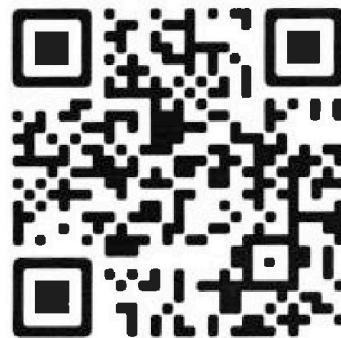




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 7

Пусть n - число вершин многоугольника, a_1, \dots, a_n - величины n -угл.

$$\left\{ \begin{aligned} S_{\text{вершин}} &= \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n, \text{ где } a_1 = 143^\circ; d = 2^\circ \\ S_{\text{вершин}} &= 180^\circ n - 360^\circ \text{ для любого многоугольника.} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180n - 360$$

$$142n + n^2 = 180n - 360; n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = \left(\frac{38}{2}\right)^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\left[\begin{aligned} n &= \frac{38-1}{2} = 18 \quad (2) \\ n &= \frac{38+1}{2} = 20 \quad (1) \end{aligned} \right.$$

Проверяем: (1) $n = 20 \Rightarrow a_{20} (20\text{-я вершина}) =$

$$= a_1 + 19 \cdot d = 143 + 19 \cdot 2 = 143 + 38 = 181^\circ > 180^\circ$$

(2) $n = 18$: $a_{18} = a_1 + 17d = 143 + 17 \cdot 2 = 143 + 34 = 177^\circ$

Тоже 18 - наибольшее возможное число вершин \checkmark

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_0 = -\frac{16}{50}, y_0 = -\frac{12}{50}, z_0 = 1$$

Проверка:

$$x_0 \ln 16 + y_0 \ln 8 + z_0 \ln 24 = \ln 6$$

$$-\frac{16}{50} \ln 16 - \frac{12}{50} \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \quad | \cdot 50;$$

$$-16 \ln 16 - 12 \ln 8 + 50 \ln 24 = 50 \ln 6;$$

$$\ln \left(\frac{24^{50}}{16^{16} \cdot 8^{12}} \right) = \ln (6^{50}) \Leftrightarrow \frac{24^{50}}{16^{16} \cdot 8^{12}} = 6^{50};$$

$$3^{50} \cdot (2^3)^{50} = 2^{60} \cdot 3^{50} \cdot (7^2)^{16} \cdot (2^3)^{12};$$

$$3^{50} \cdot 2^{750} = 2^{60} \cdot 3^{50} \cdot 7^{32} \cdot 2^{36} \quad \checkmark \text{ Тогда при } x = -\frac{16}{50}, y = -\frac{12}{50};$$

$z = 1$ $x^2 + y^2 + z^2$ принимает наименьшее значение.

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{256 + 144}{2500} + 1 = \frac{2800}{2500} = \frac{28}{25} = \frac{146}{100} = 1,46.$$

Ответ: 1,46; 1,16.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

22
Тогда ширина будет достигаться при z в вершине параболы.

$$y_0 = -\frac{3}{4} \cdot \frac{225}{16} = -\frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 50} = -\frac{12}{50} = -\frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{-2y-3}{4} = \frac{-12-3}{2} = \frac{-15}{2} = -\frac{15}{2}$$

$$z = 1$$

Проверка:

$$x_0 \ln 16 + y_0 \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6;$$

$$-\frac{15}{2} \ln 16 + \frac{6}{25} \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \quad | \cdot 200$$

$$-157 \ln 16 + 24 \ln 8 + 100 \ln 24 = 100 \ln 6$$

$$\ln \frac{24^{100}}{16^{157} \cdot 8^{24}} = \ln 6^{100} \Leftrightarrow \frac{24^{100}}{(2^4)^{157} \cdot (2^3)^{24}} = 2^{100} \cdot 3^{100}$$

$$(2^3)^{100} \cdot 3^{100} = 2^{100} \cdot 3^{100} \cdot 4 \cdot 57 + 3 \cdot 24$$

$$\Rightarrow 4x + 3y + 3 - 1 = 0 \quad y = \frac{-2-4x}{3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 1 + \frac{16x^2 + 16x + 4}{9} = \frac{25}{9}x^2 + \frac{16}{9}x + \frac{13}{9}$$

передняя коэф. при $x^2 > 0 \Rightarrow$ парабола вверх, минимум

достигается в вершине

$$x_0 = \frac{16}{2 \cdot \frac{25}{9}} = \frac{16}{50} = -\frac{12}{50}; \quad y_0 = \frac{-2 + \frac{64}{50}}{3} = \frac{-\frac{36}{50}}{3} = -\frac{12}{50}$$

↑
позв. вершины



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6,$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln (3 \cdot 2^3) = \ln (3 \cdot 2),$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3,$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 - \ln 2 = \ln 3 - z \ln 3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (1 - z)$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} (1 - z)$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \log_2 3 (1 - z)$$

$\in \mathbb{Z}$

$\in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \log_2 3 (1 - z) \in \mathbb{Z}, \text{ но } \log_2 3 \notin \mathbb{Q}$$

$\Rightarrow \log_2 3 (1 - z) \in \mathbb{Z}$ только в том случае,

когда $1 - z = 0$, $z = 1$.

$$\Rightarrow 4x + 3y + 3 - 1 = 0; \quad x = \frac{-2 - 3y}{4}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{(-2 - 3y)^2}{16} + y^2 + 1 = \frac{9y^2 + 12y + 4}{16} + y^2 + 1 =$$

$$= \frac{75y^2 + 12y + 20}{16} = \frac{25}{16}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{5}{4}$$

Заметим, что $\frac{25}{16}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{5}{4}$ — квадрат, что и требуется.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н3

$p, q \in \mathbb{N}$, p, q - простые

$$p^2 - q^2 = 292, \quad (p+q)(p-q) = 2^3 \cdot 37$$

$$p^2 - q^2 = 292 > 0 \Rightarrow p > q, \quad p+q > p-q$$

Разители 292:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 18, 22, 24, 33, 36...

т.к. $p, q, p+q, p-q \in \mathbb{N}$, то:

$$\begin{cases} p-q=1 \\ p+q=292 \end{cases}$$

Заметим, что разности $p-q$ и $p+q$ имеют разную чётность, следовательно,

$$\begin{cases} p-q = \text{нечёт} \\ p+q = \text{чёт} \end{cases} \Rightarrow 2p = \text{нечёт} \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=296 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=149 \\ q=197 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} p-q=4 \\ p+q=198 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=101 \\ q=97 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} p-q=6 \\ p+q=172 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=39 \\ q=27 \end{cases} \quad (3) \text{ т.к. } p, q \text{ - простые}$$

$$\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=99 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=31 \\ q=13 \end{cases} \quad (5) \quad \text{т.к. } 21 = 1+2+3+4+5+6 \text{ - мин. сумма в разл. чисел}$$

$$\begin{cases} p-q=18 \\ p+q=44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=22 \\ p+q=36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=29 \\ q=7 \end{cases} \quad (6) \quad \text{т.к. } 27 = 1+2+3+4+5+6 \text{ - ?}$$

$$\begin{cases} p-q=24 \\ p+q=33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=29 \\ p+q=33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=69 \\ q=63 \end{cases} \quad (7) \text{ т.к. } p, q \in \mathbb{N} \text{ простые}$$

$$\begin{cases} p-q=29 \\ p+q=33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=33 \\ p+q=33 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3
1) $p = 39$
 $q = 22$
 $p, q - 6$ из 2 посл. пар. чисел
 $\Rightarrow p - q = q_1 - q_2$, где q_1, q_2 - числа по из 2 посл. чисел
 $p - q = q_1 - q_2 = 17 > 6$ ~~нельзя~~
Всегда на разнице макс. разности системы 7х посл. из 2
послед. чисел = $2k + 6 - 2k = 6$

2) $p = 155$
 $q = 137$
 $p = 101$
 $q = 97$
Примеры: $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37\}$
 $p - \sum M \{32\}$
 $q - \sum M \{34\}$

(1) Заметим, что если $M \{17, 18, 19, 20, 21, 22\}$, то

$$\sum M = 98 < 101 = p - \text{не подходит}$$

$M \{17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\} - \sum = 105$, тогда будем
поиск из M поиск $93 < 92$

$M \{13, \dots, 29\} - \sum = 172$, при этом нам нужно
всего

$$98 < 101 \Rightarrow \text{если рассмотреть число } < 101 \Rightarrow \text{нельзя}$$

$M \{14, 15, 20\} - \sum = 179$, при этом нам
получим $105 > 101$ - тоже нельзя

Тогда $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

Ответа: $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

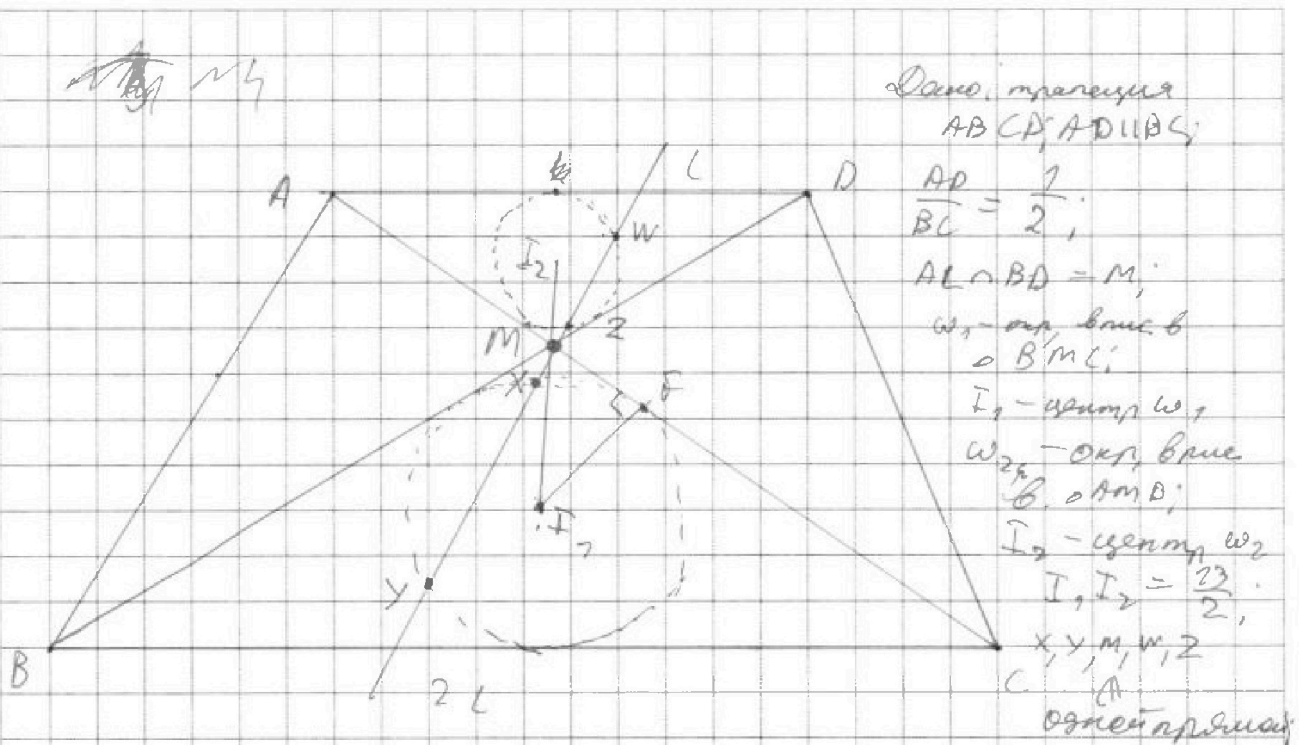


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: трапеция
ABCD, AD || BC;

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2};$$

$$AC \cap BD = M;$$

ω_1 - окр. впис. в $\triangle BMC$;

I_1 - центр ω_1 ;

ω_2 - окр. впис. в $\triangle AMD$;

I_2 - центр ω_2 ;

$$I_1, I_2 \in \frac{23}{2};$$

X, Y, M, W, Z

с. а. а. одной прямой;

X, Y $\in \omega_1$;

W, Z $\in \omega_2$;

$$MZ \cdot MY = 5$$

Найти: I_1, X - ?

Решение:

$$\angle BMC = \angle AMD \text{ (верт. уг.)}$$

$$\angle DBC = \angle ADB \text{ как впис. при } AD \parallel BC \text{ и сеч. } BD$$

$$\Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD \text{ (по 2-м уг.)} \Rightarrow \frac{MW}{MY} = \frac{MZ}{MX} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{I_1 X}{I_2 Z}$$

(все совп. и \sim \Rightarrow совпадают)

$$\omega_1, \omega_2 \text{ - впис. окр.} \Rightarrow I_2 M \text{ - бисс. } \angle AMD; \angle AMI_2 = \angle I_2 M D$$

$$I_1 M \text{ - бисс. } \angle BMC; \angle BMI_1 = \angle I_1 M C$$

$$\Rightarrow I_2 M I_1 \text{ - бисс. } \angle AMD \text{ и } \angle BMC \Rightarrow I_2, M, I_1 \text{ лежат на одной прямой.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I_2 M = \frac{1}{2} I_1 M; I_1 M = 2 I_2 M$$

$$I_1 I_2 = I_2 M + I_1 M = 3 I_2 M; I_2 M = \frac{23}{6}; I_1 M = \frac{20}{6}$$

$$\frac{M Z}{M X} = \frac{1}{2} \Rightarrow M Z = \frac{1}{2} M X; \frac{M W}{M Y} = \frac{1}{2}; M W = \frac{1}{2} M Y$$

$$M Z \cdot M Y = M Z \cdot 2 \cdot M W = 2 M Z$$

$$M Z \cdot M Y = \frac{1}{2} M X \cdot M Y = \frac{M X \cdot M Y}{2}$$

Прямая ω_1 касается $M\Gamma$ в точке F . $\Rightarrow MF$ - отрезок касательной

$I_1 X = I_1 F$ - радиусы ω_1 .

$$MF^2 = M X \cdot M Y \text{ (по св. сек. и кас.)} = 2 M Z \cdot M Y = 20$$

MF - кас $\Rightarrow \angle M F I_1 = 90^\circ$ (по св. кас) $\Rightarrow M F I_1$ - диаметр.

(по опр.)

По теореме Пифагора

$$MF^2 + F I_1^2 = M I_1^2 \quad F I_1 = \sqrt{M I_1^2 - M F^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{6}\right)^2 + 10} =$$

$$= \sqrt{\frac{6^2}{36} + 10} = \sqrt{\frac{6^2 + 360}{36}} = \frac{\sqrt{1036}}{6} = \frac{2\sqrt{259}}{6} = \frac{\sqrt{259}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{259}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{7} \vee 4 \cos \frac{\alpha}{7} - 5 \sin \frac{\alpha}{7}$$

Пусть $\frac{\alpha}{7} = \alpha$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^3 \alpha - 7 \sin \alpha + 7 \vee 0$$

Пусть $\sin \alpha = t$, $-1 \leq t \leq 1$

$$26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \vee 0$$

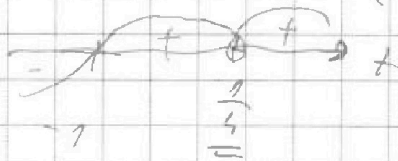
Замечая, что при $t = -1$, $26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 =$

$$= -16 + 8 + 7 + 7 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ — корень } 26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \vee 0$$

$$\begin{array}{r} 26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \quad | \quad t + 1 \\ \underline{26t^3 + 26t^2} \\ -18t^2 - 7t + 7 \\ \underline{-18t^2 - 18t} \\ 11t + 7 \\ \underline{11t + 11} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow 26t^3 + 8t^2 - 7t + 7 = (t + 1)(26t^2 - 8t + 7) = (t + 1)(4t - 1)^2$$

$$(t + 1)(4t - 1)^2 \vee 0, \quad (t + 1)\left(t - \frac{1}{4}\right)^2 \vee 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Проверяем, что если $\begin{cases} t \neq -1 \\ t \neq \frac{1}{4} \end{cases}$, то $16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 > 0$.

$$\begin{cases} \cos \alpha \neq -1 \\ \sin \alpha \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{3\alpha}{4} \neq -1 \\ \cos \alpha \neq \frac{1}{4} \quad \sin \frac{\alpha}{4} \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

Важно

Проверяем, что $16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 > 0$

$$\Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{4} > 4 \cos \frac{\alpha}{4} - 5 \sin \frac{\alpha}{4}$$

Обратно $5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{4}$ больше



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 из??
 По условию, ~~каждая~~ если 4 точки \checkmark лежат в одной плоскости, то эта плоскость — α . Получается, что никакие 4 и более точек, лежащих вне α , не лежат на одной плоскости. Значит, если n — кол-во точек многогранника в основании пирамиды, то при $n \geq 4$, все точки, лежащие в основании пирамиды, лежат в α -плоскости. Значит, минимальное значение n — мин. кол-во точек, лежащих в одной n -ти \Rightarrow мин. кол-во точек, лежащих в α , то есть 7.

Рассмотрим 2 случая

1) $4 \leq n \leq 7$: Т.к. пирамида должна быть выпуклой, то её вершины не лежат в α , т.е. это n точек одной из других 5 точек

$n=4$: $C_2^4 \cdot C_5^1$ — кол-во выпукл. пирамид
 \uparrow кол-во способов выбрать вершину пирамиды
 \uparrow кол-во способов выбрать n -тр. в основании

Аналогично, $n=5$: $C_2^5 \cdot C_4^1$; $n=6$: $C_2^6 \cdot C_3^1$; $n=7$: $C_2^7 \cdot C_2^1$

$$\Sigma = C_2^7 (C_2^5 + C_2^4 + C_2^3 + C_2^2) = 5 \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{2 \cdot 6}{2 \cdot 1} + 7 + 1 \right) = 5(35 + 2 \cdot 3 + 2 + 1) = 5 \cdot 65 = 320.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) ^{кб} $n=3$:

В этом случае нам позволено любые 4 точки из 7, кроме тех, которые лежат в одной прямой. Кроме того шуря, когда все точки

лежат в одной прямой: $\binom{7}{4} - 6 = 35 - 6 = 29$

лежат в одной прямой, т.е. в одной прямой

кол-во пирамид: $\binom{7}{4} - \binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} =$

$$= 35 - 35 = 0$$

→ всего пирамид = $29 + 35 = 64$

Ответ: 64.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Условие задачи: $P_2 \rightarrow$

$\frac{300}{4} = 75$
 $\frac{48}{100} = 0.48$
 $\frac{63}{100}$
 $\frac{48}{100} = 0.48$
 $\frac{63}{100}$
 $\frac{48}{100} = 0.48$
 $\frac{63}{100}$
 $\frac{48}{100} = 0.48$
 $\frac{63}{100}$

$\frac{AD}{BC} = \frac{7}{2}$
 $I_1 I_2 = \frac{7}{2}$
 $MZ \cdot MY = 5$
 $X I_1, X I_2$ - биссектрисы
 $\Rightarrow X, I_1, I_2$ лежат на одной прямой

$\frac{I_1 I_2}{I_2 Z} = 2$
 $\frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{1}{2}$
 $I_2 M = \frac{1}{2} I_1 M = \frac{1}{3} I_1 I_2 = \frac{7}{6}$

$K(x+xM) \cdot X \cdot MZ = 2 \cdot m \cdot ZM = 2 \cdot m \cdot ZM \cdot (m \cdot ZM + x \cdot Y)$

решено:
 $\Delta AMD \sim \Delta BMC$
 $\frac{AM}{BM} = \frac{AD}{BC} = \frac{7}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{64} \cdot \frac{64}{81} + 7 + \frac{64}{49} + \frac{36}{49} = \frac{769}{49}$$

Ответ: $\frac{769}{49}$

$$\text{Решение: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{7} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{7}}$$

$$\frac{\pi}{7} = d$$

$$5 - 4 \sin 3d \sqrt{4 \cos d - 5 \sin d}$$

$$5 - 4(3 \sin d - 4 \sin^3 d) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 d) - 5 \sin d}$$

$$5 - 12 \sin d + 16 \sin^3 d \sqrt{4 - 8 \sin^2 d - 5 \sin d}$$

$$46 \sin^3 d + 8 \sin^2 d - 12 \sin d + 7 = 0$$

$$\sin d = t$$

$$46t^3 + 8t^2 - 12t + 7 = 0$$

$$4t(11t^2 + 2t - 3) = 0$$

$$D_1 = 84 + 7 - 48 = 16 \cdot 4 + 7 \cdot 3 \cdot 16 = 16(27 + 4) = 16 \cdot 31 = (4\sqrt{31})^2$$

$$t = \frac{-8 - 20}{48} = -\frac{28}{48} = -\frac{7}{12}$$

$$t = \frac{22}{48} = \frac{11}{24}$$

$(\frac{x}{2})^2 = x$
 $\frac{x^2}{4} = x$
 $x^2 = 4x$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x - 4) = 0$
 $x = 0$ or $x = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 y^2 z^2 = \frac{16 + 16y^2 - 9y^2 - 72y - 4}{16} = \frac{7y^2 - 12y + 12}{16}$$

$$= \frac{7}{16} y^2 - \frac{3}{4} y + \frac{3}{4} = f(y)$$

Для поиска минимума $f(y)$ при $y > 0$ → правило Лобача → min в начале

$$f'(y) = \frac{7}{8} y - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \frac{7y}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 7} = \frac{6}{7}$$

$$y = \frac{6}{7} \quad x = \frac{-2 - 3y}{4} = \frac{-2 - \frac{18}{7}}{4} = \frac{-14 - 18}{28} = -\frac{32}{28} = -\frac{8}{7}$$

$$z = \frac{-36 + 18 + 24}{7} = \frac{6}{7}$$

$$x = -\frac{8}{7}, \quad y = \frac{6}{7}, \quad z = \frac{6}{7}$$

$\sin 2\alpha = \sin 2\theta \cos \phi \cos \psi = 2 \sin \theta (1 - \sin^2 \theta) + (1 - 2 \sin^2 \theta) \cos \phi = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$

$$\frac{6}{7} \ln 8 - \frac{8}{7} \ln \frac{16}{7} + \ln 24 = \ln 6 \cdot 7$$

2036

$$6 \ln 8 - 8 \ln 16 + 7 \ln 24 = 2 \ln 6$$

$$\ln \frac{8^6 \cdot 24^7}{16^8} = \ln 6^2 \Rightarrow \frac{8^6 \cdot 24^7}{16^8} = 6^2$$

$$(2^3)^6 \cdot (2^3 \cdot 3)^7 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot (2^4)^2$$

$$2^{18} \cdot 2^{21} \cdot 3^7 = 3^2 \cdot 2^8 \cdot 2^{16}$$

$$2^{39} \cdot 3^7 = 3^2 \cdot 2^{24} \quad \checkmark \Rightarrow x = -\frac{8}{7}, \quad y = \frac{6}{7}, \quad z = \frac{6}{7}$$

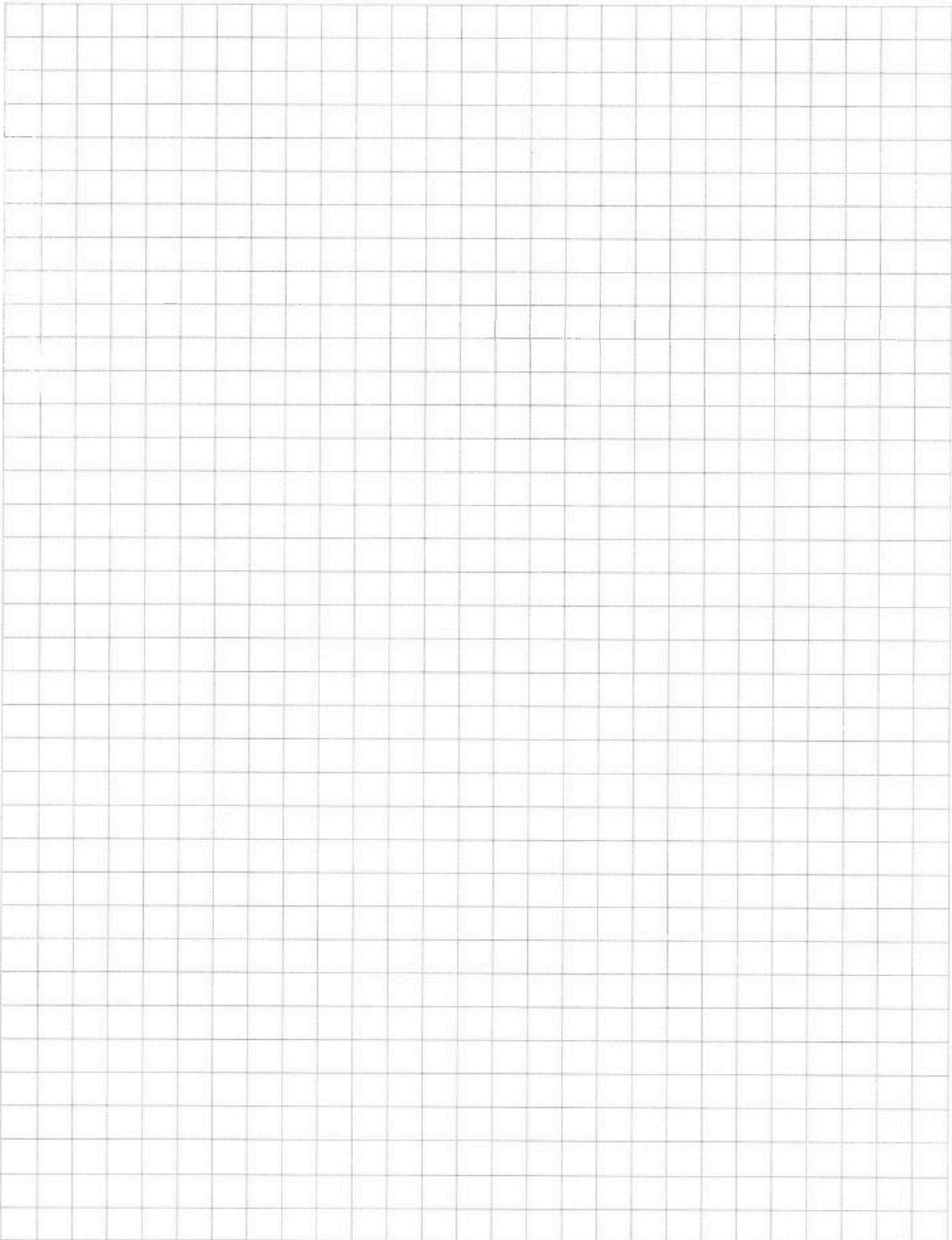


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. 2 летат на 2, иначе 4 аз ост. 5 не летают в м-ти.

⇒ если летают 2, то в м-ти 4 большая

⇒ пусть n - количество в ост. летают.

$$\begin{array}{r} 2n = 2 \cdot 2 = 4 \\ 4n = 4 \cdot 2 = 8 \\ \hline 6n = 12 \end{array}$$

$n = 2$ летат в д, в м-ти не летат в д

$$n = 3$$

все, что угодно.

$$1) n = 9: x = C_7^9 \cdot C_5^7$$

$$n = 5: x = C_9^5 \cdot C_5^7$$

$$\frac{1080}{400} = 2.7$$

$$\frac{25 \cdot 256}{92500} = 0.27$$

$$\begin{aligned} &= \sum = C_9^7 (C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + C_2^7) \\ &= 5 (C_2^0 + C_2^1 + C_2^2 + C_2^3) = \\ &= 5 (1 + 2 + \frac{3 \cdot 2}{2} + \frac{2 \cdot 1 \cdot 2}{6}) = \\ &= 5 (1 + 2 + 3 + 2) = 5 \cdot 8 = 40 \end{aligned}$$

2) $n = 3$ иначе 4 там не летат в м-ти, как от не в м-ти

$$\begin{aligned} X &= C_{12}^4 - C_7^4 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \\ &= 11 \cdot 11 \cdot 9 - 7 \cdot 5 = 1287 - 35 = 1252 \end{aligned}$$

Ответ: 1252

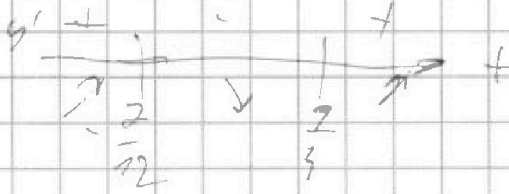


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

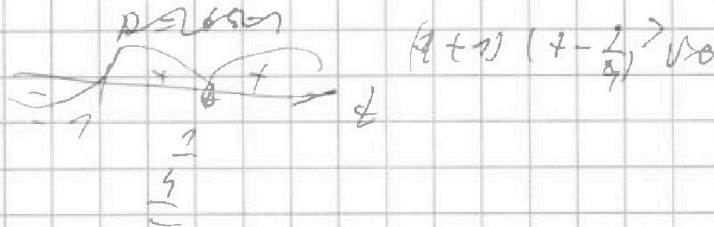


⇒ если при $t = -1$ и при $t = \frac{1}{4}$... > 0 , то ...

$$t = -1: -16 + 8 + 2 + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 & t + 1 \\ \hline 76t^3 + 16t^2 & 16t^2 - 8t + 1 \\ \hline -8t^2 - 8t & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline & t + 1 \end{array}$$

$$(t + 1)(16t^2 - 8t + 1) = (t + 1)(4t - 1)^2 \geq 0$$



$$\Rightarrow \text{при } \left[\sin \frac{\pi}{4} \cdot 4 - 1 \right] > 0 \Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} > 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 5$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} > 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(p-q) | p+q | = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$22 : 6 = 72$$

Делители 792:

$$169 \cdot 13 = 18$$

$$\begin{array}{r} 769 \\ + 13 \\ \hline 782 \\ + 13 \\ \hline 795 \end{array}$$

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 18, 22, 24, 33, 36, ...

$$7 \cdot 9 + 3 + 4 + 6 + 8 = 21$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{24}{18} \cdot \frac{26}{28} = \frac{6}{28}$$

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=390 \\ p-q=4 \\ p+q=198 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=197 \\ p \neq q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=192 \end{cases} \quad | \quad 41$$

p, q — простые

$$\begin{cases} p-q=6 \\ p+q=132 \end{cases}$$

$$1+2+3+4+5+6+7 = 28$$

$$2 \cdot k + 78 = 209$$

$$\begin{cases} p=101 \\ q=97 \end{cases} \quad | \quad 31$$

$$\begin{cases} p=69 \\ q=63 \end{cases} \quad | \quad 21$$

$$\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=99 \end{cases}$$

$$k = 195$$

$$\begin{cases} p=39 \\ q=27 \end{cases} \quad | \quad 11$$

$$7 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$25 + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 + 31 = 28$$

$$\begin{cases} p=37 \\ q=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=18 \\ p+q=64 \end{cases}$$

$$20 + 28 + 30 + 32 + 34 + 36 + 38 = 28$$

$$\begin{cases} p=28 \\ q=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=22 \\ p+q=38 \end{cases}$$

$$p - q = 22 \quad \text{н.н. числа не сд.}$$

$$2) \quad p - q = 0 \quad \rightarrow \quad i = 2; \quad j = 7$$

$$p = 2 + 7 = 9; \quad q = 7$$

$$\begin{cases} p-q=24 \\ p+q=33 \end{cases}$$

3)

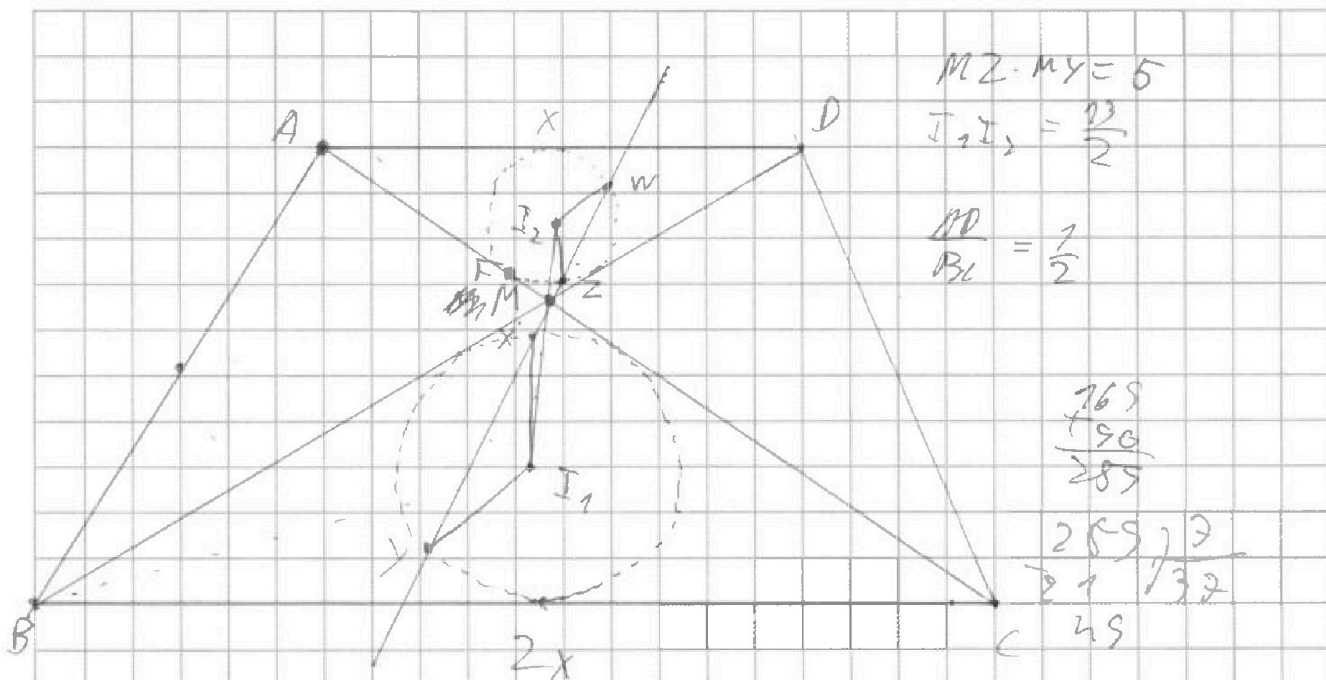


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$MZ \cdot MY = 5$$

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$\frac{MP}{BL} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 769 \\ 196 \\ \hline 289 \\ 289 \overline{) 259} \\ 21 \quad 132 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\frac{I_1 M}{I_2 M} = 2$$

$$MZ \cdot MY - 2MZ(MZ + WZ) = 5$$

$$MZ \cdot MW = \frac{5}{2} = MF^2$$

$$MF^2 + R_2^2 = I_2 M^2$$

$$R_1 = 2R_2 = 2 \sqrt{I_2 M^2 + MF^2} = 2 \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}} = \frac{2\sqrt{289}}{2}$$

$$= 2 \sqrt{\frac{769}{36} + \frac{5}{2}} = 2 \sqrt{\frac{165 + 5 \cdot 18}{36}} = 2 \sqrt{\frac{289}{36}}$$

$$= \frac{2\sqrt{289}}{6} = \frac{\sqrt{289}}{3}$$

Ответ: $\frac{289}{3}$

28	26	22	28	29	30	31	203
26	23	28	29	30	31		217
30	34	33	33	34	35	36	231
19	20	25	20	25	23	23	246
10	17	12	73	14	15	10	251
12	17	14	15	16	17	18	268
13	...	17	22				272
14	...						272



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. или $133, 145, \dots$ $S = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

или ~~$133, 247, \dots$~~ $S = \frac{21 + 21}{2} \cdot 3$

$\frac{2 \cdot 133 + 2n}{2} \cdot n = 180 \cdot n - 360$ $S = \frac{2+2}{2} \cdot 3 = 6$

$145n = 180n - 360$ $35n = 360$

$n \neq$

вознос!

$\frac{2 \cdot 143 + 2n - 2}{2} \cdot n = 180n - 360$

$142n + n^2 = 180n - 360$

~~$147n + 2n$~~

~~$n^2 + 34n + 360 = 0$~~
 ~~$D = 324 - 360$~~

$\frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180n - 360$

$2 \ln n^2 = 2 \ln 3 \cdot 2 = 4 \ln 3$
 $= 2 \ln 3 + 2 \ln 3$

$142n + n^2 = 180n - 360$; $n^2 - 36n + 360 = 0$

2. $x \ln 2 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$

$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$

$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (z - 1)$

$\Rightarrow \log_2 3 (z - 1) \in \mathbb{Z}$

$4x + 3y + 3z - 1 = \log_2 3 (z - 1)$

$\Rightarrow 1 - z = 0$
 $z = 1$

$\frac{1}{z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{числ}} a, n = S_{\text{числ}} \text{матриц}$$

$$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = 180n - 360;$$

$$a_1 n + \frac{(n-1)n}{2} \cdot d = 180n - 360$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360;$$

$$n^2 + 142n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 36^2 - 360 = 0$$

$$n = 19 - 1 = 18$$

$$n = 19 + 1 = 20$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{5} x^2 + \frac{16}{5} x + \frac{12}{5}$$

$$x_0 = -\frac{16}{9} \cdot \frac{9}{50}$$

$$= -\frac{16}{50}$$

нуженое!

38

$$a_{20} = a_1 + 2 \cdot 29 = 143 + 40 = 183 \neq 80 \neq$$

$$a_{18} = a_1 + 2 \cdot 27 = 143 + 54 = 197 \checkmark$$

Ответ: 18.

2.7.3

$$2. \begin{cases} 4x + 3y + 3z - 1 = \log_2 3(1-2) \\ z = 2 \end{cases}$$

$$4x + 3y + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2-3y}{4}$$

$$y = \frac{-2-4x}{3}$$

$$x^2 + 1 + 4 \cdot \frac{4x^2 + 2 \cdot 4x + 1}{9} =$$

$$10x^2 + 8x + 1 + 9y^2 =$$

$$x^2 + 9y^2 + 2z = 1 + 4y^2 - \left(\frac{2+3y}{4}\right)^2 = 1 + 4y^2 - \frac{9y^2 + 12y + 4}{16}$$

$$= \frac{20x^2 + 26y + 23}{16}$$