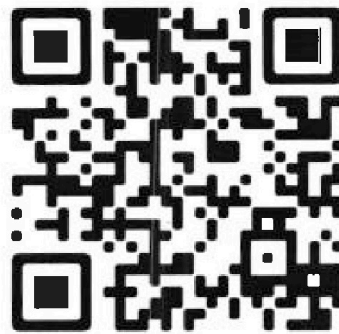




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть дан  $n$ -угольник. Значит сумма всех его углов равна  $180(n-2) = 180n - 360$ .

С другой стороны наименьший угол равен  $132^\circ$ .

• Сумма  $n$  чисел арифм. прогрессии:

$$\frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + (132 + 2(n-1))}{2} n = 132n + n^2 - n = n^2 + 131n.$$

$$\text{Итого: } 180n - 360 = n^2 + 131n \Rightarrow n^2 - 49n + 360 = 0.$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 360 = 961 = 31^2 \Rightarrow n_{1/2} = \frac{49 \pm 31}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \begin{cases} 40 \\ 9 \end{cases}. \quad 40 > 9 \Rightarrow \text{Исходно имели } 40\text{-угольник.}$$

Ответ: 40





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln(5^{2x}) \cdot (3^y \cdot 5^{2y}) \cdot (5^{3z}) = \ln(3^2 \cdot 5)$$

$$5^{(2x+2y+3z)} \cdot 3^y = 5^1 \cdot 3^2$$

Поскольку  $\text{НОД}(5, 3) = 1$  и  $x, y, z \in \mathbb{Z}$  }  $\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x + 3z = -3 \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{3}, \text{ т.к. } \text{НОД}(2, 3) = 1.$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + (1 + \frac{2}{3}x)^2 = x^2 + 4 + 1 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5$$

$f(x) = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5$  — парабола, ветви которой направлены вверх  $\Rightarrow$  минимальное значение  $f(x)$  будет при  $x = x_B$  (т.к.  $\frac{13}{9} > 0$ )

$$x_B = -\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{2 \cdot 13} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 13} = \frac{6}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$x \equiv 3$$

$$x = 3 \Rightarrow f(x) = 13 + 4 + 5 = 22$$

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 0 + 0 + 5 = 5$$

$$5 < 22 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow z = -1$$

Ответ: 5

} нужно рассмотреть ближайшее целое к  $\frac{6}{13}$  такое, чтобы были целыми.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть наименьшее число множества  $M$  равно  $n$ .  
Тогда  $M$  состоит из чисел:  $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$ .

Пусть  $S$  - сумма всех чисел множества  $M$ , тогда  
 $S = n + (n+1) + \dots + (n+6) = 7n + 21$ .

Пусть ~~р состоит из~~  $p = S - a$ , где  $a$  - число из  $M$ ,  
которое не вошло в сумму.

Аналогично  $q = S - b$ , где  $b$  - число из  $M$ , не вошедшее  
в сумму, причем  $a \neq b$ .

Поскольку  $n \in \mathbb{N}$ , то  $p$  и  $q > 2$ , значит;  $p, q \neq 2$   
 $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = (b - a)(a + b + 2S) = 1080$ . т.к.  $p, q$  - простые

$p = S - a = 7n + 21 - (n + k) = 6n + (21 - k)$ , где  $\begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ k \in [0; 6] \end{cases}$ .

$p \neq 2 \Rightarrow (6n + (21 - k)) \neq 2 \Rightarrow (21 - k) \neq 2 \Rightarrow k$  - четное,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow k \in \{0, 2, 4, 6\} \Rightarrow a \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$ .

Аналогичные рассуждения для  $q = S - b$ :

$b \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$ .

$p^2 - q^2 = 1080 \Rightarrow p > q \Rightarrow a \neq b \Rightarrow a \neq n+6; b \neq n$ .

Переберем все варианты:

1)  $a = n$  и  $b = n+2 \Rightarrow 2(-2n+2+2(n+2)) = 1080$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = -n - 1 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 20 \Rightarrow 6n = 250 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ противоречие}$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array}$$

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 4 + 2(7n + 21))$$

$$135 = -n - 2 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 19$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ Противоречие}$$

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 3(-n - 3 + 7n + 21)$$

$$90 = 6n + 18$$

$$30 = 3n + 6$$

$$10 = n + 2 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow a = 8, b = 14, S = 77 \Rightarrow q = 63 \div 3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow q \notin \mathbb{P}$   
Противоречие

$$4) a = n + 2, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 3 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 18$$

$$90 = 2n + 6 \Rightarrow 45 = n + 3 \Rightarrow n = 42 \Rightarrow a = 44, b = 46, S = 305 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p = 271 \\ q = 269 \end{array} \right\}$$

~~$\Rightarrow q = 269 \notin \mathbb{P}$  и  $q = 269 \notin \mathbb{P}$  противоречие~~  
 ~~$\Rightarrow p = 271 \notin \mathbb{P}$  и  $q = 269 \notin \mathbb{P}$  противоречие~~

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -2n - 8 + 2(7n + 21)$$

$$135 = -n - 4 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 17$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ -противоречие}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 5 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 16$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ -противоречие}$$

Итого: подходит только  $n = 42$

отв:  $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

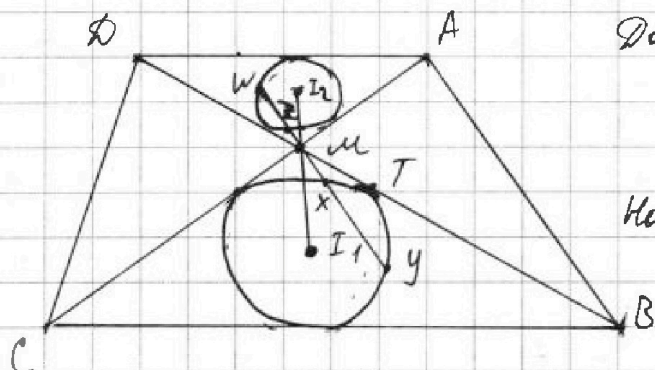


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $ABCD$ -трапеция  
 $AD:BC = 1:2$   
 $I_1, I_2 = 8$   
 $MZ \cdot MY = 9$   
 Найти:  $R_1$

Решение:

$M I_1$  - бисс.  $\angle CMB \Rightarrow \angle C M I_1 = \frac{1}{2} \angle CMB$ .  
 $M I_2$  - бисс.  $\angle DMA \Rightarrow \angle D M I_2 = \frac{1}{2} \angle DMA$ .  
 $\angle DMA = \angle CMB$  - вертик. }  $\Rightarrow \angle D M I_2 = \angle C M I_1$

$M \in DB$  }  $\Rightarrow M \in I_1 I_2$   
 $\angle D M I_2 = \angle C M I_1$

$\triangle CMB$  и  $\triangle DMA$ :

$\angle DMA = \angle CMB$   
 $\angle DAM = \angle CMB$  - накр. лет. при  $AD \parallel BC$ , сск.  $AC$  }  $\Rightarrow \triangle DMA \sim \triangle CMB$   
 (относ. т. М)

$\Rightarrow \triangle DMA$  гомотетична  $\triangle CMB$  с коэффициентом  $-2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow w_2$  гомотетична  $w_1$  с коэффициентом  $(-2)$  (относ. т. М).  
 $\Rightarrow R_2 = \frac{1}{2} R_1$  (где  $R_1$  - радиус  $w_1$ ,  $R_2$  - радиус  $w_2$ ).

$$Mx = 2Mz \quad ; \quad M I_2 = \frac{1}{2} M I_1$$

$$Mw = \frac{1}{2} My \quad \text{по св-ву касат.}$$

$$\text{Пусть } w_1 \text{ и } w_2 \text{ касаются в } T. \Rightarrow MT^2 = Mx + Mw = 2Mz \cdot My = 18.$$

$$I_1 I_2 = M I_2 + M I_1 = 3 M I_2 \Rightarrow M I_2 = \frac{I_1 I_2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow M I_1 = \frac{16}{3}$$

$\triangle M I_1 T$ :  $I_1 T \perp MT$  - по свойству касат.  $\Rightarrow$

$$\angle M T I_1 = 90^\circ \Rightarrow M I_1^2 = M T^2 + I_1 T^2 \text{ - по т. Пифагора } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 T^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 18 = \frac{94}{9} \Rightarrow I_1 T = R_1 = \frac{1}{3} \sqrt{94}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Треугольные пирамиды:~~

~~Не 3 точки, лежащих на 1 прямой, иначе 4 точки~~  
назавем 4 точки  $\notin \alpha$  особыми. образуют плоскость  $\neq \alpha$

~~Треугольные пирамиды; содержащие ровно:~~

1) 1 особая точка: ~~не могут содержать~~ могут содержать

$$C_4^1 \cdot (C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8) = 4(56 + 35 + 32 + 16 + 8 + 1) = 4 \cdot 196 = 784$$

от 3 до 8 точек  $\in \alpha$ .

2) 2 особые точки: могут содержать не более 2-х точек  $\in \alpha$ , иначе не пирамида  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 120 + 48 = 168$$

3) 3 особые точки: могут содержать не более

1-й точки  $\in \alpha$ , иначе не пирамида  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow C_4^3 \cdot C_8^1 = 4 \cdot 8 = 32$$

4) 4 особые точки: не могут содержать точек  $\in \alpha$ ,

иначе не пирамида  $\Rightarrow C_4^4 = 1$

5) 0 особых точек  $\Rightarrow$  все точки  $\in \alpha \Rightarrow$  не пирамида.  $\Rightarrow 0$ .

$$\text{Итого: } 1 + 32 + 168 + 784 = 785 + 200 = 985$$

~~не пирамида~~

Ответ: 985.



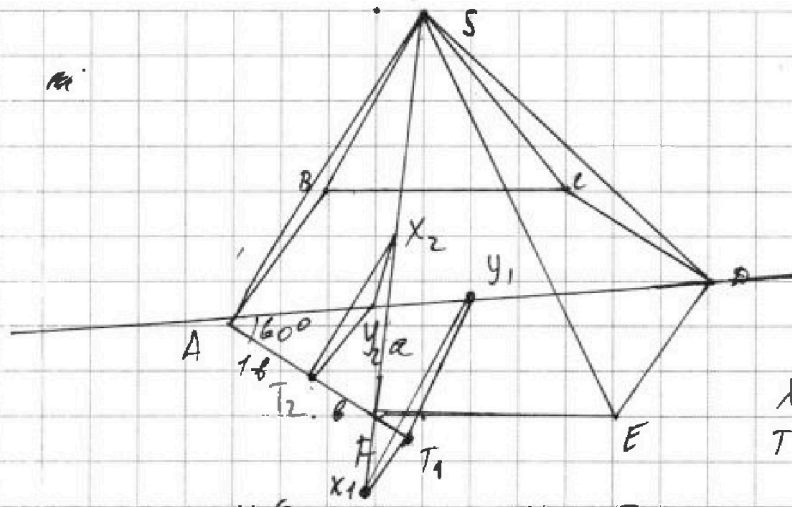


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$X \in SF, XT \parallel SB, TE \parallel AF,$~~   
 ~~$F$~~

$X \in SF; (ASF): XT \parallel SA,$   
 $TE \parallel AF; (ABCDE): TY \parallel AB,$   
 $YE \parallel AD;$

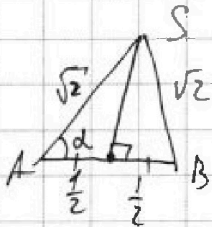
$XT \parallel SA \} \Rightarrow (TYX) \parallel (SAB) \Rightarrow$   
 $TY \parallel AB$

$\Rightarrow XY \parallel (SAB).$

$AS \parallel T_0 X_0 \Rightarrow \angle SAF = \angle XTF - \text{напр. лем.} \} \Rightarrow$   
 $\angle TXF = \angle ASF - \text{напр. лем.}$

~~$X_2 \in \text{отр. SF} \Rightarrow T_2 \in \text{отр. AF}$~~   
 $\Rightarrow \triangle XTF \sim \triangle SAF.$

$TY \parallel AB, \} \Rightarrow \angle XTY = \angle SAB, \text{ или } \angle XTY = 180^\circ - \angle SAB.$   
 $XT \parallel AS$



$\triangle SAB: SA = \sqrt{2}; SB = \sqrt{2}; AB = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos \angle SAB = \frac{1+2-2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

$$\triangle XTY: XY^2 = XT^2 + TY^2 - 2XT \cdot TY \cdot \cos \angle XTY = XT^2 + TY^2 - 2XY \cdot TY \cdot \cos \angle SAB,$$

т.к. ~~то~~  $\cos \angle XTY > 0 \Rightarrow \cos \angle XTY = \cos \angle SAB$

$$\angle BAF = 120^\circ$$

$$\angle BAF = \angle DAF = 60^\circ$$

$TY \parallel AB \Rightarrow \angle BAY = \angle AYT = 60^\circ \Rightarrow \triangle ATY - \text{равноб.} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AT = AY = TY.$$

$$TF = b \Rightarrow AT = 1 - b; \quad XF = a, \quad SX = \sqrt{2} - a.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n+1 + n+21 = 2n+22$$

$$\div 3 \quad \div 3 \Rightarrow n \in \emptyset$$

$$2) a=n, b=n+4. \Rightarrow 1080 = 4 \cdot (2n+4 + 2(14n+21))$$

~~270~~  $270 = 16n + 46$

$135 = 8n + 23$

$8n = 112 \Rightarrow n = 14 \Rightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=18 \\ c= \end{cases}$

~~37~~ 
$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 7 \\ \hline 217 \end{array}$$

$217 + 21 = 238$

$238 - 31 = 207$

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 3} \\ - 9 \quad 136 \\ \hline 18 \end{array}$$

$18 + 90 =$

$$\begin{array}{r} - 305 \\ - 42 \\ \hline p \quad 263 \end{array}$$

$q = 261$

$110 = 55 \cdot 2 =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ \sqrt{4} \\ \hline 284 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ + 21 \\ \hline 305 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 7 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 7 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ + 21 \\ \hline 119 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n + 1 + 7n + 21 = 8n + 22.$$

$$135 = 4n + 11$$

$$4n = 124$$

$$n = 31 \Rightarrow a = 31; b = 33; S = 238, p = S - a = 207 : 3 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}.$$

Противоречие.

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 4 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 14n + 4 + 42 = 16n + 46.$$

$$135 = 8n + 23$$

$$8n = 112$$

$$n = 14 \Rightarrow a = 14; b = 18; S = 119 \Rightarrow p = 105 : 5 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}$$

Противоречие

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(2n + 6 + 2(7n + 21)).$$

$$360 = 4(n + 3 + 7n + 21).$$

$$90 = 8n + 24$$

$$\div 4 : 4 : 4 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ Противоречие.}$$

$$4) a = n + 2; b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 3 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 24$$

$$\div 8 : 8 : 8 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ - Противоречие.}$$

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 8 + 14n + 42.$$

$$135 = n + 4 + 7n + 21$$

$$135 = 8n + 25 \Rightarrow 8n = 110 \Rightarrow n = \frac{55}{4} \notin \mathbb{P} \text{ - противоречие.}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 5 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 26 \Rightarrow 244 = 8n \Rightarrow 135 = 4n + 13 \Rightarrow 4n = 122$$

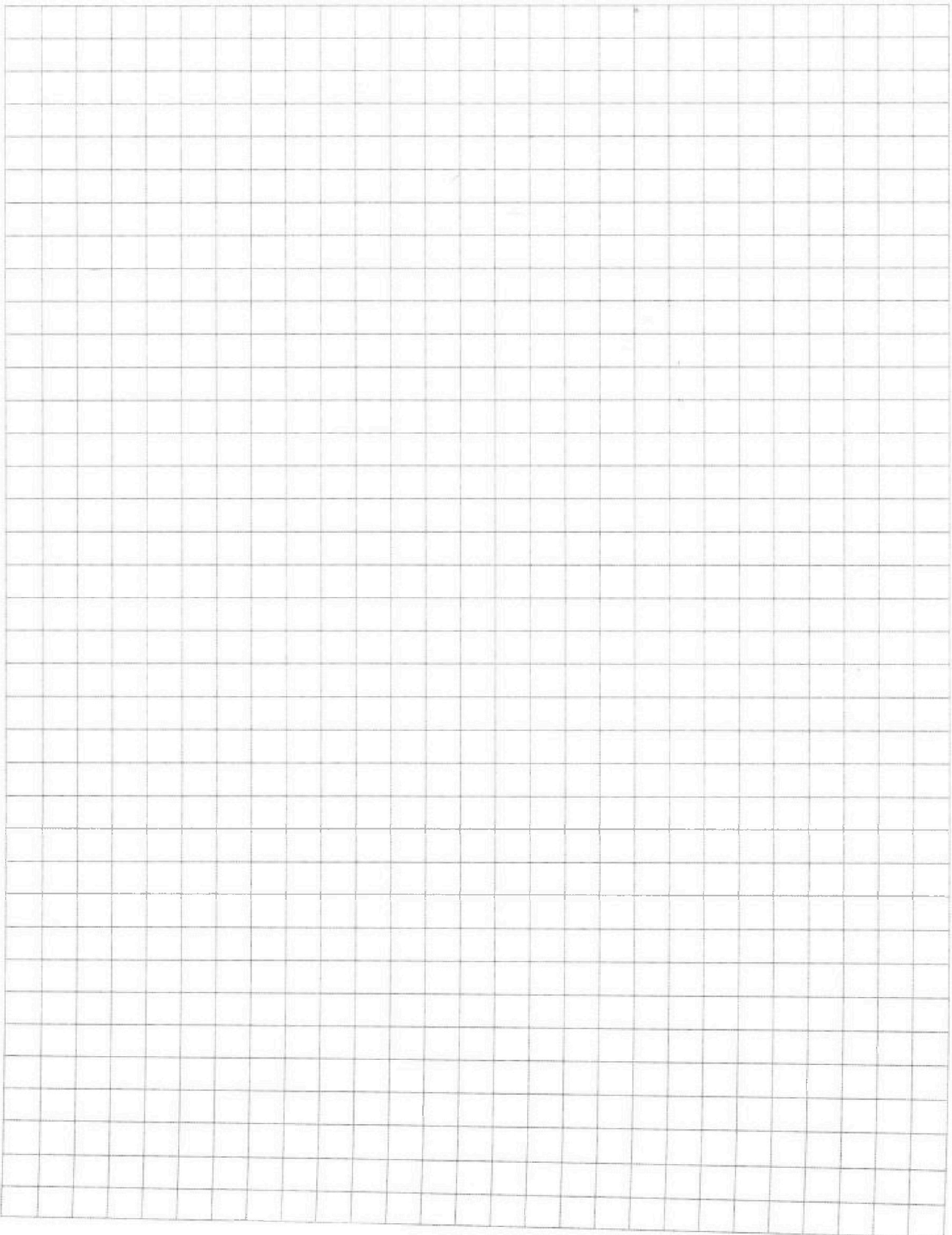


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$   $\rightarrow p = a+b$   $\rightarrow q = b+c$

$(p+2)/(p+9) = 10/10$

$\rightarrow$  -общая часть,  $p \neq q$ ,  $a > c$

$(a-c) \quad (a+c+2b)$

$\downarrow \quad \downarrow$

$\in [1; 6] \quad (b + 2n + 21)$

$1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^1$

$\sum_{i=1}^7 r_i = 2n + 21$   $2n + 21 - (n+1) = 2bn + 20$   $108 \quad | \quad 4 = 2^2$

$p \neq q \Rightarrow$  нечетное  $\Rightarrow 6n + (k+1)$   $\frac{108}{8} \quad | \quad 2 \neq 3^3$

$p > 2$   $\frac{28}{28} - \frac{28}{0}$

$8 \cdot \frac{5}{27} \times \frac{8}{8} = \frac{216}{5}$

$\frac{216}{5}$

$\frac{1080}{5}$

и не одной четности  
и  $p \in (n+2, n+4, n+6) \Rightarrow$

$a-c = \begin{cases} 2 \\ 4 \end{cases}$

$a-c=2 \Rightarrow a+c+2b = 540$

1)  $n+2$  и  $n+4 \Rightarrow 2n+6+$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14}} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$5$$

$$4 \sin \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} < 4 \sin \frac{3\pi}{14} < 4 = 4 \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\textcircled{1} < 4 < 5 \sin \frac{\pi}{2} < 5 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$0 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3}{2}$$

$$0 < 4 \cos \frac{3\pi}{7} < 2$$

$$-2 < -4 \cos \frac{3\pi}{7} < 0$$

$$-2 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} = 4 \cos \frac{2\pi}{7} < \frac{3}{2}$$

$$5 - 4 \sin 3x \sqrt{3 \sin 3x} - 4 \cos 6x$$

$$5 - \sin 9x \sqrt{6 / (\sin 6x \cdot \cos 3x)} - 4 \cos 6x$$

$$5 + 4 / (\sin x - \sin 3x) \sqrt{3 \sin 3x}$$

$$5 - 8 \sin 4x \cos 5x \sqrt{3 \sin 3x}$$

$$8(1 - \sin 4x \cos 5x) \sqrt{3(1 - \sin 3x)}$$

$$\sin \frac{9\pi}{14} = \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} = \cos \frac{4\pi}{7}$$

$$\cos \frac{3\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7}$$

$$8 \sin 3x = 4 \sin 2x$$

$$2 \sin 3x = 2 \sin 2x$$

$$\sin 3x = \sin 2x$$

$$3x = 2x + 2\pi k$$

$$x = 2\pi k$$

$$x = \frac{2\pi}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = S - a \leftarrow \text{т.е. число, а не буква.}$$

$$q = S - b$$

$$(p - q) / (p + q) = 1080$$

$$(b - a) (2S - a - b) = 1080$$

$$\left. \begin{aligned} S &= 4n + 21 \\ S - a &= 2k + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 2k + 1 \\ b &= 4n + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 315 \\ - 44 \\ \hline 271 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 284 \\ \hline 285 \\ + 21 \\ \hline 315 \end{array}$$

$$1) \left. \begin{aligned} a &= n + 2 \\ b &= n + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 540 = 2S - a - b = 74n + 42 - 2n - 6 = 12n + 36$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ - 48 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$45 = 4 + 3$$

$$n = 42$$

$$a = 44; b = 46$$

$$\Rightarrow S = 315; p = 271; q = 269$$

$$2) \left. \begin{aligned} a &= n + 4 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 270 = 14n + 42 - 2n - 8 = 12n + 34$$

$$3) \left. \begin{aligned} a &= n + 4 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{16}{86} = 256$$

$$\times \frac{18}{2} = 30 + 24 = 54$$

$$540 = 14n + 42 - 2n - 10$$

$$540 = 12n - 32$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ : 3 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$80 + 72 = 162$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 162 \\ \hline 94 \end{array}$$

$$n = 42$$

$$\cos \frac{x+4}{2} - \cos \frac{x+4}{2} =$$

$$5 - 4 \cos \frac{2x}{4} \vee 3 \cos \frac{2x}{4} - 4 \cos \frac{3x}{4}$$

$$\frac{x}{4} = t$$

$$5 - 4 \cos x \vee 3 \cos 2x - 4 \cos 3x$$

$$5 \vee 4 (\cos x - \cos 3x) + 3 \cos 2x$$

$$5 \vee 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$

$$8 \sin^2 2x + 8 \sin^2 2x - 3 \sin^2 2x - 3 \cos^2 2x + 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \vee \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14} = 5 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$\frac{3\pi}{14} - \frac{5\pi}{14} = \frac{2\pi}{14} = \frac{\pi}{7} \quad \frac{4\pi}{14} = \frac{2\pi}{7}$$

$$5 + 4 \cos \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{9\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{5\pi}{14} \cdot 2$$

$$5 \vee 8 \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{5\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 8 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\frac{8}{14} \vee \frac{112}{14} > 8$$

$$5 - 2\sqrt{3} > 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} < 8$$

$$-2\sqrt{3} > -4 \sin \frac{9\pi}{14} < -4$$

~~Handwritten scribble~~

$$\frac{8}{14} > \frac{112}{14} > 8$$

$$4 \geq 4 \sin \frac{9\pi}{14} \geq 2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} > 2$$

$$\frac{8}{14} > \frac{112}{14}$$

$$\frac{8}{14} > \frac{112}{14} > 8$$

$$4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left( \sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$\frac{8}{14} = x \Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d=2, a_1=132, 120 \cdot 8 = 720$$

$$\sum a_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(2a_1 + d) \cdot n}{2}$$

$$180 \cdot 4 = 720$$

$$6-2$$

сумма чисел в  $n$ -угольнике =  $180(n-2)$

$$\frac{264+2 \cdot 266 \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$360n - 360 = 266n$$

$$260n + 100n - 720 = 266n$$

$$84n = 720$$

$$4 \cdot 21 = 360 \cdot 2$$

$$n = \frac{360}{44} \approx 8$$

2-е лчс

$$\ln 75 = \ln 25 + \ln 3$$

$$\ln 125 = \ln 25 + \ln 5$$

$x, y, z$  збб.

$$x^2 \ln 5 + y^2 \ln 5 + y \ln 3 + z^2 \ln 25 + z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$e^{x \ln 25} \cdot e^{y \ln 75} \cdot e^{z \ln 125} = e^{\ln 45}$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{2x+2y+2z} \cdot 3^y \cdot 5^z = 3^2 \cdot 5^1$$

$$\left. \begin{aligned} 2x+2y+2z &= 1 \\ y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x+4+3z=1$$

$$2x+3z=-3$$

$$\begin{matrix} (?) & :3 & :3 \end{matrix}$$

$$x:3$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \left(1 - \frac{2}{3}x\right)^2 = x^2 + 4 + 1 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 =$$

$$= x^2 + \frac{16}{9}x + 5$$

$y_{\min} = ?$

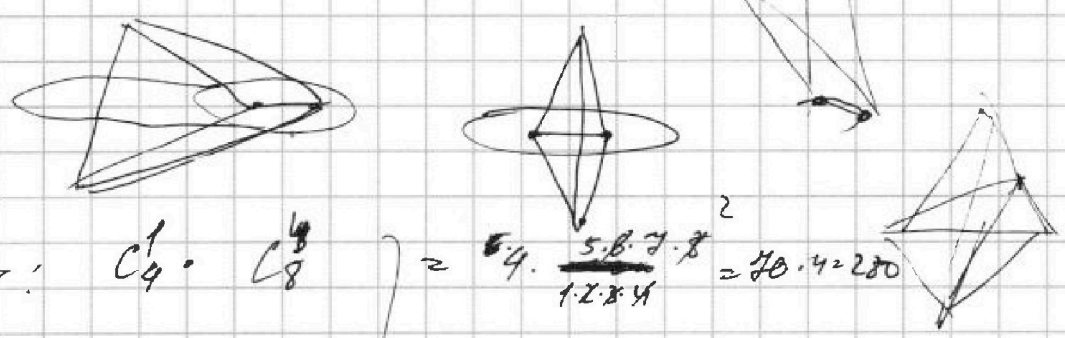
$$x_0 = \frac{-16}{9} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow -1 &\Rightarrow 6 - \frac{16}{9} = \frac{54-16}{9} = \frac{38}{9} \approx 4.2 \\ \rightarrow 0 &\Rightarrow 5 \\ \rightarrow -3 &\Rightarrow 14 - \frac{16}{9} \approx 13.2 \end{aligned}$$

$$14 + \frac{15}{9} \cdot 3$$

30  
 если из 4 точек:  $C_4^3 = 4 \Rightarrow 1 + 8 \cdot 4 = 33$   $\leftarrow$  3 особые точки  
 4 особых точки  
 $C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56 - 3 \text{ из оп.} = 53$   
 $56 \cdot 4 = 216$   
 $\Rightarrow 33 + 216 = 249$   
 1 особая + 3 оп.

~~если из 5 точек~~  
 2 особые точки  $\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 168$   
 $3 \cdot C_4^1 = 12$   $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$   $120 + 48$



$C_4^1 \cdot C_8^4 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4 \cdot 70 = 280$   
 $C_4^2 \cdot C_8^5 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 32 \cdot 4 = 128$   
 $C_4^3 \cdot C_8^6 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 14 \cdot 4 = 56$   
 $C_4^4 \cdot C_8^7 = 1 \cdot 8 = 8$   
 $C_4^1 \cdot C_8^3 = 4 \cdot 56 = 224$   
 $C_4^2 \cdot C_8^2 = 4 \cdot 28 = 112$   
 $C_4^3 \cdot C_8^1 = 4 \cdot 8 = 32$   
 $C_4^4 \cdot C_8^0 = 1 \cdot 1 = 1$   
 $280 + 128 + 56 + 8 + 224 + 112 + 32 + 1 = 841$   
 $841 - 16 = 825$

$x + 2y = 5$   
 $5x + 3y = 29$   
 $5x + 6y = 15$   
 $-3y = 14$   
 $y = -\frac{14}{3}$   
 $5x + 3(-\frac{14}{3}) = 29$   
 $5x - 14 = 29$   
 $5x = 43$   
 $x = \frac{43}{5}$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Логич QR-кода неопущена!



$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + 132 + 2(n-1)}{2} \cdot n = n(n+1) + 132n$$

$$180(n-2) = -n^2 + 133n$$

$$n^2 - 133n + 180n + 560 = 0$$

$$n^2 - 49n - 360 = 0$$

$$49^2 + 360 \cdot 4$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$D = 49^2 - 360 \cdot 4 = 31^2 \Rightarrow n =$$

$$\left[ \frac{49 \pm 31}{2} = \frac{80}{2} = 40 \right]$$

$$\frac{49 - 31}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3600 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ - 1440 \\ \hline 961 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 329 \\ - 188 \\ \hline 141 \end{array}$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$$

$$\textcircled{2204}$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$32 + 1 = 33$$

$$\begin{array}{r} 2209 \\ + 1440 \\ \hline 3649 \end{array}$$

~~$$3649$$~~

$$\begin{array}{r} 30793 \\ - 1968 \\ \hline 32761 \\ + 188 \\ \hline 34649 \\ - 1440 \\ \hline 33209 \\ - 181 \\ \hline 33028 \\ \times 181 \\ \hline 597768 \\ + 330280 \\ \hline 928048 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1968 \\ \times 49 \\ \hline 96384 \end{array}$$

$$0 = 181^2 - 492 \cdot 4$$

$$n^2 - 181n + 492 = 0$$

$$180n - 360 = 132 + n^2 - n$$

$$S = (n-2) \cdot 180$$

$$\frac{(264 + (n-1) \cdot 2)n}{2} = \frac{2}{2} = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$a_1 = 132, a_2 = a_1 + d, a_3 = a_2 + d, a_4 = a_3 + d$$

$$d = 2 \Rightarrow a_1 = 132$$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порядка QR-кода неопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
из

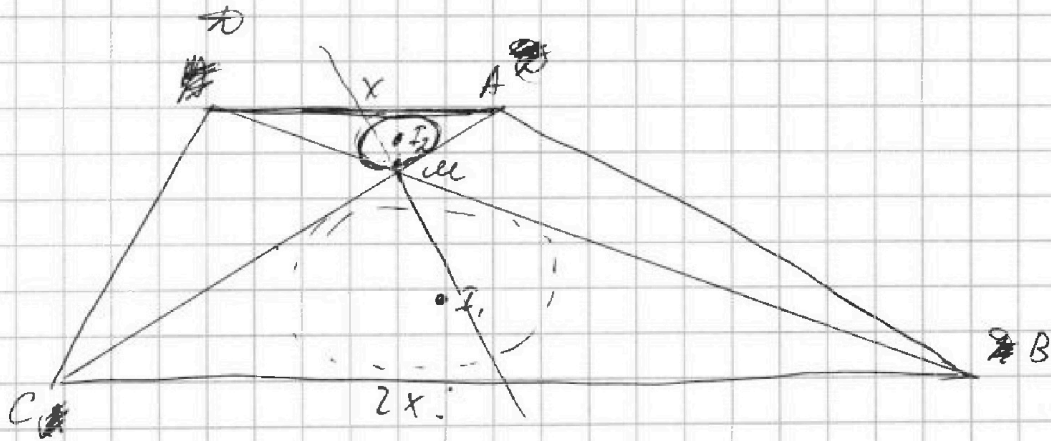
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n, n+1, \dots, n+6$ . - 7 чисел.

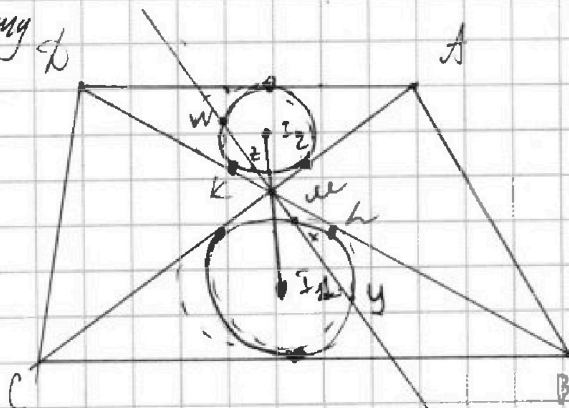
$$\sum_{b=0}^6 n_{b0} = p.$$

Пусть это  $a, b$  и  $c$   
 монато  $\uparrow$  монато  $\uparrow$  монато  $\uparrow$   
 $\uparrow$   $\uparrow$   $\uparrow$   
 $b$   $b+1$   $b+2$

$$(a+b)^2 - (b+c)^2 = 1080.$$



$$\begin{aligned}
 ME &= \frac{1}{2} MX = \frac{1}{2} MX = 2M^2 \\
 ML^2 &= MX \cdot MY = 2M^2 \cdot MY \\
 ML &= 3\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2AD &= BC. \\
 ME \cdot MY &= 9. \\
 I_1, I_2 &= 8. \\
 R_1 &= ? \\
 ML &= 2MK. \\
 ML^2 &= MX \cdot MY \\
 MK^2 &= ME \cdot MW
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4ME \cdot MW &= MX \cdot MY \\
 KM^2 + R^2 &= I_2 M^2 \\
 MI_1^2 + 4KM^2 + MW^2 &= I_1 M^2 = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2I_2 M &= I_1 M \Rightarrow \\
 \Rightarrow I_2 M &= \frac{8}{3}; I_1 M = \frac{16}{3}
 \end{aligned}$$

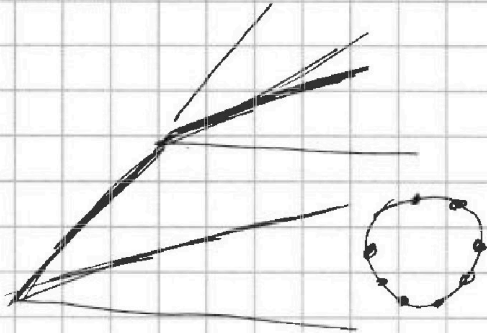


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

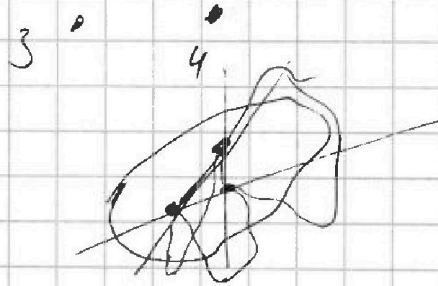
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1.    2.



123

123 }  
 124 } 4 стр.  
 129 }  
 234 }  
 134 }

C3  
 C4  
 C5  
 C6  
 C7  
 C8  
 C9  
 C10  
 C11  
 C12  
 C13  
 C14  
 C15  
 C16  
 C17  
 C18  
 C19  
 C20  
 C21  
 C22  
 C23  
 C24  
 C25  
 C26  
 C27  
 C28  
 C29  
 C30  
 C31  
 C32  
 C33  
 C34  
 C35  
 C36  
 C37  
 C38  
 C39  
 C40  
 C41  
 C42  
 C43  
 C44  
 C45  
 C46  
 C47  
 C48  
 C49  
 C50  
 C51  
 C52  
 C53  
 C54  
 C55  
 C56  
 C57  
 C58  
 C59  
 C60  
 C61  
 C62  
 C63  
 C64  
 C65  
 C66  
 C67  
 C68  
 C69  
 C70  
 C71  
 C72  
 C73  
 C74  
 C75  
 C76  
 C77  
 C78  
 C79  
 C80  
 C81  
 C82  
 C83  
 C84  
 C85  
 C86  
 C87  
 C88  
 C89  
 C90  
 C91  
 C92  
 C93  
 C94  
 C95  
 C96  
 C97  
 C98  
 C99  
 C100

$$\begin{array}{r}
 269 \\
 \hline
 94 \\
 515
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 315 \\
 \hline
 12 \\
 482 \\
 \hline
 47
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 308 \\
 \hline
 44 \\
 44 \\
 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \hline
 1 \\
 44 \\
 \hline
 21 \\
 99
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 369 \\
 \hline
 341 \\
 44 \\
 315
 \end{array}$$

$$116.6 = \frac{2}{9.917} = 3.222$$