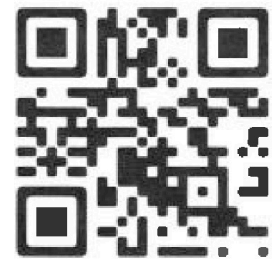




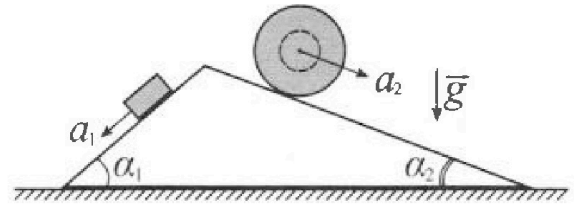
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

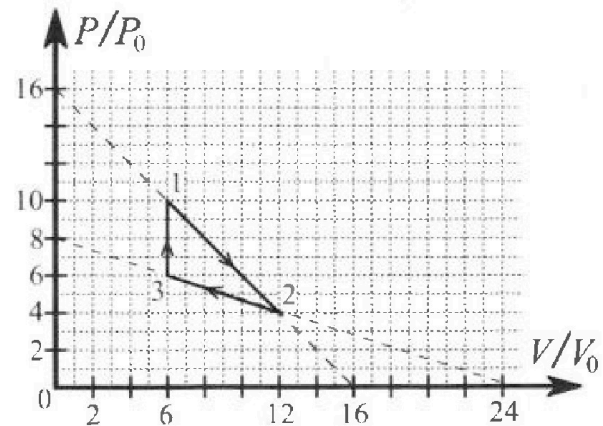
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $9m/4$  с ускорением  $a_2 = 8g/27$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

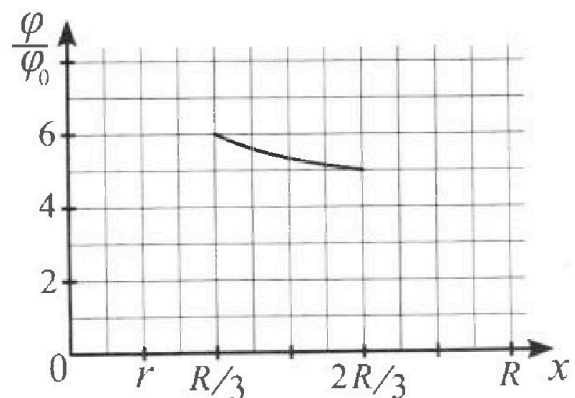
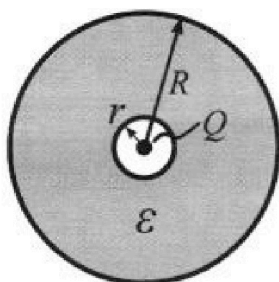


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 11R/12$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



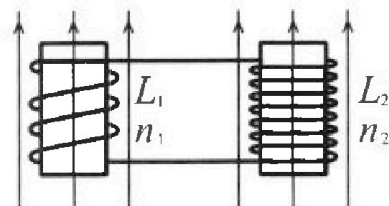
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

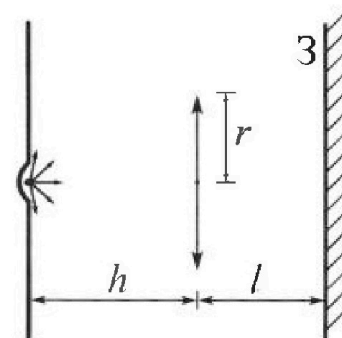


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L/4$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n/2$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $3B_0/4$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $4B_0$  до  $8B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 4$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h/2$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $у\pi$ , где  $у$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

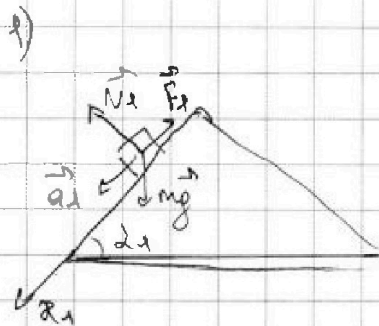


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) CO кинка являетея инерциальной,

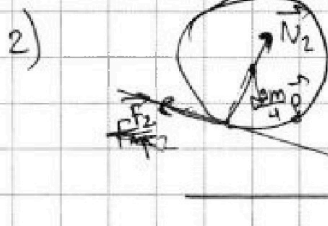
начавши от покоя

Тогда из 2 з.к. в проекции на  $Ox_1$ :

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m \left( g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{17} \right) = mg \left( \frac{3 \cdot 17 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 17} \right) = mg \cdot \frac{51 - 25}{85}$$

$$F_1 = \frac{26}{85} mg$$



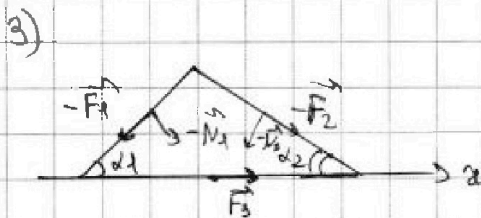
2) По теореме о движении центра масс для шара: (в проекции на  $Ox_2$ )

$$\frac{9M}{4} a_2 = \frac{9M}{4} g \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = \frac{9M}{4} (g \sin \alpha_2 - a_2) = \frac{9M}{4} g \left( \frac{8}{17} - \frac{8}{27} \right) = \frac{9M}{4} g \left( \frac{8(27-17)}{27 \cdot 17} \right) =$$

$$= \frac{9Mg \cdot 8 \cdot 10}{4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 17} = \frac{20Mg}{51}$$

$$F_2 = \frac{20}{51} Mg$$



3) 2 з.к. для кинки в проекции на  $Ox$ :

$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$N_2 = \frac{9Mg}{4} \cos \alpha_2 = \frac{9Mg}{4} \cdot \frac{15}{17}$$

$$F_3 = N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = \frac{9}{4} mg \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{20}{5 \cdot 17} Mg \cdot \frac{15}{17} + \frac{26}{5 \cdot 17} mg \cdot \frac{4}{5} -$$

$$- \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} = \frac{15}{17 \cdot 17} \cdot mg \cdot \left( 18 - \frac{20}{3} \right) + \frac{4}{5 \cdot 5} mg \left( \frac{26}{17} - \frac{8}{5} \right) = \frac{15 \cdot (54 - 20)}{17 \cdot 17 \cdot 3} mg +$$

$$+ \frac{4}{5 \cdot 5} mg \cdot \left( \frac{26 - 51}{17} \right) = \frac{5 \cdot 2 \cdot 17}{17 \cdot 17} mg - \frac{25 \cdot 4}{25 \cdot 17} mg = \left( \frac{10}{17} - \frac{4}{17} \right) mg = \frac{6}{17} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = \frac{6}{17} \text{ мп}$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{26}{85} \text{ мп}$  2)  $F_2 = \frac{20}{51} \text{ мп}$  3)  $F_3 = \frac{6}{17} \text{ мп}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Работа газа за цикл  $A = S_{123} \cdot p_0 V_0$

$$S_{123} = (12-6) \cdot \frac{4+10}{2}$$

$$S_{123} = \frac{L \cdot h}{2} \quad L = l_{13} = 10-6 = 4$$

$$h = 12-6 = 6$$

$$S_{123} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \Rightarrow A = 12 p_0 V_0$$

$$|\Delta V_{12}| = \left| \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \right| = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (4 \cdot 12 - 10 \cdot 6) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (48 - 60) =$$

$$= 12 \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 = 18 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta V_{12}|}{A} = \frac{18 p_0 V_0}{12 p_0 V_0} = \frac{3}{2}$$

2)  $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \Rightarrow T$  максимален, когда  $pV$  макс.

В процессе 1-2:  $\frac{p}{p_0} = 16 = \frac{V}{V_0}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{p \cdot (16 - \frac{V}{V_0}) \cdot \frac{V}{V_0} \cdot V_0}{\nu R} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \left( 16 - \frac{V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$$

или  $\left( 16 - \frac{V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$  — парабола с вершиной вверху:  $\frac{1}{V_0} \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 + 16 \frac{V}{V_0}$

$\Rightarrow$  максимум в вершине  $\frac{V_2}{V_0} = \frac{-16}{2 \cdot (-1)} = 8$

$$\Rightarrow T_{2 \text{ макс}} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \cdot 8 \cdot 8 = \frac{64 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{36 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\frac{T_{2 \text{ макс}}}{T_3} = \frac{64}{36} = \left( \frac{8}{9} \right)^2 = \left( \frac{4}{3} \right)^2 = \frac{16}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Процесс 3-1 изохорный,  $C_V = \frac{3}{2}R > 0$  (работает нагреватель)

$$\Rightarrow Q_{31} = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (10 \cdot 6 - 6 \cdot 6) = \frac{3 p_0 V_0}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 36 p_0 V_0$$

Процесс 1-2:  $dQ = dA + dU$

$$dA = \frac{p}{\rho} \cdot p_0 \cdot dV \quad dU = \frac{3}{2} d(pV) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \left( d\left(\frac{p}{p_0}\right) \frac{V}{V_0} + \frac{p}{p_0} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right)$$

$$dQ = p_0 \cdot V_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot \frac{p}{p_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{p_0}\right) =$$

$$= \frac{5}{2} p_0 V_0 \frac{p}{p_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

Найдём участок, на котором работает нагреватель, т.е.  $dQ > 0$

$$\frac{p_0 V_0}{2} \left( 5 \frac{p}{p_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{p_0}\right) \right) > 0$$

$$5 \cdot \left( p_0 - \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} \cdot \left( -d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right) > 0$$

$$80 - 8 \frac{V}{V_0} \left( 80 - 5 \frac{V}{V_0} - 3 \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$(80 - 8 \frac{V}{V_0}) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$10 - \frac{V}{V_0} > 0 \quad \left( d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0 \right)$$

$$\Rightarrow 10 - \frac{V}{V_0} > 0 \Rightarrow \frac{V}{V_0} < 10 \quad (\text{в конце } V_{\text{конец}} = 10 V_0 \quad p = 6)$$

$$\frac{V_{\text{конец}}}{V_0} = 10 \Rightarrow Q_{12} = \underbrace{\frac{10+6}{2} p_0 \cdot 4 V_0}_{A_{12}} + \underbrace{\frac{3}{2} (6 \cdot 10 - 10 \cdot 6)}_{\Delta U_{12}} p_0 V_0 =$$

$$= 8 \cdot 4 p_0 V_0 = 32 p_0 V_0$$

Аналогично сделаем для процесса 2-3:  $\frac{p}{p_0} = 8 - \frac{p}{3 V_0}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \frac{P}{R} d\left(\frac{V}{W}\right) + 3 \frac{V}{W} d\left(\frac{P}{R}\right) > 0$$

$$5 \cdot \left(8 - \frac{3V}{3W}\right) d\left(\frac{V}{W}\right) + 3 \frac{V}{W} \cdot \left(-\frac{1}{3} d\left(\frac{V}{W}\right)\right) > 0$$

$$\left(40 - \frac{5V}{3W} - \frac{3V}{3W}\right) d\left(\frac{V}{W}\right) > 0 \quad d\left(\frac{V}{W}\right) < 0 \text{ (ваз смещается)}$$

$$\Rightarrow 40 - \frac{8V}{3W} < 0$$

$$5 < \frac{V}{3W} \Rightarrow V > 15W, \text{ но } V_2 = 12W < 15W \Rightarrow \text{в процессе 2-3 шагов (используем)}$$

Задачу решаем

$$\eta = \frac{A}{Q_{21}} = \frac{A}{Q_{21} + Q_{112}} = \frac{12 \text{ pW}}{36 \text{ pW} + 32 \text{ pW}} = \frac{12}{68} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1)  $\frac{3}{2}$  2)  $\frac{16}{9}$  3)  $\frac{3}{17}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пускаем ионы из бесконечности к заряду.

При  $x \geq R$   $\varphi(x) = \frac{kQ}{x}$  - заряды не входят на внешнее поле

$\Rightarrow \varphi$  потенциалом потенциалу внешнего заряда. (k - константа в законе Кулона,  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ )

1) При  $x \in [r; R]$  поле в каждой точке  $\epsilon \in \text{раз}$  разные

$$\Rightarrow \varphi(x) = \varphi(R) + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R}$$

$\Delta \varphi$  - поле разности

$$\Rightarrow \text{при } x = \frac{11}{12}R \quad \varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon \cdot \frac{11}{12}R} - \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{12}{11\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{12}{11\epsilon} - \frac{11}{11\epsilon} \right) = \frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{1}{11\epsilon} \right)$$

2)  $\varphi_0 = \frac{kQ}{x_0}$

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi_0} = \frac{kQ \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{\epsilon x} - \frac{1}{\epsilon R} \right)}{kQ \cdot \frac{1}{x_0}} = x_0 \cdot \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon x} \right)$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left( \frac{R}{3} \right) = 6 = x_0 \cdot \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon \cdot R} \right) = x_0 \cdot \left( \frac{\epsilon - 1 + 1}{\epsilon R} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} (\epsilon + 2)$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left( \frac{2R}{3} \right) = 5 = x_0 \cdot \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon \cdot 2R} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} \left( \epsilon - 1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} \left( \epsilon + \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon + \frac{1}{2}} \Rightarrow 6\epsilon + 3 = 5\epsilon + 10 \Rightarrow \epsilon = 7$$

Ответ: 1)  $\frac{kQ}{R} \left( 1 + \frac{1}{11\epsilon} \right)$  2) 7





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

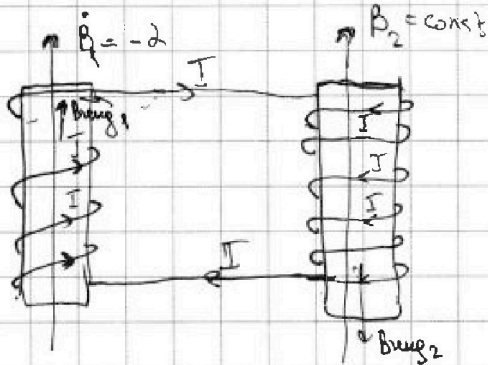
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Phi = B \cdot S \cdot n$$

1)



При изменении внешнего поля катушки будут менять ток. Т.е.  $\uparrow \approx 0$  (сопротивление)

но суммарный ток через катушки сохраняется.

$$d\Phi_{\text{внеш}} = -dS \cdot n_1$$

$$d\Phi_{\text{катуш}} = +B_{1\text{ext}} S n_1 - B_{2\text{ext}} S n_2 \quad \left( \begin{array}{l} \text{м.к. во второй катушке} \\ \text{направлен} \\ \text{внеш} \text{2 противоположно} \\ \text{внеш} \text{1} \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow -dS n_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} \quad \left( \frac{d\Phi_{\text{внеш}}}{dt} = -\frac{d\Phi_{\text{катуш}}}{dt} \right)$$

$$\frac{dI}{dt} (-L_2 + L_1) = dS n_1 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{dS n_1}{\frac{9L_1 - L_2}{4}} = -\frac{dS n_1}{\frac{9L_1 - L_2}{4}} = -\frac{4 dS n_1}{5L_1}$$

$$\boxed{\frac{dI}{dt} = \frac{4 dS n_1}{5L_1}}$$

$$2) d\Phi = d\Phi_{\text{внеш}} + d\Phi_{\text{катуш}} \Rightarrow 0 \Rightarrow \Delta\Phi_{\text{внеш}} + \Delta\Phi_{\text{катуш}} = 0$$

$$\Delta\Phi_{\text{внеш}} = + \left( \frac{3B_0}{4} - B_0 \right) S n_1 + \left( \frac{8B_0}{3} - 4B_0 \right) S n_2 = -\frac{B_0}{4} S n_1 - \left( \frac{12-8}{3} \right) B_0 S \frac{3n_1}{2}$$

$$\Delta\Phi_{\text{внеш}} = -\frac{B_0}{4} S n_1 - \frac{4}{3} B_0 S \cdot \frac{3n_1}{2} = -\frac{B_0 S n_1}{4} - 2B_0 S n_1 = -\frac{9}{4} B_0 S n_1$$

$$\Delta\Phi_{\text{катуш}} = L_1 (I - 0) - \frac{9L_1}{4} (I - 0) = -\frac{9L_1}{4} I + L_1 I = -\frac{5L_1}{4} I$$

$$-\frac{9}{4} B_0 S n_1 - \frac{5L_1}{4} I = 0 \Rightarrow I = -\frac{\frac{9}{4} B_0 S n_1 \cdot 4}{5L_1} = -\frac{9 B_0 S n_1}{5L_1} \Rightarrow |I| = \frac{9 B_0 S n_1}{5L_1}$$

(на самом деле, как видно из знака '-' при токе, он течёт в сторону, противоположную указанной на рисунке)

Ответ: 1)  $\frac{4 dS n_1}{5L_1}$  2)  $\frac{9 B_0 S n_1}{5L_1}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

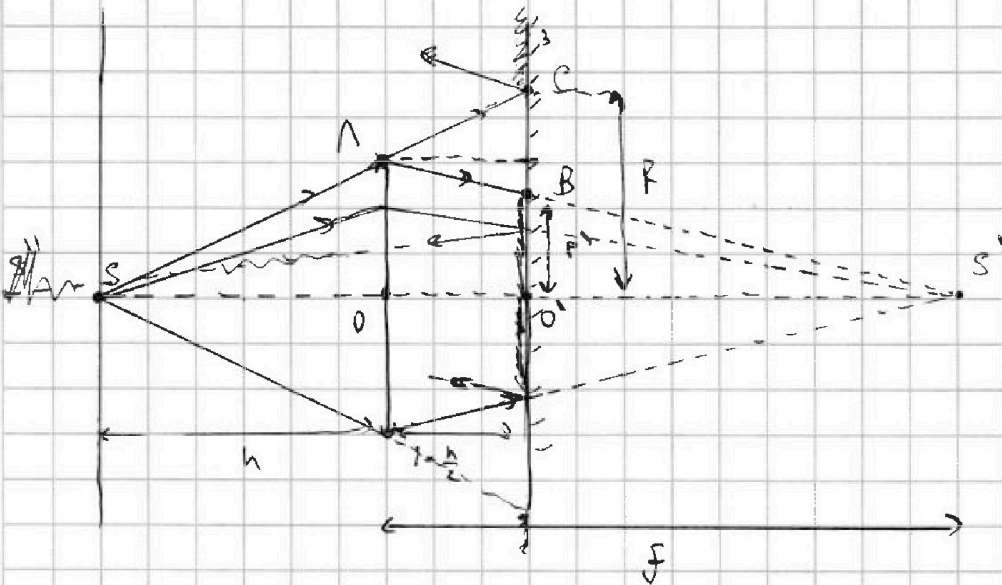
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По формуле тонкой линзы:  $\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2h/3} - \frac{1}{h} = \frac{3}{2h} - \frac{2}{2h} = \frac{1}{2h} \Rightarrow F = 2h$$



1) После преломления в линзе свет, если бы не было зеркала, сошелся бы в точке  $S'$  на расстоянии  $F$  от зеркала.

На зеркале этому свету светит круг с радиусом  $r'$ .

из подобия  $\triangle S'BO' \sim \triangle S'O'F \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{F-L}{F}$

$$r' = r \cdot \frac{F-L}{F} = r \cdot \frac{2h - \frac{h}{2}}{2h} = r \cdot \frac{2 - \frac{1}{2}}{2} = r \cdot \frac{3}{4}$$

Линзы, прошедшие мимо линзы светит всё зеркало, круг с радиусом

$$R; \quad \frac{R}{r} = \frac{h+L}{h} \Rightarrow R = r \cdot \frac{h+L}{h} = r \cdot \frac{h+\frac{h}{2}}{h} = \frac{3}{2}r$$

$$\Rightarrow S_{\text{зеркал.з.}} = \pi R^2 - \pi r'^2 = \pi \left( \left(\frac{3}{2}r\right)^2 - \left(\frac{3}{4}r\right)^2 \right) = \pi r^2 \left( \frac{9}{4} - \frac{9}{16} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{27}{16}$$

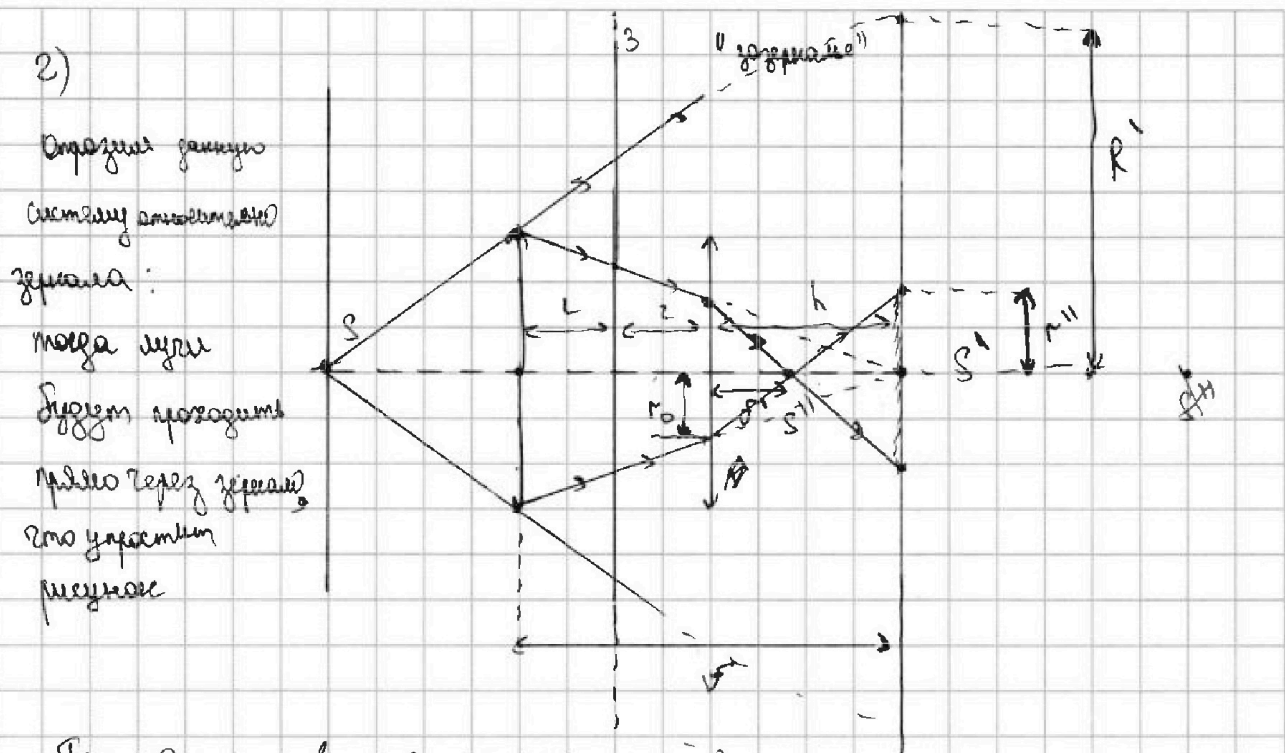
$$S_{\text{зеркал.з.}} = \pi \cdot (4 \text{ см})^2 \cdot \frac{27}{16} = 27\pi \text{ см}^2$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



После этого второе целочисленное значение  $f$  в меззе:

замечем, что  $f = L + L + h \Rightarrow$  из рисунка видно, что  $d = -h$  (минус из-за расстояния)

$$\frac{1}{-h} + \frac{1}{f} = \frac{3}{2h} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3}{2h} + \frac{1}{h} = \frac{5}{2h} \Rightarrow f' = \frac{2h}{5}$$

$\Rightarrow$  лучи, прошедшие через меззу, соберутся в точке  $S''$  на расстоянии  $f'$  от меззы.

После этого лучи разойдутся и создаст пятно в виде круга на стене радиусом  $r''$ .

На меззу придет луч света радиусом  $r_0$ .  $\frac{r_0}{r} = \frac{h}{f} = \frac{1}{2}$

$$r_0 = \frac{r}{2}$$

$$\text{Из подобия } \frac{r_0}{r''} = \frac{f'}{h-f'} \Rightarrow r'' = r_0 \cdot \frac{h-f'}{f'} = \frac{r}{2} \cdot \frac{h - \frac{2h}{5}}{\frac{2h}{5}} = \frac{r}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}r$$

лучи, идущие мимо меззы, будут осветят всю стену, кроме круга с радиусом  $R'$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из подобия ~~2~~  $\frac{R'}{r} = \frac{2(h+l)}{h} = 2\left(1 + \frac{h}{h}\right) = 2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3$

$$R' = 3r$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{\text{крас. см.}} &= \pi R'^2 - \pi r^2 = \pi \left(9r^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 r^2\right) = \pi r^2 \left(9 - \frac{9}{16}\right) = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi r^2 \\ &= 9 \pi r^2 \left(1 - \frac{1}{16}\right) = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi r^2 \end{aligned}$$

$$S_{\text{крас. см.}} = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi \cdot 16 \text{ см}^2 = 135 \pi \text{ см}^2$$

Ответ: 1)  $27\pi$  (см<sup>2</sup>) 2)  $135\pi$  (см<sup>2</sup>)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{\text{рез}} = \frac{26 \cdot 4}{25 \cdot 17} mg - \frac{12}{25} mg + \frac{15}{17^2} mg \cdot \left( 18 - \frac{20}{3} \right) =$$

$$= \frac{104 - 204}{25 \cdot 17} mg + \frac{15}{17^2} mg \left( \frac{54 - 20}{3} \right) = mg \cdot \left( \frac{-100}{25 \cdot 17} + \frac{15}{17^2} \cdot \frac{34}{3} \right) =$$

$$= mg \left( \frac{12}{17} - \frac{4}{17} \right) = \frac{6}{17} mg$$

Ответ:  $F_1 = \frac{26}{85} mg$ ,  $F_2 = \frac{20}{51} mg$ ,  $F_3 = \frac{6}{17} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I_x + I_y + I_z = 2I_{\text{центр}} = 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$\frac{50}{17} m \cdot \frac{4}{5} = \frac{9m \cdot 80 \cdot 15}{4 \cdot 27 \cdot 4}$$

$$3I_x = 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$I_y = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{4m}{17} = \frac{9m \cdot 80 \cdot 15}{4 \cdot 27 \cdot 17}$$

$$\frac{9}{5} \cdot 8 \cdot \frac{8}{17} =$$

$$L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E} \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt}$$

$$26 \cdot 4 = 80 + 24 = 104$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \cdot \\ \hline \times 17 \\ \hline 84 \\ \hline 12 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$6 \cdot \frac{10+4}{2} - 6 \cdot \frac{6+4}{2} = 3 \cdot (14 - 10) = 12$$

$$\frac{1}{-x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{F} + \frac{1}{y} =$$

$$E_p = \frac{E}{e}$$

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{r}$$

$$\varphi(x) = \varphi(r) + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) +$$

$$\varphi(R) = \frac{kQ}{R}$$

$$\frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{15}{17} - \frac{4m}{17} = \frac{10}{17} m - \frac{4m}{17} = \frac{6}{17} m$$

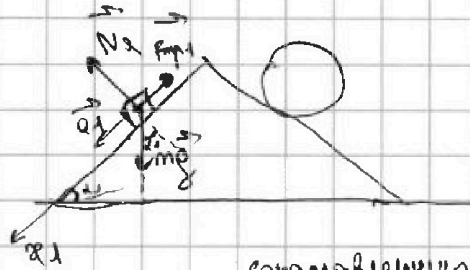


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

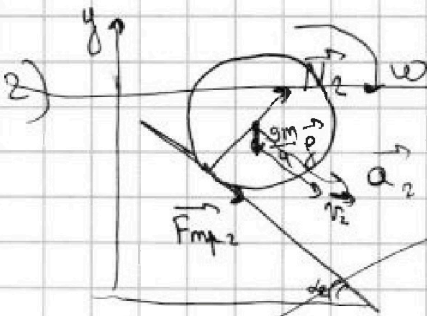


1) Рассчитайте значение силы  $F_{mp1}$  со знака. Оно положительно  $\Rightarrow$  это ИСО.

Тогда по 2 з.к. в проекции на ось, сонаправленную со стороной клина  $x_1$ .

$$m a_1 = m g \sin \alpha - F_{mp1} \Rightarrow F_{mp1} = m (g \sin \alpha - a_1)$$

$$F_{mp1} = m \left( g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{17} \right) = m g \cdot \left( \frac{51 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 17} \right) = \frac{26}{85} m g$$



Шар катится без проскальзывания

$$\Rightarrow A_{mp} = 0$$

$$N_2 \perp v_2 \Rightarrow A_{N_2} = 0$$

(скорость шара)

$\Rightarrow$  сохраняется ЗСЗ:

$$\frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} = \text{const} \quad \left| \frac{d}{dt} \right. \quad \frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} g y_2 \quad \Pi + K = \text{const}$$

$$\frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{2 v_2 \cdot a_2}{2} = 0 \quad \Pi - \text{потенциальная энергия шара}$$

$$g y_2 + v_2 a_2 = 0 \quad \Pi = \frac{9m}{4} g y_2$$

$K$  - кин. энергия. По теореме Кёнига:  $K = \frac{9m}{4} \frac{v_2^2}{2} + K'$  ← энергия в системе центра масс

Проскальзывания нет  $\Rightarrow v_2 = \omega R$  ← радиус шара

$$K' = \frac{I_{\text{ш}} \cdot \omega^2}{2} \quad I_{\text{ш}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2 \quad (\text{момент инерции сплошного шара относительно центра})$$

$$K' = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2 \cdot \omega^2 = \frac{9m}{12} v_2^2 = \frac{3}{4} m v_2^2$$

$$E = \frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} + \frac{3}{4} m v_2^2 = \frac{9m}{4} \left( g y_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{v_2^2}{3} \right) = \text{const}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

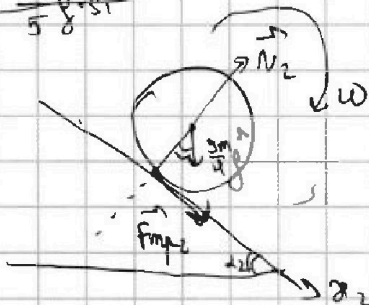
$$\dot{E} = 0 = \frac{9m}{4} \left( g \cdot \sqrt{2} a_2 + \frac{5}{6} \cdot 2\sqrt{2} a_2 \right)$$

$$\frac{5}{3} \sqrt{2} a_2 = -g \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} a_2 = -\sqrt{2} g \sin \alpha_2$$

$$\frac{5}{3} \sqrt{2} a_2 = -g \cdot (-\sqrt{2} \sin \alpha_2) = \sqrt{2} g \sin \alpha_2$$

$$a_2 = \frac{3}{5} g \cdot \sin \alpha_2$$

2)



~~Шар считается повернутым по 2.с., поэтому  $\vec{F}_{mp2}$  направлена вверх (см. рис.)~~

Можно аналогично п. 8 по 2 з. 1:

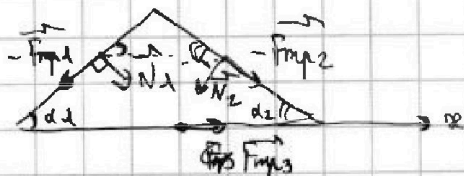
$$\frac{9m}{4} a_2 = \frac{9m}{4} g \cdot \sin \alpha_2 + F_{mp2x}$$

$$F_{mp2x} = \frac{9m}{4} (a_2 - g \sin \alpha_2) = \frac{9m}{4} \left( \frac{8g}{27} - g \cdot \frac{8}{27} \right) = \frac{9m}{4} g \left( \frac{8 \cdot 17 - 8 \cdot 27}{27 \cdot 27} \right) =$$

$$= \frac{mg}{27 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 8 \cdot (-10) = -\frac{20mg}{54} \Rightarrow \text{сила трения } \vec{F}_{mp2} \text{ направлена вверх}$$

$$F_{mp2} = \frac{20}{54} mg$$

3) Рассчитаем силы, действующие на клин со стороны Земли и шара:



$$Ox: -F_{mp1} \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 + F_{mp2} \cos \alpha_2 + F_{mp3x} = 0$$

$$F_{mp3x} = F_{mp1} \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_{mp2} \cos \alpha_2$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 \quad N_2 = \frac{9m}{4} g \cos \alpha_2$$

$$F_{mp3x} = \frac{26}{5 \cdot 17} mg \cdot \frac{4}{5} - mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{9m}{4} g \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{20}{3 \cdot 17} mg \cdot \frac{15}{17}$$