



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n | 143^\circ, 143^\circ + 2^\circ, \dots, 143^\circ + 2^\circ \cdot (n-1), n - \kappa - \text{во углов}$$

$$S_{\text{углов}} = \frac{143^\circ + 143^\circ + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n = (143^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ) \cdot n = (142^\circ + n) \cdot n$$

(как ариф. прогрессия)

$$\text{с другой стороны: } S_{\text{углов}} = (n-2) \cdot 180^\circ$$

(по формуле для внут. многоугольника)

$$n^2 + 142n = 180n - 360^\circ \quad \text{или} \quad n^2 - 38n + 360^\circ = 0$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360^\circ = 361^\circ - 360^\circ = 1^\circ \quad n = \frac{19^\circ \pm 1^\circ}{1^\circ} \leq \begin{matrix} 20 \\ 18 \end{matrix}$$

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \cdot \ln 16 + y \cdot \ln 8 + z \cdot \ln 24 = \ln 6, x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \quad \min [x^2 + y^2 + z^2] = ?$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6 \quad 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y} \cdot 2^{3z} \cdot 2^z = 2^1 \cdot 3^1$$

Степень 3 меняется только от $z \Rightarrow z = 1$:

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x+3y = -2 \quad 4x+3y = 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 2$$

$$4(x+2) + 3(y-2) = 0 \quad 4(x+2) = 3(2-y)$$

$$\Rightarrow x+2 : 3 \Rightarrow x = 3k+1, k \in \mathbb{Z}$$

$$4(3k+3) = 3(2-y)$$

$$4k+4 = 2-y \quad y = -4k-2$$

Подставим:

$$(3k+1)^2 + (4k+2)^2 + 1^2 = 9k^2 + 6k+1 + 16k^2 + 16k+4 + 1 =$$

$$= 25k^2 + 22k + 6 \quad k_0 = \frac{-22}{2 \cdot 25} = \frac{-11}{25} \notin \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow$ для мин либо при $k = -1$ либо $k = 0$:

$$k=0: 1^2 + 2^2 + 1^2 = 1+4+1=6$$

$$k=-1: (-2)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 4+4+1=9$$

Ответ: 6.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N \ 3 \quad \alpha, \alpha+1, \alpha+2, \alpha+3, \alpha+4, \alpha+5, \alpha+6, \alpha \in N$$

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$1) (p+q)(p-q) = 8 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

Заметим, что $p+q > p-q$, тк $p, q \in N$

Значит на факторы запишем все возможные значения $p+q$:

Запишем все факторы $8 \cdot 99$:

$$792, \frac{792}{2}, \frac{792}{3}, \frac{792}{4}, \frac{792}{8}, \frac{792}{9}, \frac{792}{6}, \frac{792}{11}, \frac{792}{12},$$

минимальное значение такой шестёрки = $\alpha + \alpha + 1 + \dots + \alpha + 5 = 6\alpha + \frac{1+5}{2} \cdot 5 = 6\alpha + 15$

максимальное значение = $\alpha + 1 + \alpha + 2 + \dots + \alpha + 6 = 6\alpha + 15 + 6 = 6\alpha + 21$

2) Т.е. p и q отличаются не более на 6:

Все делители 792:

$$1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72, 11, 22, 33, 44, 66, 88, 99, 132, 198, 264, 396, 792$$

из которых $p+q$ может быть: 702, 706, 708, 710, 712,

$p+q$	$p-q$
702	1
396	2
264	3
198	4
156	6
132	12
110	18
90	24
72	36

Подпись на 110 (33, 24)

$$p+q=33$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

№3. Трехлитровые

1.1: $6\alpha + 15 = 97$ $6\alpha = 82$ (неверно, т.к. $82 \not\div 3$)

1.2: $6\alpha + 16 = 97$ $6\alpha = 81$ (неверно, т.к. $81 \not\div 2$)

1.3: $6\alpha + 17 = 97$ $6\alpha = 80$ (неверно, т.к. $80 \not\div 3$)

2.1: $6\alpha + 15 = 199$ ~~$6\alpha = 184$~~ (неверно $199 \not\div 3$)

2.2: $6\alpha + 16 = 199$ $6\alpha = 183$ (183 нечетно)

2.3: $6\alpha + 17 = 199$ ~~$6\alpha = 182$~~ ($182 \not\div 3$)

2.4: $6\alpha + 18 = 199$ $6\alpha = 181$ (181 нечетно)

2.5: $6\alpha + 19 = 199$ $6\alpha = 180$ $\alpha = 30$

$M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

~~2.6. 6α~~ Ответ: $M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/3 Продолжение:

$p+q$	$p-q$	Пошагово 13) условие (1) не выполняется из условия (2) возможны лишь случаи 1-5:
1) 792	1	1) $\begin{cases} p+q = 792 \\ p-q = 1 \end{cases}$ $2p = 793$ (неверно)
2) 396	2	2) $\begin{cases} p+q = 396 \\ p-q = 2 \end{cases}$ $2p = 398$ $q = 197$ (подходят)
3) 264	3	3) $\begin{cases} p+q = 264 \\ p-q = 3 \end{cases}$ $2p = 267$ (неверно)
4) 198	4	4) $\begin{cases} p+q = 198 \\ p-q = 4 \end{cases}$ $2p = 202$ $p = 101$ $q = 97$ (оба подходят)
5) 132	6	5) $\begin{cases} p+q = 132 \\ p-q = 6 \end{cases}$ $2p = 138$ $p = 69$ $q = 63$ (оба подходят)
6) 99	8	
7) 88	9	
8) 72	11	
9) 66	12	
10) 44	18	
11) 36	22	
12) 33	24	
13) 24	33	

Подходят лишь варианты $(p=101, q=97)$ либо $(p=199, q=197)$

Сумма изначального набора может принимать значения лишь:

1) $60x+15$	Разность 4 возможна, если [(1) и 5)], [(2) и 6)], [(3) и 7)]
2) $60x+16$	
3) $60x+17$	Разность 2 возможна, если [(1) и 3)], [(2) и 4)], ... [(5) и 7)]
4) $60x+18$	
5) $60x+19$	
6) $60x+20$	
7) $60x+21$	



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

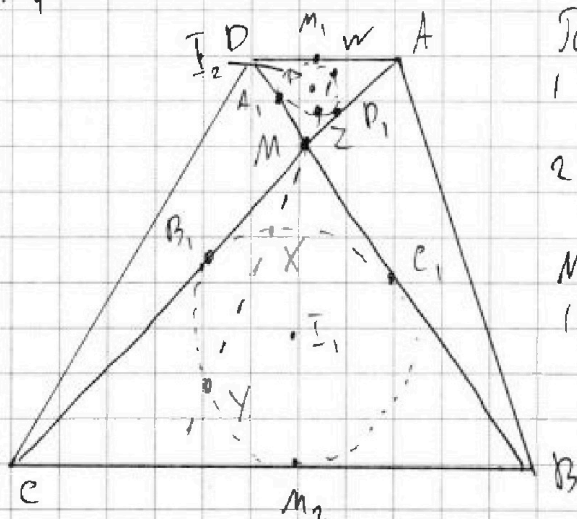
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 4



Пусть ~~данная~~ окружность
1 кас. в $\{.3\} B_1, C_1, M_2, \alpha$

2 касается в $\{.3\} A_1, D_1, M_1$.

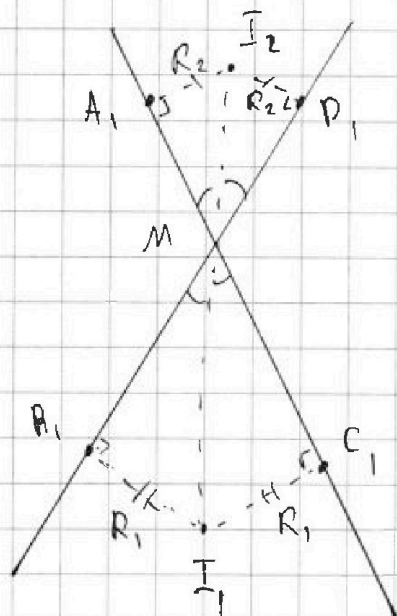
$MA_1 = MD_1$, $MB_1 = MC_1$,
(как отрезки кас.)

По теореме о кас. и секущей:

$$B_1 M^2 = M X \cdot M Y$$

$$A_1 M^2 = M Z \cdot M W$$

Заметим что I_1 и I_2 лежат на 1 прямой
с $\{.3\} M$, Т.К. I_1 и I_2 лежат на биссектрисах
вертикальных углов. (центр впис. окружности
лежит на пересечении биссектрис Δ)



$$I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M \neq$$

$$\Delta MA_1 I_2, \Delta MI_2 D_1, \Delta MB_1 I_1, \Delta$$

$$\Delta I_1 M C_1 - \text{прямоуг. } \Delta.$$

$$\Rightarrow I_1 I_2 = \sqrt{R_1^2 + MB_1^2} + \sqrt{R_2^2 + MA_1^2}$$

$$\text{также } \Delta MCB \sim \Delta AMD$$

$$k = \frac{BC}{AD} = 2 \Rightarrow R_1 = 2R_2$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{R_1^2 + R_2^2} +$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 4 Продолжение:

В.М.З. Заметим, что $\triangle A_1 M I_2 \sim \triangle M B_1 I_1$,
 (т.к. оба прямоугол. и $\angle A_1 M I_2 = \angle B_1 M I_1$, как биссект.)

$$n = \frac{R_1}{R_2} = 2 \quad (\text{коэф. подобия})$$

$$\Rightarrow M B_1 = 2 M A_1$$

$$\begin{cases} 4 M A_1^2 = M X \cdot M Y \end{cases}$$

$$\begin{cases} M A_1^2 = M Z \cdot M W \end{cases}$$

$$\cancel{M X \cdot M Y}$$

$$4 M A_1^4 = \underbrace{M Y \cdot M Z \cdot M X \cdot M W}_5$$

$$M X = 2 \cdot M Z$$

$$M Y = 2 M W$$

$$4 M A_1^4 = 5^2$$

$$\frac{M Y}{2} = M W$$

$$M A_1^2 = \frac{5}{2}$$

$$M A_1 = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$M B_1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot 2$$

$$\frac{13}{2} = \sqrt{4 k_2^2 + 4 \cdot \frac{5}{2}} + \sqrt{k_2^2 + \frac{5}{2}}$$

$$\frac{169}{4} = 4 k_2^2 + 10 + k_2^2 + \frac{5}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N 5 \quad 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Пусть } \alpha = \frac{\pi}{4}: \quad 5 - 4 \sin 3\alpha \quad \vee \quad 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 4(-4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha) \quad \vee \quad 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha$$

$$5 + 16 \sin^3 \alpha - 12 \sin \alpha \quad \vee \quad 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

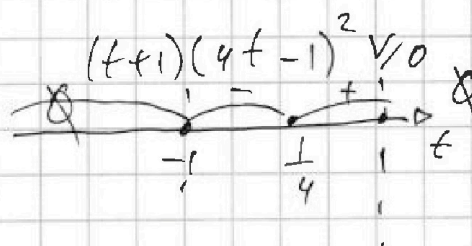
$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 \quad \vee \quad 0$$

Заметим, что $\sin \alpha = -1$ — ~~не~~ решение: $-16 + 8 + 7 + 1 = 0$
 $\sin \alpha = t$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 & t + 1 \\ \hline -16t^3 + 16t^2 & \\ \hline -8t^2 - 7t & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline t + 1 & \\ t + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(t+1)(16t^2 - 8t + 1) \quad \vee \quad 0$$

~~не~~



$$\sin \frac{\pi}{4} \quad \vee \quad \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

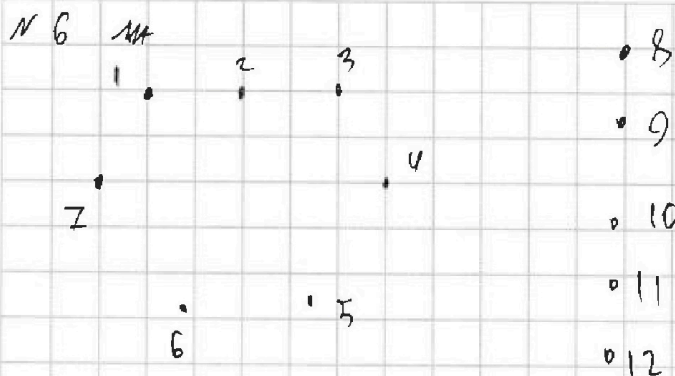
☐ 5

☒ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



из условия следует, что основание либо из точек 1-7, либо включая 8-12, но не 13, т.к. не составляют п-та.

1) Основание среди 1-7: $(C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) \cdot 5$

($\cdot 5$, т.к. это к-во способов выбрать ост. вершину)

$$\left(\frac{7!}{4! \cdot 3!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} + \frac{7!}{6! \cdot 1!} + \frac{7!}{7! \cdot 0!} \right) \cdot 5 = \left(\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} + \frac{6 \cdot 7}{2} + \frac{7}{1} + 1 \right) \cdot 5$$

$$= 25 \cdot 7 + 3 \cdot 5 \cdot 7 + 35 + 5 = 140 + 35 + 15 \cdot 7 + 40 = 180 + 35 + 70 + 35 = 180 + 140 = 200 + 120 = 320$$

2) Основание из 3-х, но включая 8-12:

т.к. пирамиды с 1 вершиной из 8-12 уже посчитали, то 2 вершины либо 3 среди (8-12):

2.1) 2 верш: $C_5^2 \cdot C_7^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 3}{6 \cdot 2 \cdot 2} = 35$

2.2) 3 верш: $C_5^3 \cdot 7 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 7 = \frac{4 \cdot 5}{2} \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70$

Всего: $70 + 35 + 320 = 390 + 35 = 425$

Ответ: 425



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

792	1
396	2
264	3

66	12
44	18
33	24
22	33
36	

792	-	1
396	-	2
264	-	3
198	-	4
132	-	6
99	-	8
88	-	9
72	-	11
66	-	12
44	-	18
36	-	22
33	-	24
24	-	33

$$\frac{792}{36} = \frac{80911}{4.9} = \frac{44}{1} = 22$$

$$66 \cdot 12 = 3 \cdot 22 \cdot 3 \cdot 4$$

$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5,$
 $a+6$

- 1) $6a+15$
- 2) $6a+16$
- 3) $6a+17$
- 4) $6a+18$
- 5) $6a+19$
- 6) $6a+20$
- 7) $6a+21$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 Продолжение:

$$x+1 = \frac{y}{\sqrt{3}} + 1 \quad \sqrt{3}x = y \quad x = \frac{\sqrt{3}}{3}y$$

Пусть α — абсцисса $\{0\}$ y : $y \in \{\alpha; \frac{\sqrt{3}}{3}\alpha; 0\}$

Найдем ур-е плоскости SAB: $nx + my + pz + d = 0$

$$\begin{cases} 0 + 0 + p \cdot 2\sqrt{3} + d = 0 \\ -1 \cdot n - \sqrt{3} \cdot m + 0 + d = 0 \\ 1 \cdot n - \sqrt{3} \cdot m + 0 + d = 0 \end{cases} \begin{cases} p = -\frac{d}{2\sqrt{3}} \\ n + \sqrt{3}m = d \\ n - \sqrt{3}m = -d \end{cases} \begin{cases} p = -\frac{d}{2\sqrt{3}} \\ 2n = 0 \\ n - \sqrt{3}m = -d \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -\frac{d}{2\sqrt{3}} \\ n = 0 \\ m = \frac{d}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$0 \cdot x + \frac{d}{\sqrt{3}} \cdot y - \frac{d}{2\sqrt{3}} \cdot z + d = 0 \quad | \cdot \frac{\sqrt{3}}{d}$$

$$y - \frac{z}{2} + \sqrt{3} = 0$$

$$2y - z + 2\sqrt{3} = 0$$

Найдем нормаль: $\vec{n} = (0; 2; -1)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

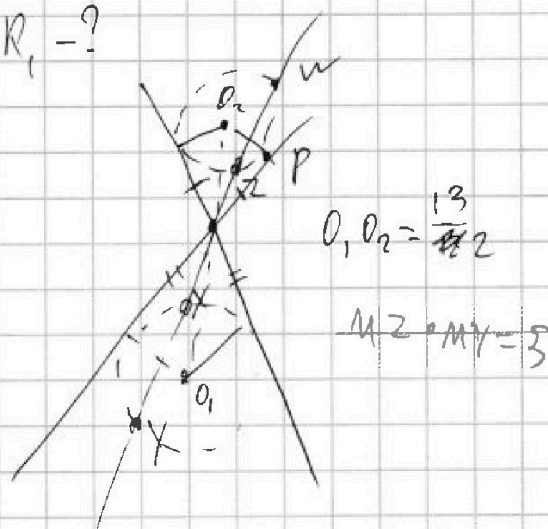
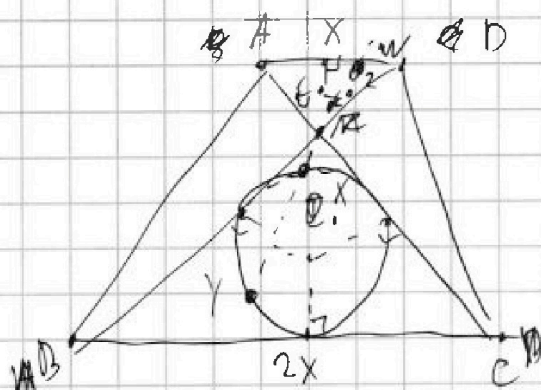
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \frac{\pi}{14} \vee \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6}$$

$R_1 - ?$



$$\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \vee \frac{1}{8}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{6} \vee$$

$$\min[S] = 8\alpha + \frac{1+5}{2} \cdot 5$$

$$6\alpha + 15$$

$$\max[S] = 6\alpha + 15 + 6$$

$$6\alpha + 21$$

1, 2, 4, 8, 3, 2, 11,
12, 36, 44, 24, 72, 88,
99, 21, 792, 203, 11

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{792}{66}$$

$$\frac{3 \cdot 3^2}{2 \cdot 3} = \frac{36 \cdot 2}{22}$$

$$\frac{792}{132} = 6$$

$$\frac{792}{99} = 8$$

$$\frac{36}{8} = \frac{18}{4}$$

$$44 \cdot 12 = 11 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$\frac{792}{36} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 11}{4 \cdot 9} = 22$$

- ① - $X - X_1$
- ② - $X_2 - X_1$
- ③ - $792, 396$
- ④ -
- ⑤ -
- ⑥ -
- ⑦ -
- ⑧ -
- ⑨ -
- ⑩ -
- ⑪ -
- ⑫ -
- ⑬ -
- ⑭ -
- ⑮ -
- ⑯ -
- ⑰ -
- ⑱ -
- ⑲ -
- ⑳ -
- ㉑ -
- ㉒ -
- ㉓ -
- ㉔ -
- ㉕ -
- ㉖ -
- ㉗ -
- ㉘ -
- ㉙ -
- ㉚ -
- ㉛ -
- ㉜ -
- ㉝ -
- ㉞ -
- ㉟ -
- ㊱ -
- ㊲ -
- ㊳ -
- ㊴ -
- ㊵ -
- ㊶ -
- ㊷ -
- ㊸ -
- ㊹ -
- ㊺ -
- ㊻ -
- ㊼ -
- ㊽ -
- ㊾ -
- ㊿ -



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1~~ ~~143, 145, ..., 143 + (n-1) \cdot 2~~

$$S = \frac{143 + 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = (143 + n - 1) \cdot n = n(142 + n)$$

$$S = 180 \cdot (n-2) \quad 180n - 360 = 142n + n^2$$

$$0 = 360 - 38n + n^2$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360 = 19^2 - 6^2 \cdot 10 =$$

$$= 361 - 360 = 1$$

$$n = \frac{19 \pm 1}{2} \quad \frac{20}{2} = 10$$

$$24 = 4 \cdot 6 - 2^3 \cdot 3 \quad \frac{18}{2} = 9$$

N2

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 4 + z \ln 6 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = 24$$

(12)

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^z \cdot 3^z = 6$$

$$2 \cdot 3$$

выполнен
линейный квадрат

$$12 = 1$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^z \cdot 3^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} = 2^{-2}$$

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x+3y = -2$$

$$3y = -4x-2$$

$$p+q > p-q$$

$$792 = 2 \cdot 396 =$$

$$= 2^2 \cdot 198 = 2^3 \cdot 99 =$$

$$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

N3

$$a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

$$(p+q)(p-q) = 792$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) \vee 4 \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - 5 \sin\left(\frac{\pi}{14}\right)$$

$$5 + 5 \sin\frac{\pi}{14} \vee 4 \cos\frac{\pi}{7} + 4 \sin\frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 4 \cos 2\alpha - 5 \sin 2$$

$$5 - 4(-4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin 2$$

$$5 + 16 \sin^3 \alpha - 12 \sin \alpha \vee 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

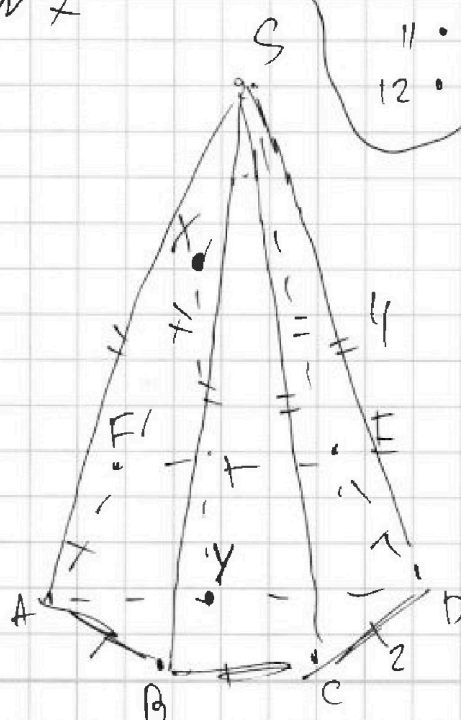
$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 = 0$$

$$1) 16 + 8 - 7 + 1 > 0$$

$$-1) -16 + 8 + 7 + 1 = -16 + 15 + 1 = 0$$

⑥ метр

~ 7



$XY \parallel SAB$

$\min[XY] = ?$

Знаем плоскость SAB
как параметр от Y?

Строим, но можно

$$4X + 3Y = -2 \cdot 4 + 3 \cdot 2$$

$$4(X+2) + 3(Y-2) = 0$$

$$4(X+2) = 3(2-Y)$$

$$x = 3k + 1$$

$$4X + 3Y = -2$$

$$X = -2 \quad Y = 2$$

$$X = -2 \quad Y = 2$$

$$X = -8$$

$$-32 + 3Y = -2$$

$$3Y = 30$$

$$Y = 10$$

$$(-2; 2)$$

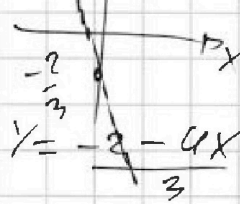
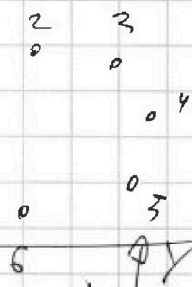
$$(-8; 10)$$

~ 6

①

②

1





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2 \quad x \cdot \ln 16 + y \cdot \ln 8 + z \cdot \ln 24 = \ln 6, \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^z \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

Выражение меняет степень 3 только от z

$$\Rightarrow z = 1$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 8 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \quad 2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x + 3y = -2$$

МАТЕМАТИКА

Алгебра

Уравнения

Задача

$$4x + 3y = -2$$

$$\min [1]$$

$$4x + 3$$