



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника? ✓
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$. ✓
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$. ✓
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$? ✓
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках? ✓
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 6 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 6 \end{array}$$

$q-p=$

$$80+14=94 \quad q+p=625 \Rightarrow 24^2 \quad 56+56=112 \quad 210+9=219$$

$$=94 \quad \text{ММММ} \quad 70+28=98 \quad \frac{98}{210} \quad 4 \cdot (220-1) =$$

$$\text{МММ} \quad = 4 \cdot 220 - 4 =$$

$$= 880 - 4 = 876$$

$$128-81=47 \quad \frac{1+7}{2} \cdot 6 = 4 \cdot 6 = 24$$

$$= 19+28=20+24=44$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

17) Сумма углов в выпуклом многоугольнике равна $(n-2) \cdot 180^\circ$, где n - кол-во вершин.

$$S_n(AП) = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot d, \quad d - \text{разность}$$
$$d = 2^\circ \quad S_n = \frac{132^\circ + 132^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ}{2} \cdot n = (132 + n - 1) \cdot n$$

$$a_1 = 132^\circ \text{ (по условию)}$$

$= 131n + n^2$; Сумма углов должна быть равна сумме АП, значит:

$$131n + n^2 = 180n - 360 \quad n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 360 > 0, \text{ значит два действ.}$$

корня. Воспользуемся Т. Виета:

$$\begin{cases} n_1 \cdot n_2 = 360 \\ n_1 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n_1 + n_2 = 49 \\ n_2 = 40 \end{cases}$$

Значит наибольшее число вершин = 40.

Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2] x \cdot \ln(5 \cdot 5) + y \cdot \ln(3 \cdot 5 \cdot 5) + z \cdot \ln(5 \cdot 5 \cdot 5) = \ln(3 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$(2x + 2y + 3z) \cdot \ln 5 + y \ln 3 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

Т.к. уравнение в целых числах, то

$$y = 2; \text{ значит } 2x + 2y + 3z = 1$$

$$2x + 3z = -3 \quad x = 0 \quad z = -1 \text{ — решение.}$$

$$2x = -3 - 3z$$

$$2x = -3 \cdot (1 + z)$$

$$x = \frac{-3(1+z)}{2}$$

Как нужно ~~минимизировать~~

минимизировать

$$x^2 + y^2 + z^2$$

Решения в целых числах $z = 1; x = -3$

то есть нужно взять наименьшие по

модулю целые числа. $x = 0 \quad z = -1$

подходит, как решение. Меньше по

модулю только пара $x = 0; z = 0$,

но она как не подходит; поэтому

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0^2 + 2^2 + (-1)^2 = 4 + 1 = 5 \text{ — наименьшее.}$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 1080 \quad (p - q)(p + q) = 1080$$

Сумма 6 подряд идущих мат.
чисел как минимум

$$\frac{1+7}{2} \cdot 6 = 6 \cdot 4 = 24, \text{ поэтому}$$

$$p + q \geq 48$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \frac{I_1 M}{I_2 N} = \frac{1}{2} \quad I_1 I_2 = 8 \Rightarrow I_1 M = \frac{16}{3}$$

$$4) \frac{M Z}{M X} = \frac{1}{2} \quad \text{т.к. } \triangle A M Q \sim \triangle C M B, \quad M X \perp$$

$M Z$ — секущие проведенные к окружностям.

$$M Z = \frac{M X}{2} \quad M Z \cdot M Y = 9 = \frac{M X}{2} \cdot M Y = 9$$

$$M X \cdot M Y = \frac{18}{1} = 18 \quad M Q^2 = M X \cdot M Y = 18, \text{ т.к.}$$

$M Q$ — касательная, а $M Y$ — секущая.

$$5) \text{ По Т. Пиф.: } Q I_1 = R \omega_1 = \sqrt{M I_1^2 - M Q^2}$$

$$= \sqrt{\frac{16^2}{9} - 18} = \sqrt{\frac{16^2 - 2 \cdot 9 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (16 \cdot 8 - 81)}{9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 44}{9}} = \frac{\sqrt{88}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{88}}{3}$$

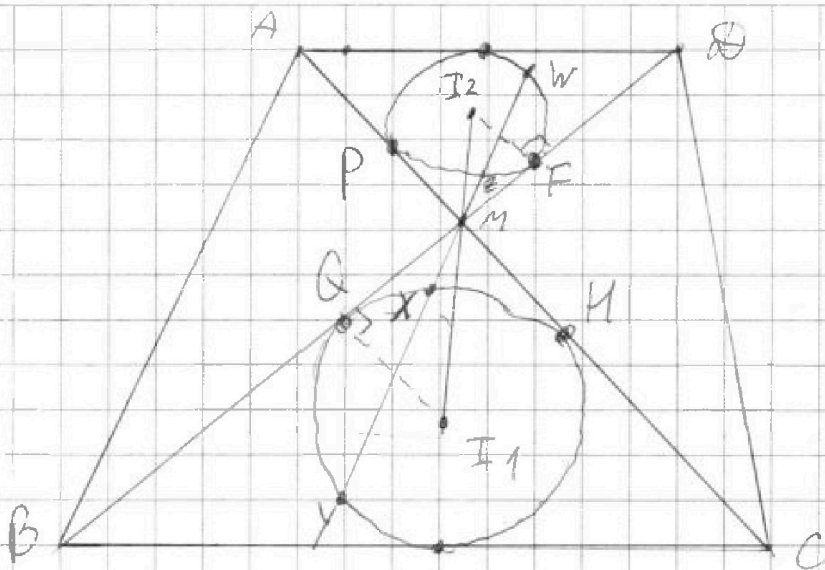


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Прямая $I_1 I_2$ проходит ч/з точку M , т.к. две окружности ω_1 и ω_2 ; касательные к окружностям BD и AC расположены симметрично линии центров.

2) $\triangle MDA \sim \triangle MBC$ ($\angle AMD = \angle BMC$ вертик.; $\angle DAC = \angle ADB$, $\angle DBC = \angle BDA$ как накрест л.с.) по 1-му признаку с коэффициентом $\frac{1}{2}$, т.к.

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}.$$

3) Т.к. $\triangle MDA \sim \triangle MBC \Rightarrow R_{\omega_2} : R_{\omega_1} = 1:2$

значит $\frac{I_2 F}{Q I_1} = \frac{1}{2}$, $\triangle M Q I_1 \sim M F I_2$

(прямой и $\angle Q M I_1 = \angle I_2 M F$ вертик.);

$$\frac{I_2 F}{Q I_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{I_2 M}{M I_1} = \frac{1}{2}; \text{треугольники подобны с } k = \frac{1}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

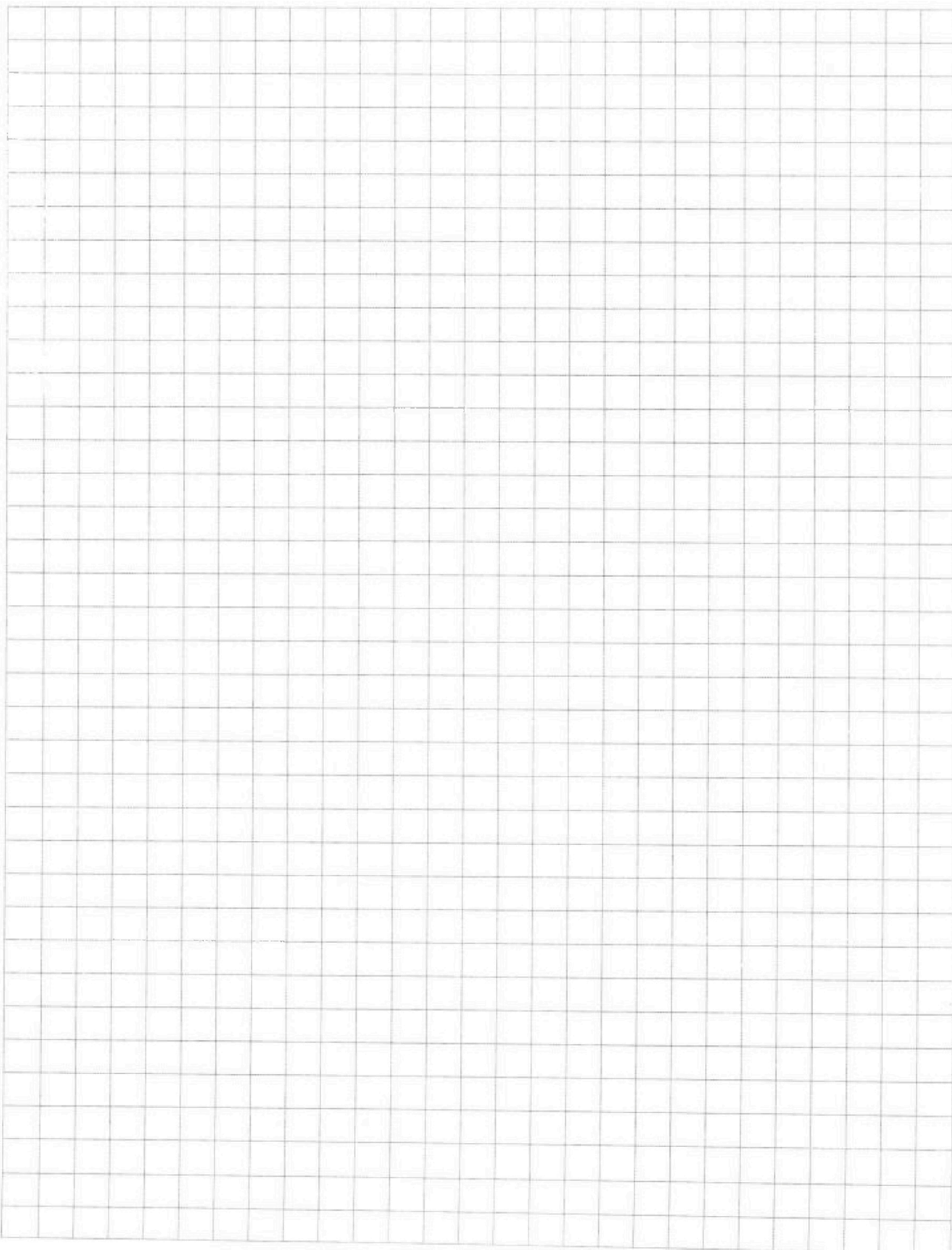
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$[5] \quad 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \vee \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

Пусть $\frac{3\pi}{14} = \alpha$, тогда $\frac{9\pi}{14} = 3\alpha$; $\frac{3\pi}{4} = 2\alpha$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \quad \vee \quad 3 \sin \alpha - 4 \cos 2\alpha$$

$$5 - 4 \cdot (3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) - 3 \sin \alpha + 4 \cos 2\alpha \quad \vee \quad 0$$

$$5 + 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 3 \sin \alpha + 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) \quad \vee \quad 0$$

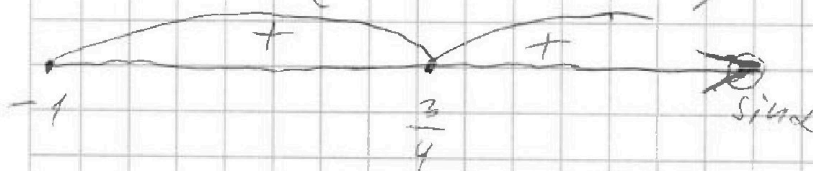
$$\cancel{5} \quad 5 - 15 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha + 4 - 8 \sin^2 \alpha \quad \vee \quad 0$$

$$16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9 \quad \vee \quad 0$$

$$(\sin \alpha + 1)(8 \sin^2 \alpha - 12 \sin \alpha + 9) \quad \sin \alpha = -1 \quad \text{— очевидные корни}$$

$$(\sin \alpha + 1)(16 \sin^2 \alpha - 24 \sin \alpha + 9) \quad \vee \quad 0$$

$$(\sin \alpha + 1)(4 \sin \alpha - 3)^2 \quad \vee \quad 0$$



$$\sin \alpha = \sin \frac{3\pi}{14}, \quad \text{т.е.} \quad \sin \alpha > 0, \quad \text{т.к.} \quad \frac{3\pi}{14} > 0$$

$$\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}, \quad \text{значит} \quad \sin \frac{3\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}, \quad \text{значит} \quad (\sin \alpha + 1)(4 \sin \alpha - 3)^2 > 0,$$

$$\text{значит} \quad 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$\text{Ответ:} \quad 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \text{ точки: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ (способов)}$$

$$4 \text{ точки: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5}{4} = 2 \cdot 7 \cdot 5 = 70 \text{ (способ)}$$

$$5 \text{ точек: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 8 \cdot 7 = 56$$

$$6 \text{ точек: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

$$7 \text{ точек: } 8 \text{ (способ)}$$

$$8 \text{ точек: } 1 \text{ способ}$$

Итого для этого варианта

$$4 \cdot (56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1) = 4 \cdot 219 = 876 \text{ (способ)}$$

(2): одну точку на окр. можем выбрать 8 способами, а три точки вне плоскости

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3} = 4 \text{ (способ)}$$

$$\text{Итого для этого варианта } 8 \cdot 4 = 32 \text{ (способ)}$$

(3): Две точки на окр. выбираем

$$\frac{8 \cdot 7}{2!} = 7 \cdot 4 = 28 \text{ (способ)}; \text{ две точки вне}$$

$$\text{плоскости выбираем } \frac{4 \cdot 3}{2!} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{Итого для этого варианта } 6 \cdot 28 = 168 \text{ (способ)}$$

$$\text{Итого: } 876 + 32 + 168 = 876 + 200 =$$

$$= 1076 \quad \text{Ответ: } 1076 \text{ способов.}$$



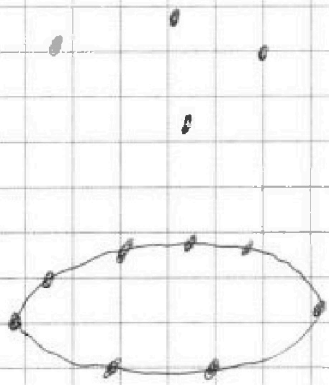
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6



Если 4 точки лежат
в плоскости, то это L ;
поэтому мы можем брать

одну точку из 4-х

(лежащих вне плоскости L), как

вершину пирамиды, а 3, 4, 5... 8 точек
на окружности мы можем

взять 3 точки лежащих вне плоскости
 L , и одну взять на окружности.

(Пирамида задается n точками лежащими
в одной плоскости $n \geq 3$ и одной

точкой ~~на~~ не лежащей в этой плоскости).

Еще (3) мы можем взять две точки
из 4-х не лежащих и две на окружности.

(1): Выберем одну из точек, лежащих
вне L - 4 точки. Выберем 3, 4, 5... 8

точек, лежащих на окружности

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

: ln 25

$$\boxed{2} \quad x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(5 \cdot 9)$$

$$x \cdot \ln(25) + y \cdot (\ln 3 + \ln 25) + z \cdot (\ln 5 + \ln 25) = \ln 5 + \ln 9$$

$$x \cdot \ln 25 + z \cdot (\ln 5 + \ln 25) = \ln 5 + \ln 25 - y \cdot (\ln 3 + \ln 25)$$

$$x + y \cdot \log_{25}(3 \cdot 25) + z \cdot \log_{25}(5 \cdot 25) = \log_{25}(5 \cdot 9)$$

$$x + y + y \cdot \log_{25} 3 + z + z \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \log_5 3$$

$$x + y + \frac{3}{2}z - \frac{1}{2} = \log_5 3 - \frac{1}{2} \cdot y \cdot \log_5 3$$

$$= \log_5 3 \cdot \left(1 - \frac{y}{2}\right)$$

$$\frac{25 \cdot 25}{125} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = 15 \ln(3 \cdot 5 \cdot 5)$$

$$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{3}$$

$$2x \ln 5 + y \ln(3 \cdot 5 \cdot 5) + 3z \ln 5 = \ln(3 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$+ y \cdot (\ln 3 + 2 \ln 5) + 3 \cdot z \cdot \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$2x \alpha + y \cdot (\beta + 2\alpha) + 3 \cdot z \cdot \alpha = 2\beta + \alpha$$

$$(2x + 2y + 3z) \alpha + (y) \cdot \beta = 2\beta + \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1080 = 2 \cdot 540 = 4 \cdot 270 = 8 \cdot 135 = 8 \cdot 27 \cdot 5 = 24 \cdot 45 = 12 \cdot 90 = 6 \cdot 180$$

$$12 \cdot 10 = 120$$

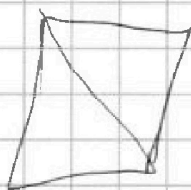
$$24 \cdot 5 = 120$$

$$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^3$$

$$24 \cdot 24$$

$n=7$

$$\frac{(2n-1) \cdot 180^\circ}{2n}$$



$p-q$



$$180 \cdot 1 = 180$$

(3)

2 (4)

4 (6)

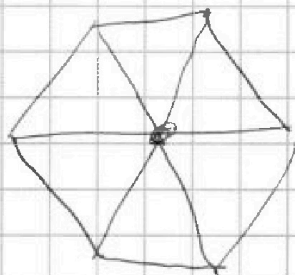
$$180 + 360 = 540$$

$$= 460 + 80 = 540$$

$$120 \cdot 6 = 720$$

$$= 180 \cdot 4$$

$$180^\circ \cdot n$$



$$360 =$$

$$= 60 \cdot 6 =$$

$$= 30 \cdot 12$$

$$= 20 \cdot 18 =$$

$$= 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 =$$

$$= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 =$$

$$= 15 \cdot 24 =$$

$$= 5 \cdot 12 \cdot 24 =$$

$$= 5 \cdot 144 =$$

$$= 30 \cdot 12$$

$$= 5 \cdot 72$$

$$180^\circ \cdot n - 360 = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ$$

$$+ 2 \cdot 180 - 2 :$$

$$S_n = \frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n$$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{132 + 132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n$$

$$= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 =$$

$$= 15 \cdot 24 =$$

$$= 5 \cdot 12 \cdot 24 =$$

$$= 5 \cdot 144 =$$

$$= 30 \cdot 12$$

$$= 5 \cdot 72$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$= 4 + 7 = 11$$

$$= \frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{5 + 5 + 2 \cdot 2}{2} \cdot 3 = 27$$

$$S_n = \frac{5 + 5 + 2 \cdot 2}{2} \cdot 3 = 27$$

$$S_n = \left(132 + (n-1) \frac{2}{2} \right) \cdot n = (132 + n - 1) \cdot n =$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$= (131 + n) \cdot n =$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$= 131n + n^2 = (n-2) \cdot 180$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 = 0 \quad t = -1$$

$$-16 - 8 + 15 + 9 = -24 + 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 \\ 16t^3 + 16t^2 \\ \hline -24t^2 - 15t + 9 \\ -24t^2 - 24t \\ \hline 9t + 9 \\ 9t + 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} t + 1 \\ \hline 16t^2 - 24t + 9 \end{array}$$

$$9D + 54 = 144$$

$$D = 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$$

~~8=20~~

$$D = 144 - 32 \cdot \frac{9}{2} =$$

$$= 144 - 16 \cdot 9 =$$

$$= 144 - 144$$

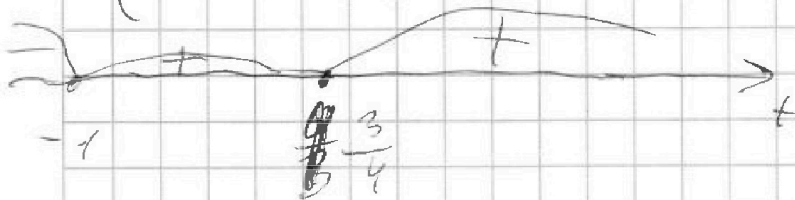
$$\sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$$

$$(16t^2 - 24t + 9)(t+1) = 0$$

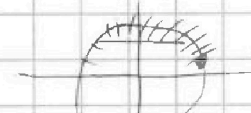
$$(8t^2 - 12t + \frac{9}{2})(t+1) = 0$$

$$(4t - 3)^2 (t+1) = 0$$

$$0 < t < 1$$



$$\sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$



$$\sin(\frac{3\pi}{14}) < \sin(\frac{\pi}{4})$$

$$\frac{6\pi}{28} < \frac{4\pi}{28}$$

$$\frac{17 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\frac{9\pi}{4 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\frac{17 \cdot 2}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{6\pi}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{14\pi}{2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$\frac{17 \cdot 2}{4 \cdot 2}$$

$$\frac{14\pi}{2 \cdot 2 \cdot 2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

[5] $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ Пусть $\frac{3\pi}{14} = \alpha$, $\frac{9\pi}{14} = 3\alpha$, $\frac{3\pi}{7} = 2\alpha$

$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 3 \sin \alpha - 4 \cdot \cos 2\alpha \quad \sin \alpha > 0$

$4 \cdot \cos 2\alpha - 4 \cdot \sin \alpha \vee 3 \sin \alpha - 5$

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$

$4(\cos 2\alpha - \sin 3\alpha) =$

$= 4(\sin(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) + \sin(\alpha - 3\alpha)) = 4 \cdot 2 \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2})$

$(\frac{\pi}{2} - 2\alpha + 3\alpha) = (\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2})$

$\frac{\pi}{4} - \frac{5 \cdot 2\pi}{14 \cdot 2} = \frac{\pi}{4} - \frac{15\pi}{7 \cdot 4} =$

$\frac{\pi}{2} - 2\alpha + 3\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$

$= \frac{7\pi - 15\pi}{7 \cdot 4} = \frac{-8\pi}{7 \cdot 4} =$

$= \frac{-2\pi}{7}$

$8 \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2})$

$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{7 \cdot 4} = \frac{10\pi}{7 \cdot 4} =$

$8 \cdot \sin(-\frac{2\pi}{7}) \cdot \cos(\frac{5\pi}{14}) \vee 3 \cdot \sin(\frac{3\pi}{14})$

$= \frac{5\pi}{7 \cdot 2}$

$8 \cdot 25 + 16 = 30 + 11 = 41$

$9 + 16 = 25$

$5 - 4(3 \cdot \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) \vee 3 \sin \alpha - 4(1 - \sin^2 \alpha) \quad (\sin 3\alpha = \sin(\alpha + 2\alpha) =$

$= \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha =$

$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha \vee 3 \sin \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha$

$= \sin \alpha \cdot (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha =$

$5 - 15 \cdot \sin \alpha + 16 \cdot \sin^3 \alpha + 4 - 8 \sin^2 \alpha \vee 0 = \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

$= \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha)$

$16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9 \vee 0 = \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha =$

$= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

$= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$



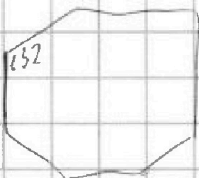
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12



2020

$$x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(45) \quad | : \ln 45$$

$$x \cdot \ln \frac{5 \cdot 5}{9 \cdot 5} + y \cdot \ln \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 9} + z \cdot \ln \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{9 \cdot 5} = 0$$

$$x \cdot \ln \frac{5}{9} + y \cdot \ln \frac{5}{3} + z \cdot \ln \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 3} = 0$$

$$-x \cdot \ln \frac{9}{5} - y \cdot \ln \frac{3}{5} + z \cdot \ln \frac{25}{9} = 0$$

$$\rightarrow x \ln \frac{9}{5} + y \ln \frac{3}{5} - z \ln \frac{25}{9} = 0$$

$$\ln \frac{5}{3} \cdot (y + 2z) = x \cdot \ln \frac{9}{5} \quad \begin{matrix} \ln_{10} \frac{9}{5} \\ \log_{10} \frac{5}{3} \end{matrix}$$

$$y + 2z = x \cdot \frac{\ln \frac{9}{5}}{\ln \frac{5}{3}} \quad \begin{matrix} 5 \cdot 5; & 3 \cdot 5 \cdot 5; & 5 \cdot 5 \cdot 5; \\ & & 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{matrix}$$

$$y + 2z = x \cdot \log_{\frac{5}{3}} \frac{9}{5}$$

$$x \cdot \ln 25 + y \cdot \ln^3(3 \cdot 25) + z \cdot \ln(5 \cdot 25) = \ln(45) \quad | : \ln(45)$$

$$x \cdot \log_{45} 25 + y \cdot \log_{45} (3 \cdot 25) + z \cdot \log_{45} (5 \cdot 25) = 1$$

$$\log_{5 \cdot 5} \frac{25 \cdot 5}{5}$$

$$| : \log_{45} 45$$

$$x \cdot \log_{25} 25 + y \cdot \log_{25} (3 \cdot 25) + z \cdot \log_{25} (5 \cdot 25) = \log_{25} 45$$

$$x + y \cdot (\log_{25} 3 + 1) + z \cdot (\log_{25} 5 + 1) = \log_{25} 45 \quad | : \log_{25} 45$$

$$x \cdot \log_{3 \cdot 25} 25 + y + z \cdot \log_{3 \cdot 25} (5 \cdot 25) = \log_{3 \cdot 25} (9 \cdot 5)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

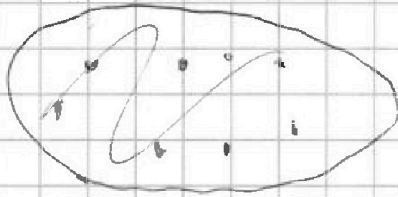
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4 - точки в разн. плоск.

сверху:

3, 4, 5, 6, 7, 8



$$3: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$$

$$4: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!}$$

$$5: \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8 \cdot 7}{1} = 8 \cdot 7$$

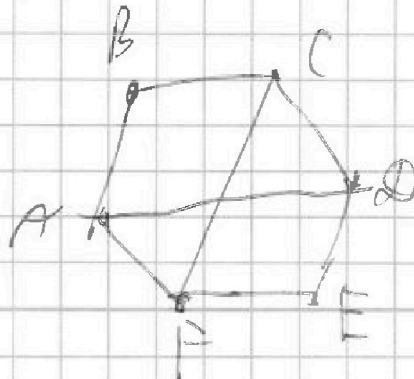
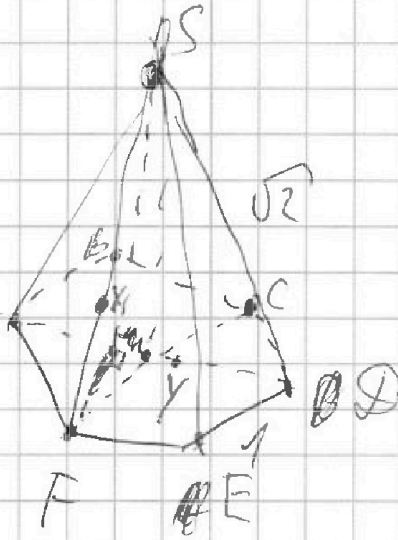
6:

7

min XY - ?

~~$\rho(SF \wedge AB)$~~ - ?

XY || SAB





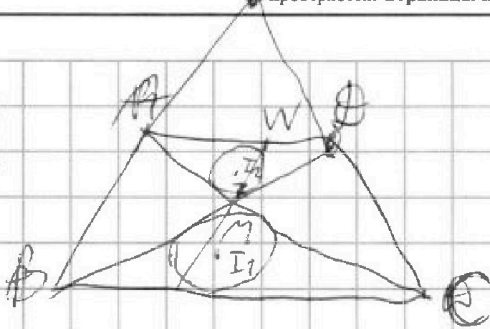
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

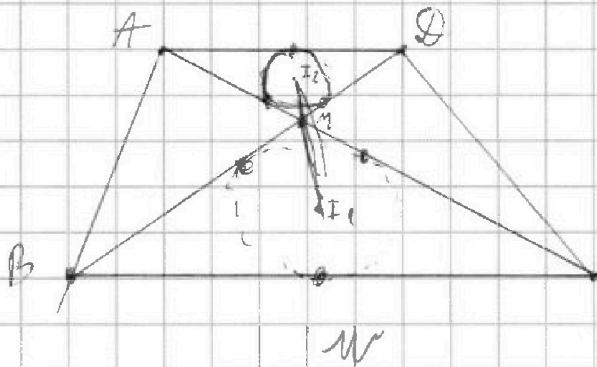
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14



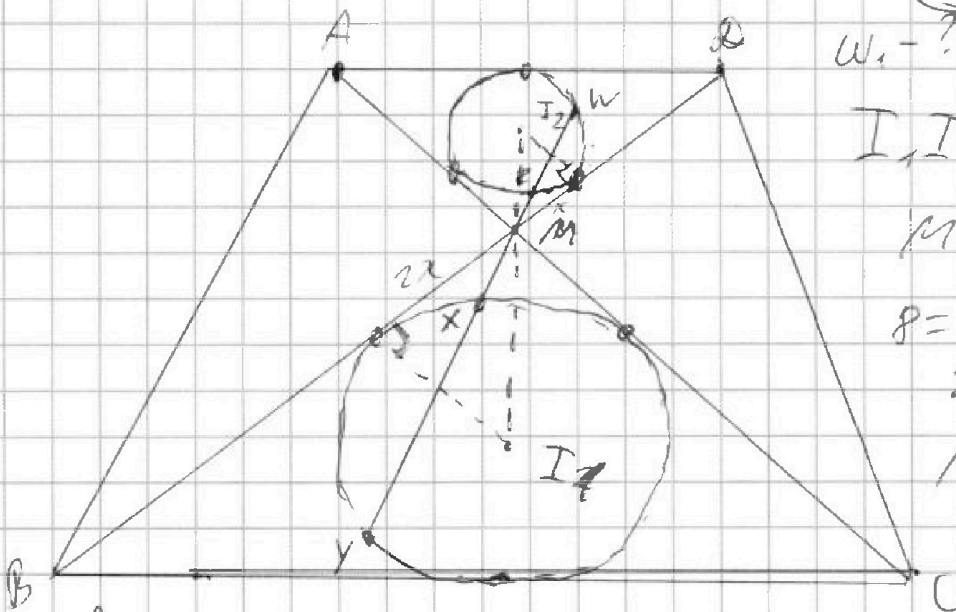
$$\frac{4R}{BC} = \frac{3}{2}$$



$$R = \sqrt{MI_1^2 - 4x^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \cdot 16}{9} - \frac{9}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{16 \cdot 16 \cdot 2 - 81}{18}}$$



$W_1 - ?$

$$I_1 I_2 = R$$

$$MZ \cdot MY = 9$$

$$R = 3x$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$$MI_1 = \frac{2 \cdot 8}{3} = \frac{16}{3}$$

$$MZ = \frac{9}{MY}$$

$$\begin{cases} MX \cdot MY = 2x \\ MZ \cdot MW = x \end{cases}$$

W_1

$$MZ = 2MX$$

$$\begin{cases} MY \cdot MX = 2x \\ \frac{9}{MY} \cdot MW = x \end{cases}$$

$$2MX \cdot MY = 9$$

$$4x^2 = MX \cdot MY = \frac{9}{2} \Rightarrow \cancel{2x^2}$$

$$x^2 = \frac{9}{8} \quad x = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \cancel{W_1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_4 = (132 - (n-1) \frac{2}{2}) \cdot n = (132 - n + 1) \cdot n =$$

$$= (133 - n) \cdot n = 133n - n^2$$

$$(n-2) \cdot 180 = 133n - n^2$$

$$-n^2 + 133n = 360n - 180n - 360$$

$$0 = n^2 + 49n - 360 = 0$$

$$n < 4$$

$$n < 4$$

$$360 = 60 \cdot 6 =$$

$$= 30 \cdot 12 \quad 12 \cdot 5 \cdot 6 =$$

$$90 \cdot 2 = 42 \cdot 5$$

$$180 \cdot 2$$

$$120 \cdot 3$$

$$44 \cdot 1$$

$$60 \cdot 6$$

$$= 30 \cdot 3 \cdot 4 = 90 \cdot 4$$

$$(132 + (n-1)) \cdot n = 180n - 360$$

$$(131 + n) \cdot n$$

$$81 + 450$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$D = 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 - 4 \cdot 60 \cdot 6 =$$

$$= 49 \cdot 49 - 24 \cdot 60$$

$$6 \cdot 60 = 6 \cdot 2 \cdot 30 =$$

$$= 12 \cdot 30 =$$

$$= 24 \cdot 15 =$$

$$= 6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$= 18 \cdot 20 =$$

$$= 9 \cdot 40$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 196 \\ \hline \end{array}$$

$$2401$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ + 1440 \\ \hline 3841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 240 \\ \hline 6 \\ 000 \\ 144 \\ \hline 1920 \end{array}$$

$$132 - 40 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

