



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим первый член прогрессии за  $a$ , а разность прогрессии — за  $b$ .

$$\begin{aligned} \text{Тогда } a+b &= 12-12x \\ a+3b &= (x^2+4x)^2 \\ a+7b &= (-6x^2) \end{aligned}$$

Значит,

$$3 \cdot (x^2+4x)^2 = 3(a+3b) = 3a+9b = 2(a+b) + (a+7b) = 2(12-12x) - 6x^2$$

$$3x^2(x+4)^2 = -6x^2 - 24x + 24$$

$$x^2(x^2+8x+16) = -2x^2 - 8x + 8$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$(x+2)(x^3+6x^2+6x-4) = 0$$

$$(x+2)^2(x^2+4x-2) = 0$$

$$(x+2)^2(x - (\sqrt{6}-2))(x + (\sqrt{6}+2)) = 0$$

$$x \in \{-2; \sqrt{6}-2; -\sqrt{6}-2\}$$

Нетрудно убедиться, что каждое из этих значений действительно удовлетворяет условию.

$$\text{Ответ: } x \in \{-\sqrt{6}-2; -2; \sqrt{6}-2\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases}$$

(на самом деле,  $\begin{cases} 2x - 3y \in [-6; 6] \\ 3x - 2y \in [-4; 4] \end{cases}$ , но пока что как интересуют только эти два неравенства)

$$\begin{cases} 3y \geq 2x - 6 \\ 2y \leq 3x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x - 2 \\ y \leq 1,5x + 2 \end{cases}$$

$$1,5x + 2 \geq y \geq \frac{2}{3}x - 2$$

$$1,5x + 2 \geq \frac{2}{3}x - 2$$

$$\frac{5}{6}x \geq -4$$

$$x \geq -4,8$$

$$\text{Тогда } y \geq \frac{2}{3}x - 2 \geq \frac{2}{3} \cdot (-4,8) - 2 = -5,2$$

Подставив вместо  $x$  и  $y$  значения  $-4,8$  и  $-5,2$  получим  $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$  — удовлетворяет условию.

$$10x + 5y \geq 10 \cdot (-4,8) + 5 \cdot (-5,2) = -48 - 26 = -74$$

Отсюда  $10x + 5y \geq -74$ , а равенство достигается при  $x = -4,8$ , и  $y = -5,2$ , отсюда  $-74$  — наименьшее значение.

Ответ:  $-74$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$mn(m-2n-2)$$

$$2 \cdot 17 + 2 = 34 + 2 = 36$$

$$m(m-36) = p^2$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 17 \\ \hline 34 \\ 08 \\ \hline 34 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ + 13 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 68 \\ + 4 \\ \hline 272 \\ \dots \\ + 272 \\ \hline 169 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$17p - 2p - 2 = 1$$

$$15p = 3$$

$$p = 5$$



$$m(m-4) = p^2$$

$$17p = p$$

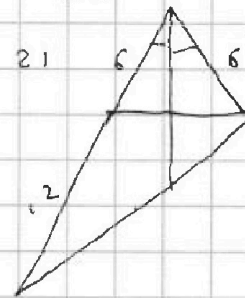
$$p \rightarrow p = 17 - 2p - 2$$

$$3p = 15$$

$$p = 5$$

$$17 \cdot 5 = 5$$

$$17 - 2 \cdot 5 = 7$$



$$mn(m-2n-2) = 15a^2$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$(m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$t(t+13) = 17 \cdot 4$$

$$t^2 + 13t - 68 = 0$$

$$D = 169 + 272 = 441 = 21^2$$

$$\frac{21 - 13}{2} =$$

$$= \frac{8}{2} = 4$$

$$m - 2n = 4$$

$$m - 2n - 2 = 2$$

$$m = 2n + 4$$

$$15a^2 = 60$$

$$m \cdot n \cdot 2 = 60$$

$$(2n+4) \cdot n \cdot 2 = 60$$

$$n(n+2) = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n-3)(n+5) = 0$$

$$n = 3$$

$$m = 2 \cdot n + 4 = 10$$

$$(10; 3)$$

$$(17; 5)$$

$$7 \cdot (7+13) = 7 \cdot 20 =$$

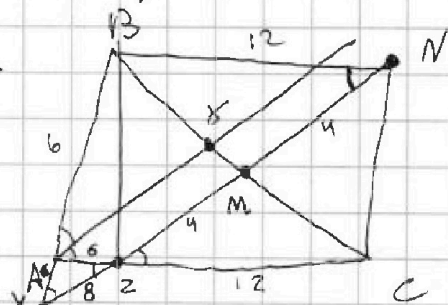
$$= 140$$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$1^2 + 3^2 - 1 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} = 1 + 9 - 2 = 8 = MC^2$$

$$MC = 2\sqrt{2}$$

$$BC = 4\sqrt{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 - 13(m-2n) = \\ = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Поскольку  $m, n \in \mathbb{N}$ , а  $B = 17p^2$  или  $B = 15q^2$ ,  
то  $m, n, B > 0 \Rightarrow m-2n-2 > 0 \Rightarrow m > 2n+2$   
Отсюда  $m > 2n$  и  $m > n$ .

1) Пусть  $A = 17p^2$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

Поскольку числа  $(m-2n)$  и  $(m-2n+13)$  отличаются на 13, то у них разная четность. Значит  $A$  - четное число, значит  $17p^2 : 2 \Rightarrow p = 2$   
значит  $A = 17 \cdot 2^2 = 68$

Пусть  $m-2n = t$ . Поскольку  $m > 2n$ , то  $t > 0$

$$t(t+13) = 68$$

$$t^2 + 13t - 68 = 0$$

$$(t-4)(t+17) = 0$$

$$t = 4 \text{ (м.к. } t > 0)$$

$$m-2n = 4$$

$$m = 2n + 4$$

Поскольку  $A = 17p^2$ , то  $B = 15q^2$ .

$$mn(m-2n-2) = 15q^2$$

$$(2n+4)n(2n+4-2n-2) = 15q^2$$

$$4n(n+2) = 15q^2$$

Тогда  $q = 2$

$$n(n+2) = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n-3)(n+5) = 0$$

$$n = 3 \text{ (м.к. } n > 0)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m = 2n + 4 = 2 \cdot 3 + 4 = 10$$

Получим пару  $(m; n) = (10; 3)$

$$A = 17 \cdot 2^2; p = 2$$

$$B = 15 \cdot 2^2; q = 2$$

Итак, эта пара чисел подходит.

2)  $A = 15q^2$

Поскольку  $A$  — четно, то  $q = 2$ .

Пусть  $t = m - 2n$ ;  $t > 0 \Rightarrow t \in \mathbb{N}$

$$t(t+13) = 15 \cdot 2^2$$

$$t^2 + 13t - 60 = 0$$

$D = 13^2 + 4 \cdot 60 = 169 + 240 = 409$  — не является квадратом целого числа.

Нет целых корней.

Значит ~~есть~~ нет пар, при которых  $A = 15q^2$

Ответ:  $(10; 3)$

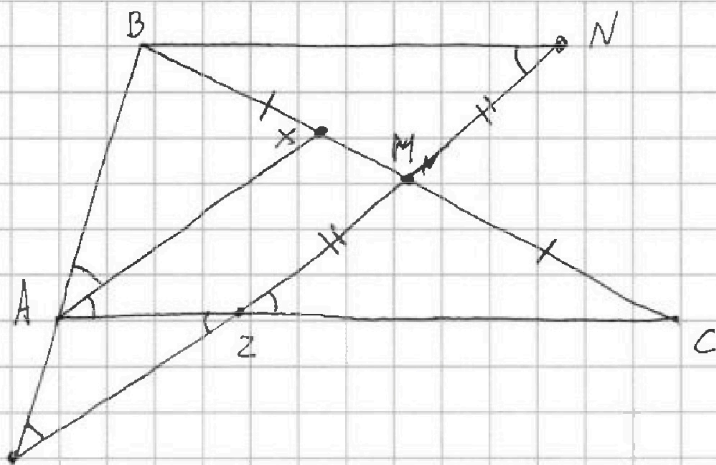


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\overline{AY}$   
Поскольку  $M$  - середина  $BC$ , то  $BM = MC$ .

Обозначим  $\angle CAZ$  за  $\alpha$ .

Поскольку  $AX$  - биссектриса, то  $\angle BAX = \angle CAZ = \alpha$

$\angle BAC = \angle BAX + \angle CAZ = 2\alpha$

Поскольку  $AX \parallel MN$ , то  $\angle BAX = \angle C$ ,  $\angle CZM = \angle CAZ = \alpha$ .

~~Угол  $\angle AZY$  равен  $\alpha$~~

$\angle AZY = \angle CZM = \alpha$  (как вертикальные углы)

$\angle AZY + \angle AYZ = \angle BAC$  (сумма внутренних углов  $\triangle$  равна внешнему, не смежному с ним)  
 $\alpha + \angle AYZ = 2\alpha$   
 $\angle AYZ = \alpha$

Поскольку  $\angle AYZ = \angle AZY = \alpha$ , то  $AY = AZ = 6$

$ZC = AC - AZ = 18 - 6 = 12$

Отметим точку  $N$ , симметричную  $Z$  относительно  $M$ .

Поскольку  $BM = MC$ , а  $ZM = MN$ , то  $BNCZ$  -

- параллелограмм

Тогда  $BN = ZC = 12$ ,  $BN \parallel ZC \Rightarrow \angle BNZ = \angle NZC = \alpha$ .

Тогда  $\triangle AYZ \sim \triangle BYN$  (по двум углам,  
 $\angle AYZ = \angle BYN = \angle AZY = \angle BNY = \alpha$ )





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Косинус угла  $\alpha$  равен  $\frac{BN}{AZ} = \frac{12}{6} = 2$ .

Значит  $YN = 2YZ = 2 \cdot 8 = 16$

$$ZN = YN - YZ = 16 - 8 = 8$$

$$ZM = MN = \frac{ZN}{2} = 4$$

По теореме косинусов для  $\triangle AZY$ ,

$$AZ^2 + YZ^2 - 2 \cdot AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha = AY^2$$

$$6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 6^2$$

$$\cos \alpha = \frac{8^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{2 \cdot 6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

По теореме косинусов для  $\triangle ZMC$ ,

$$MC^2 = ZM^2 + ZC^2 - 2 \cdot ZM \cdot ZC \cdot \cos \alpha =$$

$$= 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 4^2 \cdot (1^2 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3}) =$$

$$= 4^2 - (1 + 9 - 4) = (4\sqrt{6})^2$$

$$MC = 4\sqrt{6}$$

$$BC = 2MC = 8\sqrt{6}$$

Ответ:  $BC = 8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x^7} + 4y^2 \end{cases}$$

Поскольку из  $3x$  и  $3y$  извлекается корень четной степени, то  $3x \geq 0$  и  $3y \geq 0$ , значит  $x \geq 0$  и  $y \geq 0$

$$(2x^5 - 2y^5) + (4x^2 - 4y^2) + (\sqrt{3x^7} - \sqrt{3y^7}) = 0$$

Если  $x > y$ , то каждая из скобок положительна, противоречие.

Если  $x < y$ , то каждая скобка отрицательна, противоречие.

Значит  $x = y$  — единственное множество решений второго уравнения. Подставим  $x = y$  в первое ур-е.

$$\begin{aligned} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{12-x-x^2}, \quad O \cup 3: \quad \begin{cases} x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4 \\ 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \\ 12-x-x^2 = (x-4)(3-x) \geq 0 \\ \text{(уже учтено)} \end{cases} \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} &= 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \\ x+4+3-x-2\sqrt{(x+4)(3-x)} &= 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25 \end{aligned}$$

$$12 - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

Пусть  $t = \sqrt{12-x-x^2}$ ;  $t \geq 0$ ;  $t \leq \sqrt{12}$  (п.к.  $x \geq 0$ )

$x \in [-4; 3]$ , т.к.  $x \geq 0$ , как вышесказано ранее, то  $x \in [0; 3]$

$$12 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 13 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{9 + \sqrt{29}}{4} \notin [0; 3] \\ t_2 &= \frac{9 - \sqrt{29}}{4} \in [0; 3] \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = \frac{9 - \sqrt{29}}{4}$$

$$\sqrt{12-x-x^2} = \frac{9 - \sqrt{29}}{4}$$

$$16(12-x-x^2) = (9 - \sqrt{29})^2$$

$$192 - 16x - 16x^2 = 81 - 18\sqrt{29} + 29$$

$$16x^2 + 16x - (82 + 18\sqrt{29}) = 0$$

$$8x^2 + 8x - (41 + 9\sqrt{29}) = 0$$

Решив данное уравнение, учитывая, что  $x \in [0; 3]$ , и подставив  $y = x$  получим решение системы ур-й.



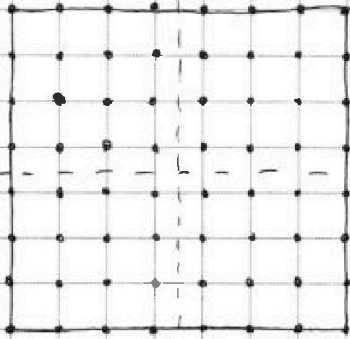


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Нетрудно подсчитать, что всего точек 64.

Обозначим количество раскрасок, симметричных относительно центра квадрата за  $a$ , а несимметричных — за  $b$ .

Любую симметричную раскраску можно повернуть так, что одна из <sup>двух</sup> точек попадет в левую верхнюю четверть, тогда <sup>вторая белая</sup> правая ~~нижняя~~ точка попадет в симметричную ей точку в правой нижней четверти.

Значит, «симметричных» раскрасок столько же, сколько всего точек в левой верхней четверти, значит  $a = 16$ .

Подсчитаем, сколько всего существует пар несимметричных точек. Для этого из общего кол-ва пар точек вычтем кол-во пар симметричных.

$$\frac{64 \cdot 63}{2} - \frac{64}{2} = 32 \cdot 63 - 32 = 32 \cdot 62$$

Каждой несимметричной раскраске соответствуют четыре несимметричных пары (при повороте на  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  и  $270^\circ$ ), значит,

$$4b = 32 \cdot 62$$

$$b = 16 \cdot 31$$

$$\text{Тогда } a + b = 16 + 16 \cdot 31 = 16 \cdot 32 = 2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512$$

Значит всего раскрасок равно 512.

Ответ: 512.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a+b &= 12-12x \\ a+3b &= (x^2+4x)^2 \\ a+4b &= -6x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-3y &= 6 \\ 3y &= 2x-6 \\ y &= \frac{2}{3}x-2 \end{aligned}$$

$$-6x^2 - (x^2+4x)^2 = 2 \cdot ((x^2+4x)^2 - (12-12x))$$

$$3(x^2+4x)^2 = 2 \cdot (12-12x) - 6x^2$$

$$3x^2(x+4)^2 = -6x^2 - 24x + 12$$

$$3x^2(x^2+8x+16) = -6x^2 - 24x + 12$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 = -6x^2 - 24x + 12$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = -2x^2 - 8x + 4$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$x^2(x^2+8x+16) = -2x^2 - 8x + 8$$

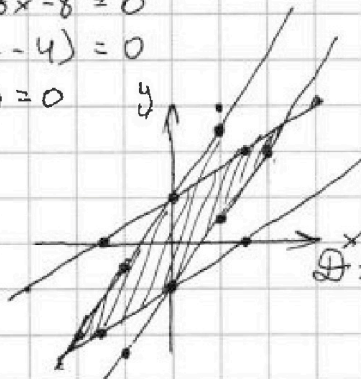
$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+2)(x^3+6x^2+6x-4) = 0$$

$$(x+2)^2(x^2+4x-2) = 0$$

$$\frac{2\sqrt{6}-4}{2} = \sqrt{6}-2$$

$$\frac{-2\sqrt{6}-4}{2} = -\sqrt{6}-2$$



$$\begin{aligned} D &= 4^2 + 4 \cdot 2 = 16 + 8 = 3 \cdot 8 = \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$(x+2)(x^2+4x-2) = x^3+6x^2+6x-4$$

$$y = \frac{2}{3}x+2$$

$$y = 1,5x-2$$

$$\frac{3}{2}x-2 = \frac{2}{3}x+2$$

$$9x-12 = 4x+12$$

$$5x = 24$$

$$x = 4,8$$

$$y = 5,2$$

$$mn(m-2n-2)$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ +26 \\ \hline 74 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \ 3 \\ -5 \ 16 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$48 + 26$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ +26 \\ \hline 74 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$24 - 9 = 6$$

$$3x - 2y = 4$$

$$2y = 3x - 4$$

$$y = 1,5x - 2$$

$$3 \cdot 9 = 27$$

$$2 \cdot 27 - 6 \cdot 8 = 48 - 5 = 42$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \mid x+2 \\ x^4 + 2x^3 \\ \hline 6x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \end{array}$$

$$-6x^3 + 12x^2$$

$$6x^2 + 8x$$

$$-6x^2 + 12x$$

$$-4x - 8$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \mid x+2 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^2 + 6x - 4 \end{array}$$

$$-4x^2 + 8x$$

$$-2x - 4$$

$$-2x - 4$$

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} =$$

$$x \cdot \frac{2}{3} = \frac{9}{6} - \frac{4}{6} =$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} =$$

$$x \cdot \frac{5}{6} = \frac{9}{6} - \frac{4}{6} =$$

$$\frac{5}{6}$$

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2$$

$$y \leq 1,5x + 2$$

$$1,5x + 2 \geq \frac{2}{3}x - 2$$

$$\frac{5}{6}x \geq -4$$

$$5x \geq -24$$

$$x \geq -4,8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\cancel{x+4} + \cancel{3-x} + 25$$

$$\cancel{x+4} + \cancel{3-x} - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

$$12 - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

Пусть  $\sqrt{12-x-x^2} = t$

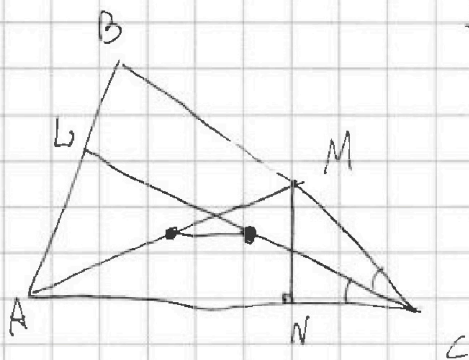
$$12 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 13 = 0$$

$$D = 324 - 208 = 116 = (2\sqrt{29})^2$$

$$t_1 = \frac{2\sqrt{29} + 18}{4 \cdot 2} = \frac{\sqrt{29} + 9}{4}$$

$$t_2 = \frac{9 - \sqrt{29}}{4}$$



$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ +18 \\ \hline 144 \\ -18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 13 \\ \hline 48 \\ \times 16 \\ \hline 208 \end{array} \quad \begin{array}{r} 324 \\ -208 \\ \hline 116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \overline{) 2} \\ 58 \overline{) 2} \\ 29 \overline{) 29} \end{array}$$

$$\frac{9 + \sqrt{29}}{4} \quad ? \quad 3$$

$$\sqrt{29} > 5$$

$$9 + \sqrt{29} \quad ? \quad 12$$

$$t$$

$$\frac{9 - \sqrt{29}}{4} \quad ? \quad \sqrt{12}$$

$$9 - \sqrt{29} \quad ? \quad 4\sqrt{12}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ + 29 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 12 \\ \hline 52 \\ + 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 25 \\ \hline 605 \\ + 242 \\ \hline 3025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ - 110 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 29 \\ \hline 729 \\ + 162 \\ \hline 2349 \end{array}$$

$$8 \cdot 3^2 + 8 \cdot 3 = 8 \cdot 3(3+1) = 32 \cdot 3 = 96$$

$$\begin{array}{r} 41+ \\ + 45 \\ \hline 86 \end{array}$$

$$41 + 9\sqrt{29} \quad ? \quad 96$$

$$9\sqrt{29} \geq 55$$

$$81 \cdot 29 \quad ? \quad 3025$$

$$2349 \quad ? \quad 3025$$

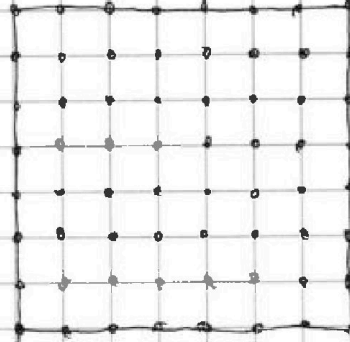
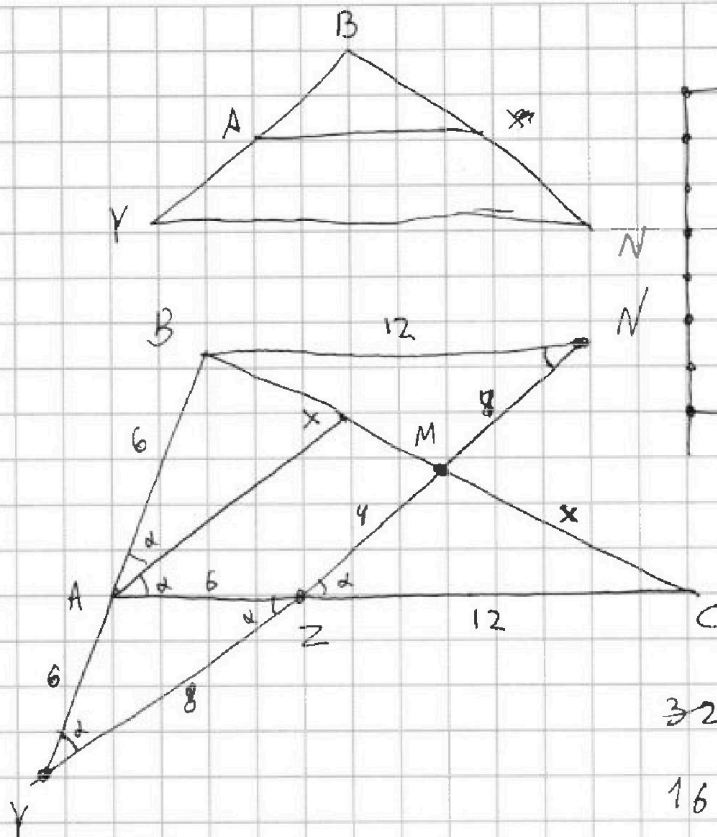


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2	1
4	2
8	3
16	4
32	5
64	6
128	7
256	8
512	9

$$12 - x - y^2 \geq 0$$

$$x \leq 12 - y^2$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} - 32 =$$

$$= 32 \cdot 62$$

32

$$16 + \frac{32 \cdot 62}{4} =$$

$$= 16 + 16 \cdot 31 = 16 \cdot 32 =$$

$$= 512$$

$$6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 6^2$$

$$\cos \alpha = \frac{8}{2 \cdot 6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$x^2 = 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \cos \alpha = 4^2 \cdot (1 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3}) =$$

$$= 4^2 \cdot (1 + 9 - 4) = (4\sqrt{6})^2$$

$$x = 4\sqrt{6}$$

$$2x = 8\sqrt{6}$$

$$\triangle ABC = 8\sqrt{6}$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x - y)(2x^4 + \dots)$$

$$x + 4 + 3 - y + 25$$

