



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть кол-во вершин равно  $n$ , тогда, сумма  $\angle$ -ов равна  $180^\circ(n-2)$  (легко доказывается, т.к. у  $\Delta$ -ка  $180^\circ$ , добавляя вершину добавляем "треугольничек"  $\Rightarrow$  сумма  $\angle$ -ов  $180^\circ$ ). С другой стороны  $\angle$ -ы образуют ариф.

прогрессию с разницей 2, тогда сумма  $\angle$ -ов задается как  $132n \pm \frac{2 \cdot (n-1) \cdot n}{2}$ . Приравняем:

$$180^\circ(n-2) = 132n \pm \frac{2 \cdot (n-1) \cdot n}{2}$$

$$1) \quad 180n - 360 = 132n + n^2 - n;$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0;$$

$$n_1 + n_2 = 49 \Rightarrow \boxed{n_1 = 40}$$

$$\text{иначе: } n_1 \cdot n_2 = 360 \Rightarrow n_2 = 9$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ + 4 \\ \hline 364 \\ \hline 360 \\ + 47 \\ \hline 3649 \end{array}$$

$$2) \quad 180n - 360 = 132n - n^2 + n; \quad n_{1,2} = \frac{-47 \pm \sqrt{47^2 + 4 \cdot 360}}{2}$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0; \quad n_{1,2} = \frac{-47 \pm \sqrt{3649}}{2}$$

$$\left( 62^2 = 3844 \quad 63^2 = 3969 \right) \quad 60^2 = 3600 \quad 61^2 = 3721$$

$$60^2 < 3649 < 61^2$$

$$n_{1,2} \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ +62 \\ \hline 124 \\ +22 \\ \hline 3844 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ +63 \\ \hline 126 \\ +199 \\ \hline 3569 \end{array} \quad \begin{array}{r} 61 \\ +61 \\ \hline 122 \\ +244 \\ \hline 3721 \end{array}$$

Тогда больше из  $40$  и  $9$  -  $40$ .

Ответ: 40 вершин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3  $a \in \mathbb{N}$ .  $\sum_{k=1}^n a_k = 7a + 21$   $\square$   $\frac{15}{3}$   
 $\sum_{k=1}^n (-a_k) = -(a^n)$

$a_1$  - 1-ое число семейства;  $a_7$  - 7-ое число семейства

$$p^2 - q^2 = 1080 \quad (p-q)(p+q) = 1080$$

$$(7a+21-a-i)^2 - (7a+21-a-j)^2 = 1080$$

$$(6a+11-i)^2 - (6a+21-j)^2 = 1080$$

$$(6a+11-i - 6a-21+j) \cdot (6a+42-i-j) = 1080$$

$1080 \begin{array}{l} | 360 \\ - 90 \\ \hline 90 \end{array}$ 
 $1080 \begin{array}{l} | 54 \cdot 2 \\ - 18 \\ \hline 36 \end{array}$ 
 $1080 \begin{array}{l} | 30 \\ - 90 \\ \hline 180 \end{array}$

$0 < j-i \leq 7$   
 $1, 2, 3, 5, 6$

$$(j-i)(12a+42-i-j) = 1080$$

$p-q=30$   
 $p+q=36$   
 $2p=66$   
 $p=33$   
 $q=3$

$2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 15, 27, 30, (2 \cdot 5 \cdot 3) \cup 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$

$$a+b=x$$

$$a-b=y$$

$$2a=x+y$$

$$2b=x-y$$

$$x+y = (x-y)$$

$30-30=1080 \quad 3$   
 $27-40$   
 $15 \cdot 9 = 120 \quad 2$   
 $10 \cdot 108$   
 $277$

$1 \leq a-b \leq 6$   
 $1 \leq y \leq 6$   $(i=2) \quad (j=4)$

$p-q=2$   
 $p+q=540$   
 $2p=542$   
 $p=271$   
 $q=269$

$p-q=4$   
 $p+q=277$   
 $2p=281$   
 $p=140.5$

$p-q=6$   
 $p+q=180$   
 $2p=186$   
 $p=93$   
 $q=87$

$p-q=3$   
 $p+q=360$   
 $2p=363$   
 $p=181.5$

$\begin{cases} 271+i = 6a+21 \\ 269+i = 6a+19 \end{cases}$   
 $\begin{cases} 277+i = 6a+21 \\ 269+i = 6a+19 \end{cases}$   
 $2+i-j=0$   
 $i=j$

$6a+15=277$   
 $6a=262$   
 $a=43.6$

$6a+21=277$   
 $6a=256$   
 $a=42.6$

$41 \leq a \leq 42, \dots \Rightarrow a=41$

$(15, 21) \quad (42, 43), (44), (45), (46), (47), (48)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45;$$

Воспользуемся свойством логарифма:

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45;$$

При этом, ни ничего не потеряем, так  $25^x$  - показательная

функция  $\Rightarrow$  больше 0 для любых значений  $75^y, 125^z > 0$

иногда больше нуля.

По свойству логарифма 0, сумма/разности логарифмов:

$$\ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0;$$

$$\begin{array}{r} \ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0 \\ \downarrow \\ \ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0 \\ \begin{array}{r} 2x+2y+3z \\ 5 \quad \cdot \quad 3 = 5 \cdot 3 \end{array} \end{array}$$

Т.к.  $x, y, z$  - целые ( $\mathbb{Z}$ ),  $\Rightarrow$   
 $\left( \frac{2x+2y+3z}{5} = \frac{2-2}{3} \right)$  - очевидно,  
 что для  $\mathbb{Z}$  чисел только сам  
 степенки равны нулю)

$$\begin{cases} 2x+2y+3z=1 & \textcircled{1} \\ y=2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Подставим  $\textcircled{2}$  в  $\textcircled{1}$ ,

$$2x+4+3z=1;$$

$$2x+3z=-3;$$

$$x = \frac{-3-3z}{2} = -\frac{3}{2}(z+1)$$

Тогда  $x^2 + y^2 + z^2$  имеет вид:  $(-\frac{3}{2}(z+1))^2 + 2^2 + z^2$

и производную данного выражения:  $(\frac{9}{2}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{9}{4} + 4 + z^2)'$

$$= (\frac{9}{2}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{9}{4})' = \frac{9}{2}z + \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow z = -\frac{9}{9} = -\frac{9}{9} = -1$$

Мы нашли вершину параболы, т.к.

значения симметричны относительно вершины  $\Rightarrow$  минимум  
 в ближайшем к  $-\frac{9}{9}$  целому значении, а именно в  $z = -1$ .

$$x = -\frac{3}{2}(z+1) = -\frac{3}{2}(-1+1) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 0^2 + 2^2 + (-1)^2 = 5.$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \quad p^2 - q^2 = 1080 \Rightarrow (p-q)(p+q) =$$

Поймем, что  $p$  и  $q$  могут отличаться не более, чем

на 6 (пример  $(a, a+6)$ ), тогда пусть  $p+q = k$ ,  $p-q = y$ ,

$$\text{тогда } \begin{cases} p+q=k \\ p-q=y \end{cases} \Rightarrow p = \frac{k+y}{2}, q = \frac{k-y}{2} \rightarrow \frac{k+y}{2} - \frac{k-y}{2} \leq 6;$$

$1 \leq y \leq 6$ . Делители 1080 от 1 до 6: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

(Т.к. числа  $\in \mathbb{N} \Rightarrow p-q$  и  $p+q$  <sup>и  $p, q$</sup>  тоже натуральные)

Из условия  $y$  четные делители т.к. если  $x$ -неч., то  $y$ -чет.  $\Rightarrow x+y$ -нечет, но  $p = \frac{x+y}{2}$  ( $p$ -натуральное  $\Rightarrow ; 2$ )

$$1. \begin{cases} p+q=180 \\ p-q=6 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{186}{2} = 93; 3 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$2. \begin{cases} p+q=270 \\ p-q=4 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{274}{2} = 137; 2 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$3. \begin{cases} p+q=540 \\ p-q=2 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{542}{2} = 271; q = 269 \quad \text{оба простые}$$

Пусть первое число  $a$ , тогда сумма чисел равна  $7a+21$ , но тогда минимальная сумма 6 чисел равна  $6a+15$ , максимальная равна  $6a+21$ , тогда  $6a+15 < 271$  и

$$6a+21 > 269 \quad 1. \quad 6a+15 < 271 \Rightarrow a < \frac{256}{6} \quad 2. \quad 6a+21 > 269 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a > \frac{248}{6}$$

значит  $94 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 42$ , тогда

$$\text{Ответ: } M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$$

$$\begin{array}{r} 256/6 \\ 248/6 \\ \hline 24 \quad 42 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 248/6 \\ 240/6 \\ \hline 24 \quad 41 \\ \hline 8 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{5} \quad 5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \quad \text{или} \quad 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

Положим  $\frac{3\sqrt{5}}{14} = x \Rightarrow$  рассмотрим в виде:

$$5 - 4 \sin 3x \quad \text{или} \quad 3 \sin x - 4 \cos 2x$$

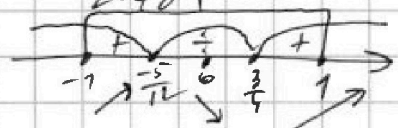
$$\begin{aligned} \sin 3x &= \sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x = \sin x(1 - 2\sin^2 x) + 2\sin x(1 - \sin^2 x) = \\ &= \sin x - 2\sin^3 x + 2\sin x - 2\sin^3 x = 3\sin x - 4\sin^3 x \\ \cos 2x &= 1 - 2\sin^2 x \end{aligned}$$

Пусть  $\sin x = y$ , тогда рассмотрим в виде:

$$5 - 4(3y - 4y^3) \quad \text{или} \quad 3y - 4(1 - 2y^2)$$

Отнимем от 1-ого 2-ое, тогда:

$$\begin{aligned} f &= 5 - 12y + 16y^3 - 3y + 4 - 8y^2 = 16y^3 - 15y - 8y^2 + 9 \\ f' &= 48y^2 - 16y - 15 = 0 \\ y_{1,2} &= \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 15 \cdot 48}}{2 \cdot 48} = \frac{16 \pm 56}{96} \quad y_1 = \frac{-40}{96} = -\frac{5}{12} \quad y_2 = \frac{72}{96} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Тогда   $(\sin x \in [-1; 1])$

$$\neq f\left(\frac{3}{4}\right) = 16 \cdot \frac{27}{64} - 15 \cdot \frac{3}{4} - 8 \cdot \frac{9}{16} + 9 = \frac{27}{4} - \frac{45}{4} - \frac{45}{4} + \frac{36}{4} = 0$$

Зная, что для  $\sin x \in [0; 1]$   $f$ -чл в единичном отрезке принимает значение "0", но тогда

т.к.  $\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \neq \frac{3}{4}$  ( $\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} < \sin \frac{\pi}{4}$  - монотонна на  $(0; \frac{\pi}{2})$ ), но  $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$ , т.к.  $\sqrt{2} \cdot 2 < 3$ ,  $\sqrt{2} < 1,5$ ) и  $\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \in [0; 1]$

$\Rightarrow f > 0$  и значит, что левая часть больше, чем правая.

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} > 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к.  $\{b\}$  уже гарантированно лежит в плоскости, то 4 оставшиеся вершины пирамиды содержатся  $[3; 8]$  точек этой плоскости, кол-во пирамид:

$$\left( \frac{8!}{5!3!} + \frac{8!}{4!4!} + \frac{8!}{3!5!} + \frac{8!}{2!6!} + \frac{8!}{1!7!} + \frac{8!}{8!1!} \right) \cdot 4$$

Т.к. про оставшиеся 4 вершины известно, что они не могут лежать в 1 плоскости  $\Rightarrow$  из этих

4х вершин есть 4 способа выбрать 3(с) - они точно образуют плоскость. Для каждой тройки точек из 4х точек есть 8 вершин пирамиды, тогда кол-во пирамид  $4 \cdot 8 = 32$   $4 \cdot 8 + 1 = 33$  с четвертой вписанной с окружностью

Общее кол-во пирамид:

$$\left( \frac{56}{3 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 70}{4 \cdot 1 \cdot 2} + \frac{56}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{28}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} + 1 \right) + 33 = (56 \cdot 2 + 70 + 28 + 8 + 1) + 33 = 203 + 33 = 236$$

$$= 236 + 33 = 269$$

Ответ: 269

Ответ: 269.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{96}{16} \cdot \frac{4}{24} = 5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$

$3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7} = 5$

$\frac{3}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + \frac{4}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - \frac{4}{5} \cos \frac{3\sqrt{5}}{7} = 1$

$\frac{3}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + \frac{4}{5}$

$\sin^2(2+2\alpha) = \sin^2 2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 2 = \sin^2 2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 2 = \sin^2(2-\alpha) + \sin^2(1+\alpha)$

$\sin^2 2 = (1-\sin^2 \alpha)(\sin^2 2 + \cos^2 2) = 4 \sin^2 \alpha - 3$  или  $3 \sin^2 \alpha - 4(1-2\sin^2 \alpha)$

$(1-2\sin^2 \alpha)(3\sin^2 \alpha) = 5 - 4 \sin^2 \alpha$

$3\sin^2 \alpha - 6\sin^2 \alpha = 5 - 4 \sin^2 \alpha$

$\sin^2(2+2\alpha) = \sin^2 2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 2 = \sin^2(1-2\sin^2 \alpha) + 2\sin^2 \alpha(1-\sin^2 \alpha) = \sin^2 - 2\sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha - 2\sin^4 \alpha = -4\sin^3 \alpha + 3\sin^2 \alpha$

$\frac{40}{96} = \frac{-10}{24} = \frac{-5}{12}$

$5 - 4(3x - 4x^2)$  или  $3x - 4(1-2x^2)$

$5 - 12x + 16x^3$  или  $3x - 4 + 8x^2$

$x \in [-1, 1]$

$16x^3 - 12x - 8x^2 - 15x + 9 = 0$

$f' = 48x^2 - 16x - 15 = 0$ ;  $x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 48 \cdot 15}}{2 \cdot 48} = \frac{16 \pm 56}{96}$

$x_1 = \frac{16}{96}$   $x_2 = \frac{72}{96}$

$16 \cdot \left(\frac{40}{96}\right)^3 - 15 \cdot \frac{40}{96} + 9 = 0$

$16 \cdot \frac{1}{8} - 15 \cdot \frac{1}{4} + 15 \cdot \frac{1}{2} + 9 = 2 - 2 + 7.5 + 9 = 16.72$

$16 \cdot \left(\frac{72}{96}\right)^3 - 15 \cdot \frac{72}{96} + 9 = 16 \cdot \frac{27}{8} - 15 \cdot \frac{3}{4} - 15 \cdot \frac{3}{4} + 9 = 27 - 18 - 18 + 9 = 0$





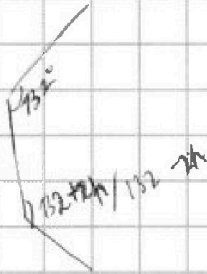
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

114



$$\begin{aligned} 9 - 110 \\ 4 - 110 \cdot 2 \\ 5 - 110 \cdot 3 \end{aligned}$$



$$\sum_{k=1}^n 2k = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$$

$$135 \cdot (h-2) = 132h + h = \frac{2(h-1)h}{2}$$

$$130h - 300 = 132h + h^2 - h$$

$$1) \quad 13 + h - 360 = 132h + h^2 - h$$

$$h^2 - 49h + 360 = 0;$$

$$h_1 + h_2 = 49 \Rightarrow \boxed{h_1 = 40} \quad h_2 = 9$$

$$2) \quad 130h - 300 = 132h - h^2 + h$$

$$h^2 - 47h - 300 = 0;$$

$$h_{1,2} = \frac{47 \pm \sqrt{47^2 + 4 \cdot 300}}{2}$$

Handwritten calculations on the right side of the page, including a vertical multiplication of 1329 by 27 and other arithmetic steps.

$$\begin{array}{r} 63 \quad 1 \\ \times 63 \\ \hline 189 \\ 396 \quad 9 \\ \hline 3969 \end{array}$$



$$\vec{a} = \frac{1}{2} \{x, y, z\}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{2} \{ \ln 25, \ln 75, \ln 125 \}$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \quad x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 32$$

$$\ln_{25}^{25^x} + \ln_{75}^{75^y} + \ln_{125}^{125^z} = \ln 45$$

$$\ln \frac{25^x + 75^y + 125^z}{45} = 0;$$

$$\frac{25^x + 75^y + 125^z}{45} = 1;$$

$$\frac{5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^z \cdot 5^{3z}}{5 \cdot 3^2} = 1;$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^z = 5 \cdot 3^2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$2x + 4 + 3z = 1;$$

$$2x + 3z = -3$$

$$x = \frac{-3z-3}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow 1 + 4 + 0 = 5$$

$$\begin{aligned} & \left( \left( -\frac{3}{2}(z+1) \right)^2 + 4 + z^2 \right) = \dots \\ & \left( \frac{9}{4}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{9}{4} + 4 + z^2 \right) = \dots \\ & \left( \frac{13}{4}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{25}{4} \right) = \dots \end{aligned}$$

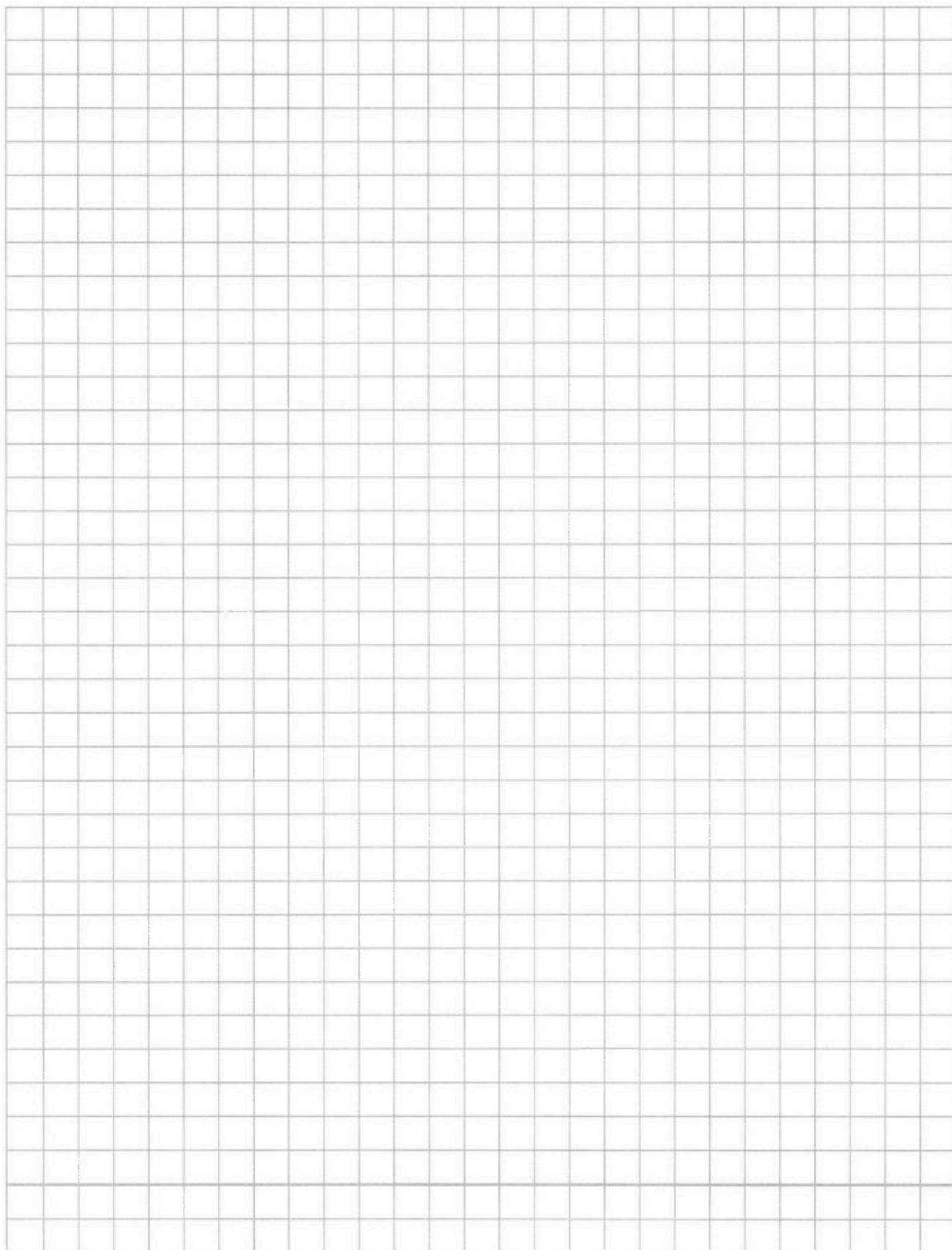


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

