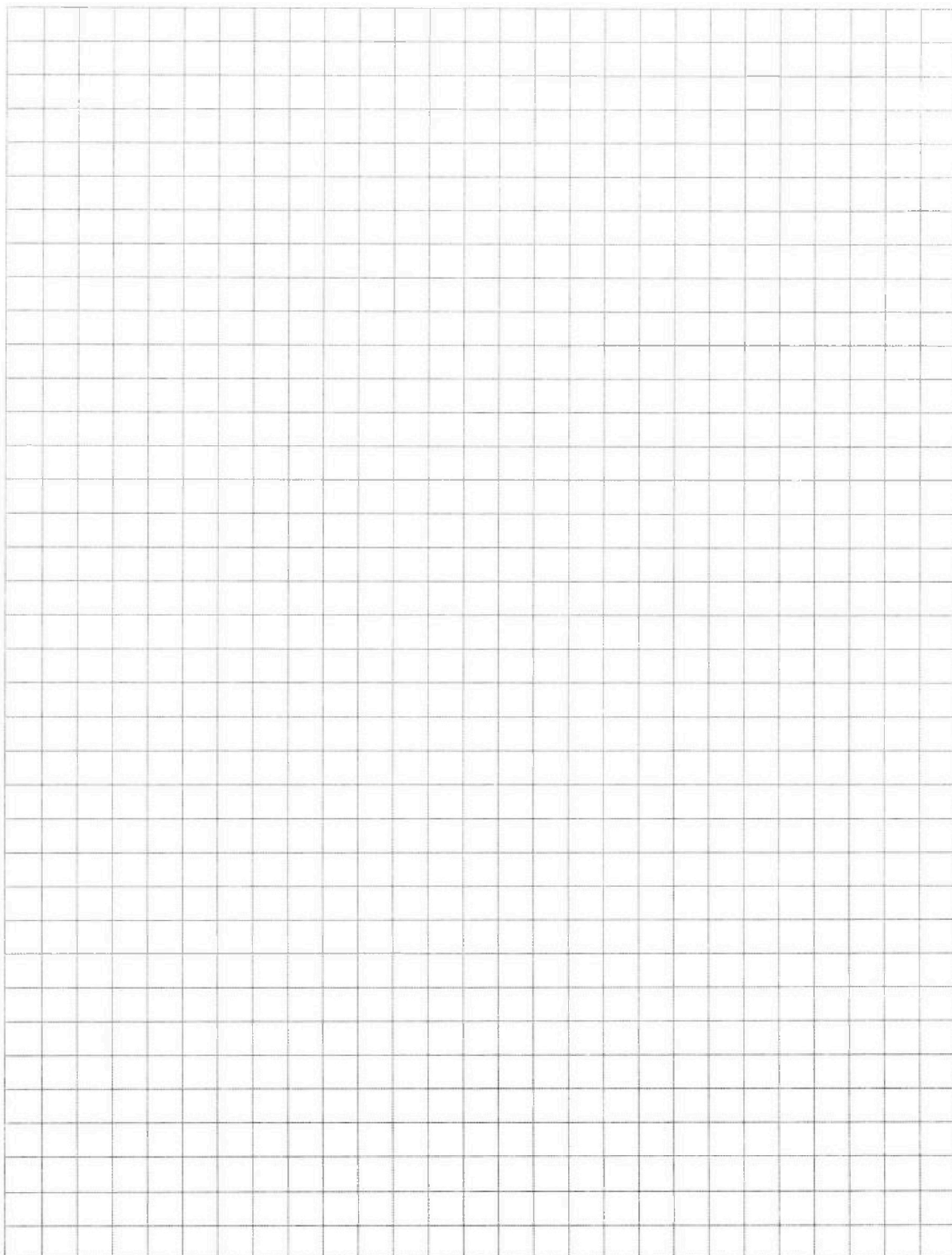


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

503.

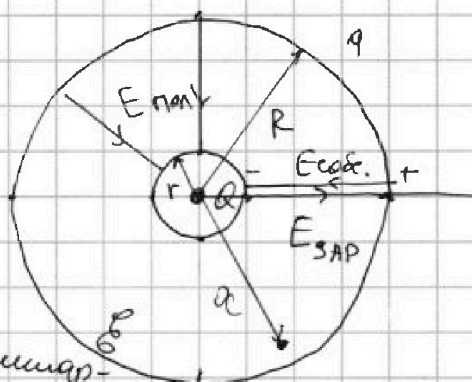
1) R, r, Q, ϵ , $x = \frac{11R}{12}$

при $x < r$,

$E = \frac{kQ}{x^2}$, при $x > r$

$E_{\text{внеш}} - E_{\text{внут}} = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$ — диаметр-

нос поле внутри диэлектрика.



$\varphi = \frac{kQ}{\epsilon x}$; при $x \geq r$

$E_{\text{вн}} = \frac{kQ}{\epsilon x^2} - \frac{kQ}{\epsilon x^2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$

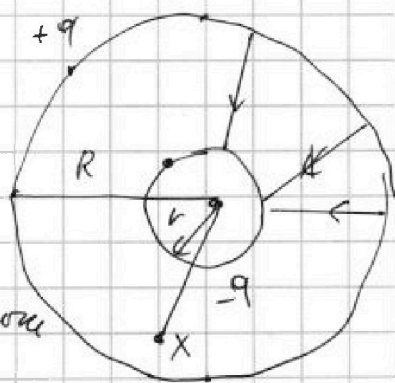
$E_{\text{вн}}$ — поле концентрических зарядов.

$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{Rr}{R-r} = q E_n (R-r) + q$

$4\pi\epsilon_0 \frac{Rr}{R-r} = q E_n (R-r)$

$E \cdot d = U = q$; $q =$

$\varphi E_{\text{вн}}$ — поле концентрических зарядов. $\varphi = \frac{kQ}{\epsilon x}$, при $x \geq r$



потенциал в любой точке $x \geq r$, можно представить как суперпозицию потенциалов от концентрических зарядов и заряда Q

$E_{\text{вн}} = \frac{kq}{x^2} = \frac{kQ}{\epsilon x^2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$, $q = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$

$\varphi_x = -\frac{kq}{x} + \frac{kq}{R} + \frac{kQ}{x} = \frac{k}{x} (Q - q) + \frac{kq}{R}$

при $x \geq r \leq x \leq R$

$\varphi_x = \frac{k}{\epsilon x} (Q - Q + \frac{Q}{\epsilon}) + \frac{kQ}{R} = \frac{kQ}{\epsilon x} + \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_x = \frac{kQ}{\varepsilon x} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} \quad \text{Ответ:}$$

2.) $\varepsilon = ?$

$$\frac{\varphi_x}{\varphi_0} = \frac{kQ}{\varepsilon x} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R}$$

$$(1): \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{3kQ}{\varepsilon R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} = 6 \varphi_0$$

$$(2): \varphi\left(\frac{2}{3}R\right) = \frac{3kQ}{2\varepsilon R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} = 5 \varphi_0$$

$$(1) - (2): \frac{kQ}{\varepsilon R} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \varphi_0;$$

$$\varepsilon = \frac{kQ}{2R\varphi_0}$$

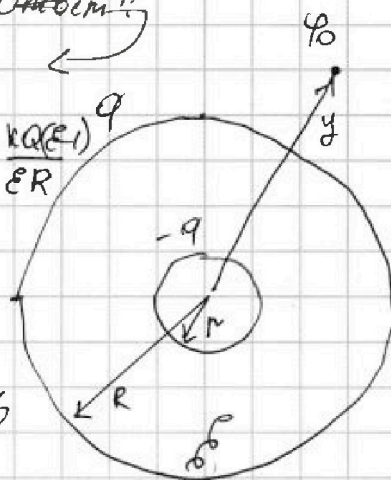
$$\text{Ответ: } \frac{kQ}{2R\varphi_0} = \varepsilon = 2.$$

$$\varphi_0 = \frac{2kQ}{\varepsilon R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} = 5, 4 \varphi_0 \leftarrow \text{из графика при } x = \frac{R}{2}$$

$$\frac{3kQ}{\varepsilon R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} = 6 \varphi_0$$

$$\frac{kQ}{\varepsilon R} = 0,6 \varphi_0; \quad \frac{d\varphi_x}{dx} = -\frac{kQ}{\varepsilon x^2} = -\frac{9kQ}{\varepsilon 4R^2}$$

$$-\frac{\varphi_0}{\frac{2R}{\varepsilon}} = -\frac{9kQ}{\varepsilon 4R^2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3kQ}{2\varepsilon R}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

504.

1) $\frac{dB}{dt} = -\alpha$ ($\alpha > 0$), $\dot{y} = ?$

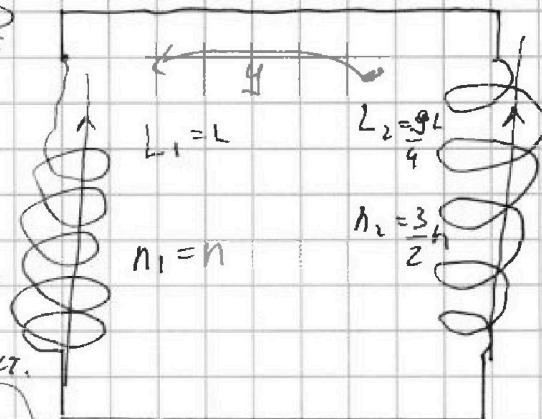
по 3-му закону Фарадея:

$\Phi = L y$, предпр. по вращ.

$\dot{\Phi} = -L \dot{y}$, тогда вращение нет.

$\frac{dB}{dt} \cdot S = -L \dot{y}$; $\dot{y} = \frac{+dS}{L}$

Ответ: $\frac{+dS}{L}$



2) $\frac{d\Phi}{dt} = L_1 \dot{y}$; $\frac{dB_1 \cdot S}{dt} = -L_1 \dot{y}$

$\frac{dB_2 \cdot S}{dt} = -L_2 \dot{y}$; $\frac{dB_2 \cdot S}{dt} = -L_2 \dot{y}$

$\Phi_2 = \Phi_{своб} + \Phi_{вн.}$

$L \sim n^2$

$\left(\frac{dB_1}{dt} + \frac{dB_2}{dt}\right) S = -(L_1 + L_2) \dot{y}$

$\Phi_2 = L_2 \dot{y} + dBS$

$(dB_1 + dB_2) S = -(L_1 + L_2) dy$

$(y \neq 0) = \left(\frac{7}{4} B_0 + \frac{4}{3} B_0\right) \frac{S}{L_1 + L_2} = \frac{21 + 16}{12} \frac{B_0 S}{L_1 + L_2}$

$= \frac{37}{12} \frac{4 B_0 S}{13 L} = \frac{37}{39} \frac{B_0 S}{L}$

Ответ: $\frac{37}{39} \frac{B_0 S}{L}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

