



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

21

пусть S - сумма углов выпуклого многоугольника
 n - число вершин вып. мн.

$$\begin{cases} S = (n-2) \cdot 180 & (\text{по свойству выпуклых многоугольников}) \\ S = 143 + (143+2) + \dots + (143+2(n-1)) & (\text{по условию}) - \text{арифметическая} \end{cases}$$

прогрессия с началом $a_1 = 143$ и шагом разности $d = 2$

$$\Rightarrow S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = a_1 \cdot n + \frac{1}{2}(n-1)n = 143n + \frac{1}{2}(n^2 - n) = n^2 + 142n$$

$$\Rightarrow S = (n-2) \cdot 180 = 180n - 360 = n^2 + 142n \Leftrightarrow n^2 - 38n + 360 = 0. \quad D/4 = 18^2 - 360 = 324 - 360 = -36$$

$$\Rightarrow n = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{a} = 19 \pm 1 = \begin{cases} 18 \\ 20 \end{cases} \Rightarrow \text{максимальная } n = 20$$

проверка: $S = (n-2) \cdot 180 = (20-2) \cdot 180 = 18 \cdot 180 = 3240$

$$S = 143n + \frac{1}{2}n^2 = 20^2 + 20 \cdot 143 = 400 + 2860 = 3260 \Rightarrow n = 20$$

Ответ: 20 вершин

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \\ x, y, z \in \mathbb{Z} - \text{ин-во целых чисел} \end{cases} \Leftrightarrow x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 2^3 \cdot 3 = \ln 2 \cdot 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln 2^{4x} + \ln 2^{3y} + \ln 2^{3z} \cdot 3 = \ln(2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z) = \ln(2 \cdot 3) \Leftrightarrow 2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

так $x, y, z \in \mathbb{Z}$, то $2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y+3z=1 \\ z=1 \end{cases}$

$\Rightarrow 4x+3y+3=1 \Leftrightarrow 4x+3y=-2$. Заметим, что $x_0 = -2, y_0 = 2$ является решением этого уравнения, а значит $x = -2 + 3t, y = 2 - 4t, t \in \mathbb{Z}$

частичное решение этого уравнения, а значит $x = -2 + 3t, y = 2 - 4t, t \in \mathbb{Z}$

и пусть $f(t) = x^2 + y^2 + z^2 = (-2 + 3t)^2 + (2 - 4t)^2 + 1^2 = 4 - 12t + 9t^2 + 4 - 16t + 16t^2 + 1 =$

$= 25t^2 - 28t + 9$. ~~$f'(t) = 50t - 28 = 0$ - производная $f(t)$.~~

~~$f'(t) = 50t - 28 = 0 \Rightarrow t = \frac{28}{50}$ - это не целое.~~

Заметим, что $f(t) = 25t^2 - 28t + 9$ является параболой и ветвится, направленным вверх в координатной плоскости $(t, f(t))$, а значит принимает минимальное значение в вершине $\Rightarrow t_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{28}{50}$. Так как $t \in \mathbb{Z}$, то минимальное значение $f(t)$ при целых t будет достигаться в $t = 0$ или $t = 1$. $f(0) = 9, f(1) = 25 - 28 + 9 = 6$, а значит минимальное значение $x^2 + y^2 + z^2 = 6, x, y, z \in \mathbb{Z}$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$M = \{a, a+1, \dots, a+6\}$, $a \in \mathbb{N}$ - м. - во натуральных чисел

$$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11, \text{ тк } p \text{ и } q - \text{ простые числа} \Rightarrow$$

p и q - нечетные, а значит $p+q$ и $p-q$ - четные

$$\text{Заметим, что } p > q \Rightarrow p - q \leq ((a+6) + (a+5) + \dots + (a+1)) - ((a+5) + (a+4) + \dots + a) = \\ = a+6 - a = 6 \Rightarrow p - q \leq 6 - \text{ при наибольшем } p \text{ и наименьшем } q$$

$$\Rightarrow p - q = 2 \text{ или } p - q = 4 \text{ или } p - q = 6 \Rightarrow 1) p - q = 2 \Rightarrow p + q = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 = 396 \Rightarrow$$

(можем разделить)

$$\Rightarrow p - q + p + q = 2p = 2 \cdot 396 = 792 \Rightarrow p = 198 \Rightarrow q = 196, \text{ найдем } M \text{ при найденных}$$

p и q . $p = a + (a+1) + \dots + (a+6) - (a+n)$, где $n = 0, 1, \dots, 6 \Rightarrow p = 6a + 21 - n \Rightarrow q = 6a + 19 - n$

если n - четное, то $p = 6a + 21 - n \equiv 0 \pmod{2}$, тк $21 - n \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow p$ - четное число, что невозможно при простом p ($p+2$) $\Rightarrow n$ - нечетное

если $n = 0 \Rightarrow p = 6a + 21 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-21}{6} = \frac{177}{6} = \frac{59}{2}$ - не натуральное число

$$\text{если } n = 6 \Rightarrow p = 6a + 15 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-15}{6} = \frac{183}{6} = \frac{61}{2} - \text{ не нат. число}$$

$$\text{если } n = 4 \Rightarrow p = 6a + 17 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-17}{6} = \frac{181}{6} = \frac{91}{3} - \text{ не нат. число}$$

$$\text{если } n = 2 \Rightarrow p = 6a + 19 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-19}{6} = \frac{179}{6} = 30$$

$$\Rightarrow M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$

проверяем: $p = 30 + 31 + 32 + 33 + 34 + 35 + 36 = 198$, $q = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36 = 197$

$$\Rightarrow (p-q)(p+q) = p^2 - q^2 = 792$$

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$



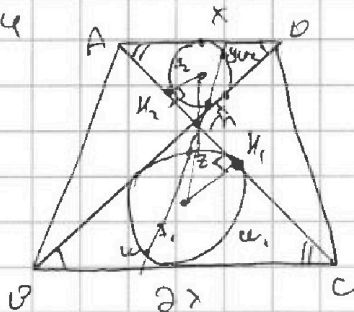
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Доказ.

ABCD-трапеция

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \mid I_1, I_2 = \frac{13}{2}, M_2 \cdot M_1 = 5$$

$R_1 = ?$

Решение

ABCD-трапеция $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow \angle CPM = \angle ADM$ (накрест. лежащие при секущей BD)

и $\angle PCM = \angle PAM$ (накрест. лежащие при секущей AC)

$\Rightarrow \triangle PMC \sim \triangle PMA$ (по 2-м углам), $k = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$ - коэффициент подобия

центры R_1 и R_2 - радиусы ω_1 и ω_2 соответственно.

так у подобных треугольников подобны все соответствующие элементы, то:

$$\frac{R_2}{R_1} = k = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = 2R_2, \quad \frac{M_1}{M_2} = k = \frac{1}{2} \Rightarrow M_1 = 2M_2$$

$$\frac{MI_2}{MI_1} = k = \frac{1}{2}; \quad \frac{M_1I_2}{M_1I_1} = k = \frac{1}{2}, \quad \text{где } I_1 \text{ и } I_2 - \text{ точки касания}$$

окр. AC с окружностями ω_1 и ω_2 соответственно.

$$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow MI_1 = 2MI_2, \quad MI_1 + MI_2 = I_1I_2 \Rightarrow 3MI_2 = I_1I_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow MI_2 = \frac{13}{6}$$

$$\Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{II}^2 + R_1^2 = m_{I}^2 \quad - \text{ по м. Пифагора} \\ m_Z \cdot m_W = m_{II}^2 \quad - \text{ по в-ву сек. и кат. из одной точки} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow m_Z \cdot m_W + R_1^2 = m_{I}^2$$

$$m_W = m_X \Rightarrow m_Z \cdot 8 \cdot m_X + R_1^2 = m_{I}^2 = 8 \cdot 5 + R_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = \sqrt{m_{I}^2 - 10} = \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \sqrt{\frac{79}{9}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{79}{9}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}} = 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14})} = 5 \sin \frac{\pi}{14}, \text{ пусть } t = \sin \frac{\pi}{14} > 0$$

$$\Rightarrow 5 - 4(3t - 4t^3) = 5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t \quad | -4 + 8t^2 + 5t$$

$$\Leftrightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \sqrt{0}, \text{ заметим, что } t = -1 \text{ является корнем уравнения } 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = (t+1)(16t^2 - 8t + 1) = (t+1)(4t-1)^2 \sqrt{0}$$

Заметим, что сделав обратную замену:

$$(\sin \frac{\pi}{14} + 1)(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 \sqrt{0}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{\pi}{14} + 1 > 0, \text{ так } \sin \frac{\pi}{14} > 0 \\ (4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 > 0, \text{ так } \sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sin \frac{\pi}{14} + 1)(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 > 0, \text{ а значит } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\Rightarrow (\sin \frac{\pi}{14} + 1)(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 > 0, \text{ а значит } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть основание пирамиды лежит в α , т.к.
(пусть каждая из 3 не лежит на α плоскости)

в α лежит 7 точек, но из них можно составить

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35 \text{ трезуг. сек.} \quad \text{3-угр.} \quad , \quad \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} = 35 \text{ тетраэдров} \quad \text{4-угр.} \quad , \quad \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{120} = 21 \text{ пентаэдров} \quad \text{5-угр.}$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{720} = 7 \text{ шестигр. и 1 семигр. оснований} \quad \text{6-угр.} \quad \text{7-угр.}$$

$\Rightarrow 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 99$ оснований, с каждой можно выбрать 1 из 3 вершин, лежащих вне $\alpha \Rightarrow$

$$99 \cdot 3 = 297 \text{ пирамид}$$

2) Пусть основание пирамиды не лежит в α

значит она является тетраэдром, вершины которого лежат в точках вне α (т.к. каждая из точек вне α не лежит в α плоскости)

$\Rightarrow \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$ оснований, к каждому из которых можно выбрать вершину в α - 1 из 7 точек

$$10 \cdot 7 = 70 \text{ пирамид}$$

$$\Rightarrow 297 + 70 = 367 \text{ пирамид}$$

Ответ: 367

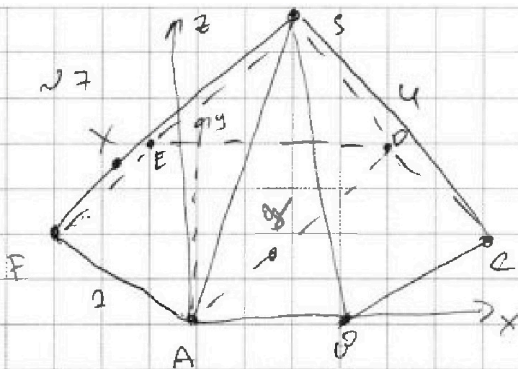


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB = BC = \dots = FA = 2$$

$$SA = SB = \dots = SF = 4$$

$$Y \in AD, X \in SF$$

$$XY \parallel ABS$$

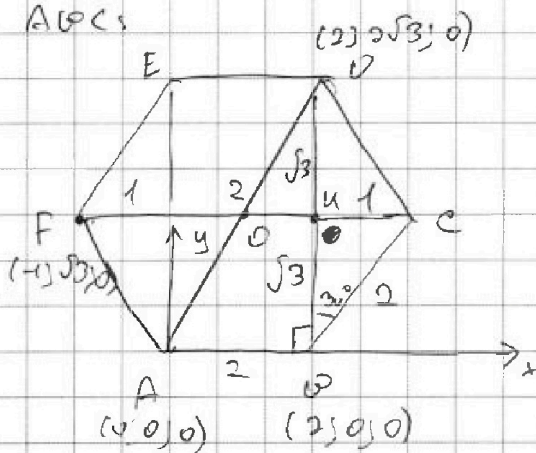
$$XY_{min} = ?$$

1) решим задачу методом координат, пусть коорд.

$A(0,0,0)$, ось z показана на рисе. определим

координаты точек B, S, F, D :

$ABCS$:



$$A(0,0,0)$$

$$B(2,0,0)$$

$$D(2, 2\sqrt{3}, 0)$$

$$F(-1, \sqrt{3}, 0)$$

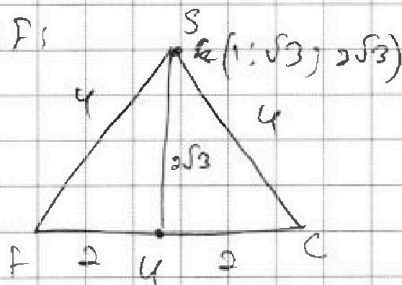
$O(1, \sqrt{3}, 0)$ - проекция S на $ABCD$
т.к. xy - параллельно xy -плоскости

$$\angle C = \angle BC - \angle A = 20^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$= DK$$

$$FC = 1 + 2 = 3$$

CSF :



$$F(1, \sqrt{3}, 2\sqrt{3})$$

$$2) \overrightarrow{AD} = \{2-0, 2\sqrt{3}-0, 0\} = \{2, 2\sqrt{3}, 0\}$$

$$\Rightarrow X = (2, 2, 2\sqrt{3}), \text{ т.к. } X \in AD$$

$$FS = \{1-(-1), \sqrt{3}-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\} = \{2, 0, 2\sqrt{3}\}$$

$$\Rightarrow X = (1, 2, 2\sqrt{3})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \vec{X} = \vec{f}$$

$$\Rightarrow \vec{X} = \begin{pmatrix} 2(\alpha - \beta) \\ 2 \cdot 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} - \beta \gamma \end{pmatrix}$$

$$A \in \text{APS: } \alpha + \beta + \gamma + d = 0$$

$$A \in \text{APS: } d = 0$$

$$0 \in \text{APS: } 2\alpha + d = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$S \in \text{APS: } \alpha + \sqrt{3}\beta + \sqrt{3}\gamma + d = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}\beta + \sqrt{3}\gamma = 0 \Rightarrow \beta = -\gamma$$

$$\Rightarrow A \in \text{PS: } 0 \cdot x - 2cy + cz + 0 = 0 \Rightarrow -2cy + cz = 0 \Rightarrow -2y + z = 0$$

$$\vec{X} \parallel A \in \text{PS} \Rightarrow -2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cdot \beta \gamma = 0 \Leftrightarrow 2\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -2\alpha$$

$$\Rightarrow \vec{X} = \begin{pmatrix} 6\alpha \\ 2 \cdot 2\sqrt{3} \\ 4\sqrt{3} \cdot \alpha \end{pmatrix}$$

$$l\text{-длина } XY = |\vec{X}| = \sqrt{(6\alpha)^2 + (4\sqrt{3}\alpha)^2 + (4\sqrt{3}\alpha)^2} =$$

$$= \sqrt{36\alpha^2 + 48\alpha^2 + 48\alpha^2} = \sqrt{132\alpha^2} = 4\sqrt{3} \cdot \alpha$$

$$\Rightarrow XY \text{ мин при } \alpha = 0$$

$$\text{Ответ: } XY = 0$$

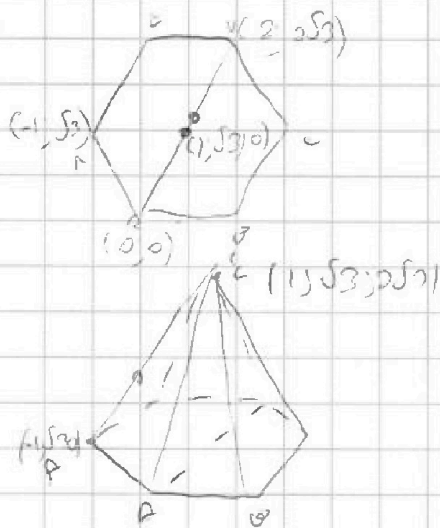


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

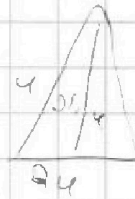
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\vec{OD} = (2; 0; 2\sqrt{3})$$

$$|\vec{OD}| = 2$$

$$(2, 2, 2\sqrt{3}; 0)$$



$$\frac{96}{92} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\vec{OF} = (2; 0; 2\sqrt{3})$$

$$\vec{OF} = 2(2-\beta); 2\sqrt{3}; -2\sqrt{3}\beta)$$

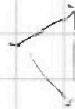
$$x = (2\beta; 0; 2\sqrt{3}\beta)$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$$



$$3 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} = 35$$



$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{120} = 35$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{720} = 35$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{3\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14}) \sqrt{4 - 8 \sin \frac{2\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$\sqrt{12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin \frac{3\pi}{14} - 8 \sin \frac{2\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}} = 7 \sin \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{2\pi}{14} - 10 \sin \frac{3\pi}{14} = \sin(\frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{2\pi}{14} - 10 \sin \frac{3\pi}{14})$$

$$5 \sqrt{4 \cos \frac{2\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{3\pi}{7}}$$

$$= 4 \cos(2t) + 4(\sin 3t - \sin t) - 5 \sin t =$$

$$= 4 \cos(2t) + 8 \sin 2t + \cos 2t - 5 \sin t$$

$$4 \cos 2t (2 \sin t + 1) - 5 \sin t$$

$$8 \cos 2t (\sin t + \frac{1}{2}) = 8 \cos 2t (\sin t - \sin \frac{\pi}{6}) = 8 \cos \frac{2\pi}{14} (2 \sin(\frac{\pi}{14} - \frac{\pi}{6})) \cos(\frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{6}) = 16 (\cos \frac{2\pi}{14} (\sin t - \frac{1}{2})) \cos(\frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{6})$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{2\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{3\pi}{7}} = 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{2\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{7} + 4 \sin \frac{3\pi}{7}}$$

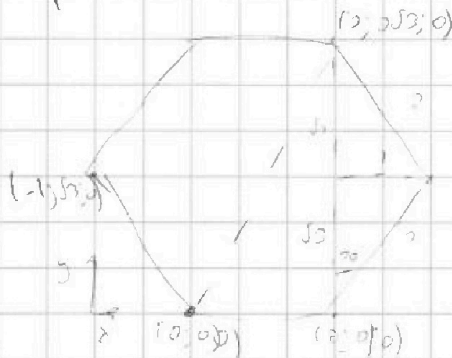
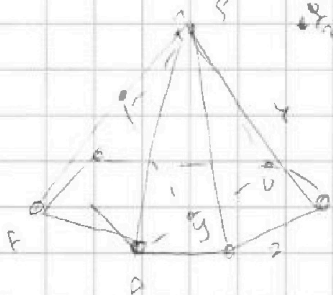
$$5 + \sin \frac{\pi}{7} \sqrt{4 \cos \frac{2\pi}{7} + 4 \sin \frac{3\pi}{7} - 4 \sin \frac{\pi}{7}} = 4 (\cos \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7}) = 4 (\cos \frac{2\pi}{7} + 2 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7})$$

$$= 4 (\cos \frac{2\pi}{7} (1 + 2 \sin \frac{\pi}{7})) = 8 \cos \frac{2\pi}{7} (\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{6}) = 16 \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \sin(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{6}) \cos(\frac{\pi}{7} - \frac{\pi}{6})$$

$$\frac{\frac{\pi}{7} - \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{3\pi - 2\pi}{2 \cdot 42} = \frac{-\pi}{84} = -\frac{\pi}{84}$$

$$\frac{\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{3\pi + 2\pi}{42} = \frac{5\pi}{42}$$

$$= 16 \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \sin(\frac{5\pi}{42}) \cdot \cos(\frac{\pi}{84}) \approx 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = 12 + 5 \sin(\frac{5\pi}{42})$$



$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

$$7x^2 + 4y^2 + 3z^2 = 6$$

$$P_n \begin{pmatrix} 4x+3y+3z & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = P_n(6)$$

$$4x+3y+3z=1$$

$$z=1$$

$$4x+3y=-2$$

$$\bar{x} = 1+3t$$

$$\bar{y} = -2-4t$$

$$(1+3t)^2 + (-2-4t)^2 + 1$$

$$1+6t+9t^2 + 4+16t+16t^2 + 1 =$$

$$25t^2 + 22t + 6 = f$$

$$f' = 50t + 22 =$$

$$t = -\frac{22}{50} = -\frac{11}{25}$$

$$f(-\frac{11}{25}) = 1 + 4(-\frac{11}{25}) = -\frac{4}{25}$$

$$f(-\frac{11}{25}) = 4 + 16(-\frac{11}{25}) = -\frac{4}{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-2)140 = 143n \quad (n-1) \rightarrow 140n - 280 = 143n + n^2 \Rightarrow n^2 - 38n + 280 = 0$$

$$D_1 = 143^2 - 4 \cdot 280 = 20169 - 1120 = 19049$$

$$\sqrt{D_1} = 138 + 360 = 718$$

$$n = 19 \pm 1 = 20, 18$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{143 + 143 + (n-1)2}{2} = 143n + (n-1)n$$

$$n=20 \quad 12+130 = 3240 \quad 143n + n^2 = 2840 + 400 = 3240 \quad (n=20)$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ +14 \\ \hline 33 \\ +12 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$2 \times P_n 16 + 4 \times P_n 8 + 2 \times P_n 4 = P_n 6$$

$$x \times P_n 4 + 3 \times P_n 2 + 2 \times P_n 1 = P_n 2$$

$$x \times P_n 16 + 4 \times P_n 8 + 2 \times P_n 4 = P_n 6$$

$$x \times P_n 4 + 3 \times P_n 2 + 2 \times P_n 1 = P_n 2$$

$$P_n 2 (4x + 3z + 1) + P_n 3 (z - 1) = 0$$

$$2P_n 4 = P_n 6$$

$$P_n 2 (4x + 3z + 1) + P_n 3 (z - 1) = 0$$

$$2P_n 6 - 2P_n 4 = P_n 6$$

$$P_n 2^{4x} + P_n 2^{3z} + P_n 2^{z+1} + P_n 2^z = P_n 2 + P_n 3$$

$$\sin(x) \cos^2 \frac{\pi}{3} = \frac{0.5 \cdot \frac{3}{4} - P_n 6 (z-1) + 2P_n 4 = 0}{2}$$

$$P_n 2^{4x+3z+1} + P_n 2^{z+1} = 0$$

$$\frac{1}{u} = \sin(x) \quad \sin(x) = P_n 2^{z+1} = P_n 6$$

$$P_n 2^{4x+3z+1} = 0$$

$$x = \arcsin \frac{1}{u}$$

$$24 \sin x + 1 = \cos x \Rightarrow 24^2 = 6 \Rightarrow z = \cos 24 \cdot 6$$

$$2(\sin x + \cos x)$$

$$0, \alpha < 1, \alpha < 2, \dots, \alpha + 6 \quad \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4})$$

$$4x + 3z + 3z - 1 + \log_2 3 = 12 - 1 = 1$$

$$4x + 3z + 1 + \log_2 3 = 12 - 1 + \log_2 3 = 10 + \log_2 3$$

$$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$p - q = 2 \quad p + q = 3 \Rightarrow p = 2.5, q = 1.5$$

$$\begin{array}{r} 792 \overline{) 12} \\ 396 \overline{) 2} \\ 198 \overline{) 2} \\ 99 \overline{) 2} \\ 49 \overline{) 2} \\ 24 \overline{) 2} \\ 12 \overline{) 2} \end{array}$$

$$a = 2, 3$$

$$p > q > 1$$

$$p = 9$$

$$p = 36 \quad q = 22$$

$$2^2 = 3^2 \quad 2 = 11$$

$$(a-1) - (a+1) = -2(a+1)$$

$$a = 24$$

$$2^2$$

$$-2(a+1) = -2(24+1) = -50$$

$$p - q = 32$$

$$2p - 54$$

$$n = 6$$

$$6 \cdot 1 + 15 = 21$$

$$6 \cdot 0 = 18$$

$$(p-q)(p+q)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \neq \frac{1}{4}$$

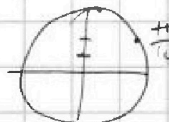
$$p + q = 36$$

$$p = 22$$

$$p = 7$$

$$792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$p - q = 6$$



$$p - q \quad p + q$$

$$2 \quad 306 \Rightarrow 2p = 308 \Rightarrow p = 154 \Rightarrow q = 157 \Rightarrow$$

$$p = 199 \quad q = 197$$

$$x \quad \alpha + 1 \quad \alpha + 2 \quad \alpha + 3 \quad \alpha + 4 \quad \alpha + 5 \quad \alpha + 6$$

$$6 \quad 132 \Rightarrow 2p = 134 \Rightarrow p = 67 \Rightarrow q = 63$$

$$256^2 = 288 \times$$

$$\sin \theta = 0$$

$$6 \alpha + 21 = 199 \Rightarrow \alpha$$

$$306 - 28 = 278$$

$$\sin \theta = 25 \times 9 - 28 = 6$$

$$6 \alpha + 19 = 199 \Rightarrow 6 \alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 30$$

$$6 \alpha + 17 = 197$$

$$6 \alpha + 18$$

$$6 \alpha + 17 = 199 \Rightarrow 6 \alpha = 182 \Rightarrow \alpha = 30$$

$$t = \frac{28}{50}$$

$$0.1$$

$$\frac{6}{20} = \frac{28}{50}$$

$$30 \quad 31 \quad 32 \quad 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36$$

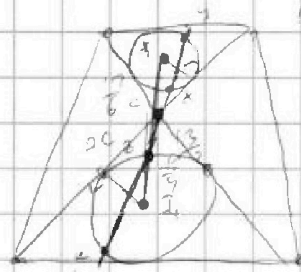
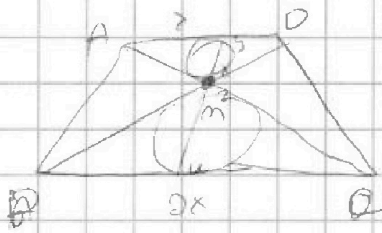


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$m_2 \cdot m_3 = \frac{I}{m_1}$$

$$M_2 \cdot m_3 = \frac{S \cdot m_1}{m_2} = 4c^2$$

$$c^2 = m_1^2 - r^2$$

$$\frac{S \cdot m_1}{m_2} = 4(m_1^2 - r^2)$$

$$m_2 \cdot m_3 = c^2$$

$$m_2 \cdot m_3 = 4c^2$$

$$S \cdot m_1 \cdot m_2 = 4c^4$$

$$4c^2 = m_1^2 - r^2$$

$$m_2 \cdot m_3 =$$

$$c^2 = m_1^2 - r^2$$

$$m_2 \cdot m_3 = 4c^2 = m_1^2 - r^2$$

$$M_2 \cdot m_3 = 10 = m_1^2 - (2r)^2$$

$$(2r)^2 = m_1^2 - 10 = \frac{69}{9} - 10 = \sqrt{\frac{79}{9}}$$

$$5 - 4 \sin 3t \sqrt{4 \cos \frac{5t}{4}} = 4 \sin t + 5 \cos t$$

$$5 + 5 \cos t \sqrt{4(\cos 2t - \sin t + \sin 2t)} = 4(2 \sin t \cos 2t + \cos 2t) =$$

$$= 4 \cos 2t (2 \sin t + 1) = 8 \cos 2t (\sin t + \frac{1}{2}) = 16 \cos 2t (\sin(\frac{t}{2} + \frac{\pi}{6}) \cos(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{6}))$$

$$5 + 5 \cos t \sqrt{4} = 16 \cos 2t \sin \frac{5t}{2} \cos \frac{5t}{2} = 16 \sin \frac{5t}{2} (\cos \frac{5t}{2} \cos \frac{5t}{2}) = 8 \sin \frac{5t}{2} (1 + \cos t)$$

$$\geq 8 \sin(\frac{5t}{2}) (\cos \frac{5t}{2} + \cos \frac{2t}{2}) \geq 8 \sin \frac{5t}{2} = 8 \sqrt{3}$$

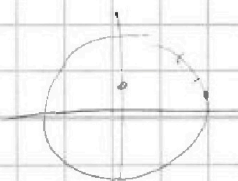
$$\frac{5 - 3\sqrt{3}}{5} > \frac{5}{2} > 5$$

$$3 \sin \sqrt{3} > \frac{5}{2} > 5$$

$$\cos \frac{5t}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{5} \quad \cos \frac{5t}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{5t}{2} \sqrt{4} \geq \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{5} \sqrt{4} \geq \frac{5\sqrt{3}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(\cos \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14})} = 4(1 - 2 \sin \frac{\pi}{14} + 3 \sin^2 t - 4 \sin^3 t)$$

$$S(\sin \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{14}) \sqrt{5 - 4(3t - 4t^3)} \sqrt{4(1 - 2t^2)} - 5t$$

$$10(\sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{5\pi}{14}) \sqrt{5 - 12t + 16t^3} \sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$$

$$f(t) = 16t^3 + 8t^2 - 7t + 5\sqrt{6} \quad \frac{1}{2}$$

$$f'(t) = 48t^2 + 16t - 7$$

$$\frac{y}{x} = 64t + 16 - 48 = 64t - 32$$

$$= 400 = 20^2$$

$$t = \frac{-8 \pm 20}{48} = \frac{-28}{48} \text{ or } \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} =$$

$$\frac{16}{60} = \frac{8}{30} = \frac{2}{3} = 5 \text{ or}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\sin \frac{2\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{16}}$$

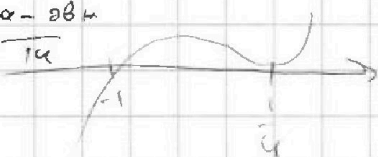
$$\frac{1 - \cos \frac{\pi}{7}}{2} \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$1 - \frac{1}{3} \sqrt{\cos \frac{\pi}{7}}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{7}}{2}}$$

$$\frac{\pi}{14} = \frac{\theta + \delta}{2} - \frac{\delta + \gamma}{2} = \frac{2\theta - 2\delta + \gamma}{14}$$



$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2} = \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} =$$

$$\frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$(1 - \cos \frac{\pi}{6}) \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$1 - 2S = 2$$

$$\frac{1 - \cos \frac{\pi}{7}}{2} \sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4} = \cos \frac{3\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}}$$

$$4 \sin \frac{\pi}{14} = 1$$



$$\sin \frac{\pi}{2} = 3 \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2} - 4 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$S - 4(3t - 4t^3) \sqrt{4(1 - 2t^2)} - 5t$$

$$S - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 5\sqrt{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\sin \frac{\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1 - \cos \frac{\pi}{7}}{2} (16t^2 - 8t + 1)(t + 1)$$

$$\sqrt{4 - 8t^2 - 5t} = (4t - 1)^2 (t + 1)$$

$$\cos 2 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{1 - \cos \frac{\pi}{7}}$$

$$\frac{1}{8} \sqrt{\cos \frac{\pi}{7}} \quad 2 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{1 + \cos \frac{\pi}{6}} \sqrt{1}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{7} \sqrt{1}$$

$$\sin \frac{\pi}{7} + \cos \frac{\pi}{6} (\cos \frac{\pi}{7} - 1)$$