



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть d — разность арифметической прогрессии,
тогда
$$\begin{cases} 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 \\ 6 - 9x + 6d = 9x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2d = (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6 \\ 6 - 9x + 3((x^2 - 2x)^2 + 9x - 6) = 9x^2 \end{cases} (1)$$

Решим (1): $6 - 9x + 3(x^2 - 2x)^2 + 27x - 18 = 9x^2$

$$6 + 18x - 18 + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 9x^2 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$(x-1) \cdot (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$(x-1) \cdot (x-1) \cdot (x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x-1)^2 \cdot (x - \sqrt{5} - 1) \cdot (x + \sqrt{5} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \sqrt{5} + 1 \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |2y-x| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \leq 2y-x \leq 2 | \cdot 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 4y-2x \leq 4 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -5 \leq 3y \leq 5$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |y-2x| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq y-2x \leq 1 | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -2 \leq 2y-4x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq -3x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 3x \leq 4 | \cdot 2 \\ -8 \leq 6x \leq 8$$

$$\begin{cases} -5 \leq 3y \leq 5 \\ -8 \leq 6x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow -13 \leq 3y+6x \leq 13$$

Максимальное значение 13

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = m(m-7) + 2(2mn + 2n^2 - 7n)$$

Заметим, что A всегда кратно 2, т.к. $2(2mn + 2n^2 - 7n)$ всегда кратно 2, а $m(m-7) = m^2 - 7m$ тоже всегда кратно 2;

mod 2			
m	m^2	$-7m$	$m^2 - 7m$
0	0	0	0
1	1	1	0

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = \underbrace{2mn^2}_{\div 2} + mn(m+9), \text{ если } m \text{ нечетное, то } (m+9) \div 2; \text{ если } m \text{ четное, то } m \div 2$$

B тоже всегда кратно 2.

A и B всегда кратны 2, а p и q - простые числа, 11 и 75 не кратно 2 $\Rightarrow p$ и q кратно 2 $\Rightarrow p = q = 2$

т.к. 2 единственное четное простое число, кратно 2.

$$11p^2 = 11 \cdot 4 = 44; \quad 75q^2 = 75 \cdot 4 = 300$$

$$\begin{cases} A = 44 \\ B = 300 \end{cases} \quad \begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 & (1) \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 300 \\ B = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 300 & (2) \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases}$$

~~Решение~~

~~$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 44 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) = 44 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$~~



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим 1:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 44 = 0^{**} \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases}$$

$$**!: (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 44 = 0$$

$$D = 7^2 + 4 \cdot 44 = 225$$

$$\sqrt{D} = 15$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n = -4 \end{cases}$$

т.к. $m, n \in \mathbb{N}$, то $m+2n = -4$ не удовлетворяет условию

Вернемся к системе 1:

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn \cdot 20 = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 15 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ -2n^2 + 11n = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ -2n^2 + 11n = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ n = \frac{5}{2} \\ n = 3 \end{cases}$$

$n = \frac{5}{2}$ не удовлетворяет условию ($n \in \mathbb{N}$)

~~$$\begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases}$$~~

Решим 2:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 300 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 300 = 0^* \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases}$$

$$*: (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 300 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 300 = 1249; \sqrt{D} \notin \mathbb{N} \Rightarrow (m+2n) \notin \mathbb{N}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нет решений в натуральных числах \Rightarrow система 2
не имеет решений в натуральных числах.

Условие удовлетворяет только одна пара
чисел: $(5; 3)$

Ответ: $(5; 3)$

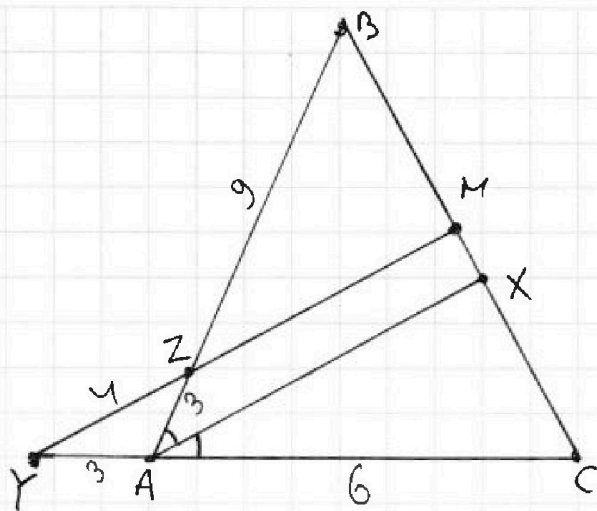


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, AX - биссектриса, M - середина BC , $MZ \parallel AX$, $Z \in AB$, $MZ \cap AC = X$; $AY = 3$, $AC = 6$, $AZ = 3$, $ZY = 4$

Найти: BC

Решение

1) AX - биссектриса $\Rightarrow \frac{AC}{XC} = \frac{AB}{BX}$ по св-ву биссектрисы

2) $MZ \parallel AX \Rightarrow$ по теореме о пропорциональных отрезках
 $\frac{BM}{MZ} = \frac{MX}{AZ}$ и $\frac{XC}{AC} = \frac{MX}{AY}$

3) $\triangle ABC$, MY - секущая: теорема Менелая

$$\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$\frac{MC}{BC} = 1$ т.к. M - середина BC

$$BZ \cdot AY = AZ \cdot YC \Rightarrow \frac{BZ}{AZ} = \frac{YC}{AY}; YC = AY + AC$$

$$\frac{BZ}{AZ} = 1 + \frac{AC}{AY} \Rightarrow BZ = AZ + \frac{AC \cdot AZ}{AY}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{AC}{XC} &= \frac{AB}{BX} \\ \frac{XC}{AC} &= \frac{MX}{AY} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BX} = \frac{AY}{MX}; \begin{aligned} AB &= AZ + BZ = 2AZ + \frac{AC \cdot AZ}{AY} \\ BX &= BM + MX \end{aligned}$$

$$AY \cdot BX = AB \cdot MX$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AY \cdot BM + AY \cdot MX = 2AZ \cdot MX + \frac{AC \cdot AZ \cdot MX}{AY}$$

$$MX = \frac{AZ \cdot BM}{BZ} = \frac{BM}{1 + \frac{AC}{AY}} = \frac{AY \cdot BM}{AC + AY}$$

$$AY \cdot BM + AY \cdot \frac{AY \cdot BM}{AC + AY} = 2AZ \cdot \frac{AY \cdot BM}{AC + AY} + \frac{AC \cdot AZ \cdot AY \cdot BM}{AY \cdot (AC + AY)}$$

$$\frac{(AC + AY) \cdot AY \cdot BM + AY^2 \cdot BM}{AC + AY} = \frac{2AZ \cdot AY \cdot BM + AC \cdot AZ \cdot BM}{AC + AY}$$

$$AC \cdot AY \cdot BM + 2AY^2 \cdot BM = 2AZ \cdot AY \cdot BM + AC \cdot AZ \cdot BM$$

$$AC \cdot AY + 2AY^2 = 2AZ \cdot AY + AC \cdot AZ$$

$$6AY + 2AY^2 = 2 \cdot 3 \cdot AY + 6 \cdot 3$$

$$AY^2 = 9 \Rightarrow AY = 3$$

$$BZ = 3 + \frac{6 \cdot 3}{3} = 9$$

5) $\triangle YAZ$: теорема косинусов: $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \angle YAZ$

$$\cos \angle YAZ = \frac{AY^2 + AZ^2 - YZ^2}{2AY \cdot AZ} = \frac{3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

6) $\triangle ABC$: теорема косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$

$$BC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \cos(180^\circ - \angle YAZ) = 12^2 + 6^2 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 144 + 36 + 16 = 196 \Rightarrow BC = 14$$

Ответ: $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases}$$

Область определения:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-y \geq 0 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ x \geq \frac{y^2-14}{5} \end{cases}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out text.~~

Заметим, что при x, y принадлежащих к области определения уравнение 2 имеет решение только при $x=y$.

Проверим, имеет ли решение уравнение 1 при $x=y$.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{-x^2+5x+14}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+2)(x-7)}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out text.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Иногда можно решить задачу, если...~~
~~Решение задачи...~~
~~Решение задачи...~~
~~Решение задачи...~~

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$0 \leq x \leq 7$ из области определения

~~Система не имеет решений, так как...~~
~~Система не имеет решений...~~

Ответ: нет решений

Данная система не имеет решений так как

$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = -7$, т.е. сумма иррациональных чисел равняется целому, такого быть не может, ситуация, когда

$\sqrt{x+2} = \sqrt{7-x}$ тоже не дает решений \Rightarrow исходная система не имеет решений

Ответ: нет решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В квадрате 10×10 будет 100 узлов. ~~Каждый~~
~~соседний узел соединяется~~ Всего способов покра-
сить 2 узла C_{100}^2 . ~~Каждый~~ ~~какой-то~~ рас-
краски задает ~~повторяющийся~~, ~~какой-~~
~~то~~ ~~длина~~ ~~линий~~ ~~раскраски~~ в ~~каждой~~ ~~стороне~~
~~квадрата~~ ~~меньше~~ ~~или~~ ~~равно~~ ~~4~~

Ответ: $\frac{C_{100}^2}{4}$

Поворот одной раскраски в модуль стороны
задает 40 таких же (периметр квадрата)
Уникальных раскрасок в 40 раз меньше

Ответ: $\frac{C_{100}^2}{40}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \\ 2x-8-15=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+2y| \leq 2 \\ |x-2y| \geq -2 \\ |2x-y| \leq 1 \\ |2x-y| \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3x-3y| \leq 3 \cdot 3 \\ |3x-3y| \geq -3 \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y| \leq 1 \\ |x-y| \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y| \leq 1 \\ |x-y| \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y| \leq 1 \\ |x-y| \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |6x| \leq 6+6y \\ |2y| \leq 3+3x \end{cases}$$

A: ?

$m(m-4)$

$$3y+6x=A \quad -1 \leq 2x-y \leq 1$$

$$3(y+2x)=A-2 \leq 4x-2y \leq 2$$

$$\begin{cases} |y| \leq x+1 \\ |y| \geq x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y \leq 3x+3 \\ 3y \geq 3x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y+6x \leq 9x+3 \\ 3y+6x \geq 9x-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq 2y-x \leq 2 \\ -4 \leq 3x \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ x=y+a \end{cases}$$

$$|x-y| \leq 1$$

$$\begin{cases} x=0 & x=-1 \\ y=-1 & y=0 \end{cases} \quad -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}$$

$$3 \leq y \leq -5 \quad -1 \leq 2x-y \leq 1$$

$$-2 \leq 2y-x \leq 2$$

$m(m+9)$

$$|2x-y| \leq 1 \quad \frac{7+15}{2}$$

$$\begin{cases} y-2x \\ -2y+x \\ -3 \leq 3y-x \leq 3 \end{cases}$$

$$2x-1 \leq y \leq -(2x+1)$$

$$-3 \quad -3 \leq x+y \leq 3$$

$$\begin{cases} 2x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2x-1 \\ y \leq -1-2x \end{cases}$$

$$-1 \leq y \leq 0$$

$$-1 \leq y-2x \leq 1$$

$$\begin{cases} -(2x+1) > 0 \\ 2x-1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+1 < 0 \\ 2x-1 < 0 \end{cases}$$

$$x \leq 0$$

$$x \leq 0$$

$$\begin{matrix} 4y \\ -2x-1 \geq 2x-1 \\ \hline 176 \\ + 4y \\ \hline 225 \end{matrix} \quad -2 \geq 4x$$

$$\begin{cases} -1 \leq y-2x \leq 1 \\ -2 \leq 2y-x \leq 2 \end{cases}$$

$$y+2x$$

$$-1 \leq y-2x \leq 1$$

$$-2 \leq 2y-x \leq 1$$

$$\begin{matrix} 2x \leq -1 \\ -8 \leq 6x \leq 8 \end{matrix} \quad -1 \leq 1$$

$$|y-2x|$$

$$-10$$

$$\frac{3}{2}$$

$$-1 \leq 2x-y \leq 1$$

$$-2 \leq x-y \leq 2$$

$$-2 \leq 2y-x \leq 1 \quad -3 \leq 3y-3x \leq 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

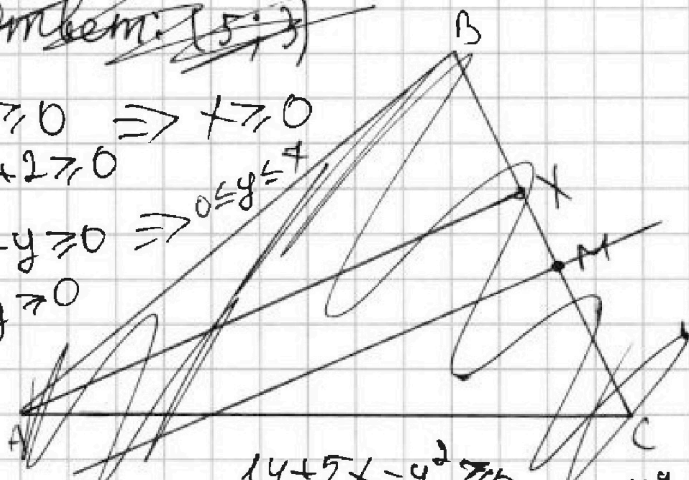
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~нет решений в натуральннх числах \Rightarrow система не имеет решений в натуральнх числах.~~

Можно условно удовлетворит одна пара чисел: (5;3)

Ответ: (5;3)

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x-y \geq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq x \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$$\frac{XC}{6} = \frac{MX}{AY}$$

$$\frac{MC}{BM} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{3} \cdot \frac{y}{6+y} = 1$$

$$\boxed{\frac{BZ \cdot AY}{AY+6} = 3}$$

$$14+5x-y^2 \geq 0$$

$$14+5x \geq 0$$

$$\frac{49}{35}$$

$$3AY+18 = BZ \cdot AY$$

$$\frac{BM}{BZ} = \frac{MX}{AZ}$$

$$\frac{BM \cdot MX}{6} = \frac{MX \cdot AY}{AY}$$

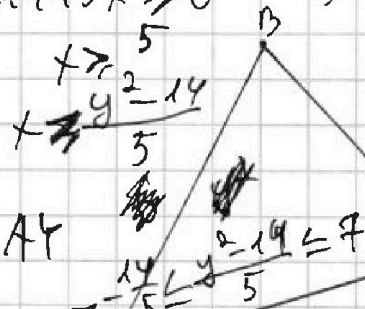
$$6MX = BM \cdot AY - MX \cdot AY$$

$$MX = \frac{BM \cdot AY}{6+AY}$$

$$AY = \frac{18}{BZ-3}$$

$$\frac{6^2 - (BZ+3)}{BZ-3} = \frac{BC-MX}{BZ}$$

$$\frac{6}{BC-2MX} = \frac{BZ+3}{BZ}$$



$$x - \frac{14}{5} \leq \frac{y^2 - 14}{5} \leq 7$$

$$\frac{BM}{BZ} = \frac{BM \cdot AY}{(6+AY) \cdot AZ}$$

$$\frac{AZ}{BZ} = \frac{AY}{6+AY}$$

$$\frac{2BZ}{MC} = \frac{AZ}{MX}$$

$$\frac{MX(BZ-3)}{18 \cdot 3} = \frac{BC-2MX}{18 \cdot 2}$$

$$6BZ = BC \cdot BZ + 3MX \cdot 18$$

$$\frac{MX(BZ-3)}{2} = \frac{BC-MX}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Короче говоря, мы получили, что $6-9x+5d = (x^2-2x)^2$~~
 $(x-1) \cdot (x^3-3x^2-2x+4)$
 $x^4-3x^3-2x^2+4x-x^3+3x^2+2x-4$

$(x^2-2x)^2+3d=9x^2$
 $6-9x+5d=9x^2$

~~$6-9x+2d=(x^2-2x)^2$
 $(x^2-2x)^2+3d=9x^2$
 $(6-9x-(x^2-2x)^2)+2d=0$~~

~~$2d=(x^2-2x)^2+9x-6$
 $6-9x+2d=(x^2-2x)^2$
 $(x^2-2x)^2+3d=9x^2$~~

$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})$
 $1+\sqrt{5}-5-5$
 -4

$2d=(x^2-2x)^2+9x-6$
 $6-9x+(x^2-2x)^2+9x-6$

$x^4-4x^3+x^2+6x-6$
 $6-9x+\frac{2}{5}(9x^2+9x-6)=(x^2-2x)^2$

$6-9x+5d=9x^2$

$30-45x+18x^2+18x-12=(x^2-2x)^2$

$5d=9x^2+9x-6$ (57)

$18x^2-27x+18=x^4-4x^3+4x^2-6x$

$d=\frac{9x^2+9x-6}{5}$

$x^4-4x^3-14x^2+27x-18=0$

$\sqrt{x+5}$	$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})$	$6+\sqrt{7-1}$
1	-4	-14
2	1	-2
-2	1	-6
3	1	-1
-3	1	-7
-6	1	-10

$16-32-56+54-18$
 -2
 $6 \cdot 2$
 $\frac{51}{27}$
 $\frac{24}{33}$
 $\frac{33}{99}$
 $0=36+16=\frac{49}{1089}$

$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})+6+\sqrt{7-1}$

$\frac{37}{37}$
 $\frac{259}{111}$
 $\frac{1369}{1369}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$18x^2 - 27x + 18 = 5x^4 - 20x^3 + 20x^2$$

$$25 + 4 \cdot 14 = 56 + 25 = 81 \Rightarrow 9 = \frac{5+9}{-2} = -2$$

$$5x^4 - 20x^3 + 2x^2 + 27x - 18 = 0$$

$$-2 + 9 + 1 - 6 - 4$$

$$5 - 20 + 2 + 27 - 18$$

$$\sqrt{5+1} = 5 + \sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5}$$

	5	-20	2	27	-18
2	5	-10	-18	-9	-36
-2	5	-30	62		
3	5	-5	-13	1	
-3	5	-35			
x			$\frac{18}{x}$	0	

$$2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 = 38 \neq 34 = -4$$

$$5 + 20 + 2 - 27 - 18$$

$$2d = 1 + 9 - 6 = 4$$

$$d = 2$$

$$6 - 9x + 6d = 9x^2$$

$$d = \frac{9x^2 + 9x - 6}{6}$$

$$6 - 9x + 2 \cdot \frac{9x^2 + 9x - 6}{6} = (x^2 - 2x)^2$$

$$6 - 9x + 3x^2 + 3x - 2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

1	-4	1	6	-4
1	-3	-2	4	0

1	-3	-2	4
2	1	-1	-4
-2	1	-5	8
3	1	0	-2
-3	1	-6	
4	1	1	2
-4	1	-7	-4
1	1	-2	-4

$$(x-1) \cdot (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$3x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 36 - 48 < 0$$

$$(x - \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2}) \cdot (x - \frac{2 - 2\sqrt{5}}{2})$$

$$(x+2) \cdot (x+7) = x^2 + 2x + 7x$$

$$3x^2 + 9x - 2$$

$$D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24 + 9 = 34$$