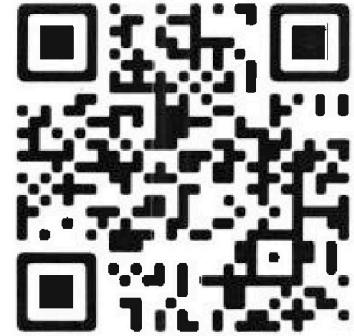




МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
- [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
- [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
- [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) По формуле суммы арифметической прогрессии, сумма ~~н~~ градусных мер углов равна  $S = \frac{(143 + 143 + 2(n-1)) \cdot n}{2} = n(143 + n - 1) =$

$= n(142 + n)$ . С другой стороны, в любом выпуклом многоугольнике сумма гр. мер внешних углов всегда равна  $360^\circ$  (иначе фигура не может быть замкнутой) и,

соответственно, сумма внутренних углов  $(180^\circ - \alpha_{\text{внеш1}}) + (180^\circ - \alpha_{\text{внеш2}}) + \dots = n \cdot 180^\circ - (\alpha_{\text{внеш1}} + \alpha_{\text{внеш2}} + \dots) =$   
 $= n \cdot 180^\circ - 360^\circ$  - кратна  $180^\circ$

П.к. прогрессия начинается с нечетного числа и имеет разности  $2^\circ$ , все углы имеют нечетные гр. меры. Наибольший угол, меньший  $180^\circ$ , равен  $179^\circ$ . Он входит в последовательность при  $n=19$ .

Однако  $S_{19} = 19(142+19)$  - нечетное число, которое не может быть кратно  $180$ . Таким образом,

$n=18$ :  $S_{18} = 18(142+18) = 16 \cdot 180 = 2880$  - является валидным числом вершин для данного многоугольника.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку при больших значениях  $n$  ( $n \geq 20$ ) последние члены прогрессии превышают  $180^\circ$ , т.е. не позволяют построить выпуклый многоугольник,  $n = 18$  — наибольшее число вершин.

Ответ: 18





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2  $x, y, z \in \mathbb{Z}$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \quad \begin{pmatrix} 16^x > 0 \\ 8^y > 0 \\ 24^z > 0 \end{pmatrix}$$

$$\ln(16^x 8^y 24^z) = \ln 6$$

функция  $\ln(a)$  - монотонная, значит

$$16^x 8^y 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

все показатели - целые, значит

$$\begin{cases} 4x + 3y + 3z = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

Рассмотрим отдельно возможные варианты:

$x=0$ :  $3y = -2$  - не имеет целых решений

$y=0$ :  $4x = -2$  - не имеет целых решений

$y=1$ :  $4x + 3 = -2$   
 $4x = -5$  - нет целых реш.

$y=-1$ :  $4x - 3 = -2$   
 $4x = 1$  - нет целых реш.

$\Rightarrow$  в скалярном ответе  $|y| \geq 2 \forall x; x \neq 0$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при  $x \neq 1$ :  $4 + 3y = -2$

$$3y = -6$$

$$y = -2$$

	-2	-1	0	1	2
x			X		
y	X	X	X		
z					✓

$x, y, z \in \mathbb{Z}$ , следовательно, это  
мы нашли наименьшие возможные (по  
модулю) значения  $x, y$  и  $z$ .

Тогда  $x^2, y^2$  и  $z^2$  а также их  
сумма  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$  является наименьшей.

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3 Пусть  $n$  — среднее по величине число множества  $M$ , тогда  $M = \{n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3\}$ .

Все возможные суммы шестёрок таковы:

$$(n \geq 4) \quad 7n - (n-3) = 6n + 3 \quad \begin{matrix} 7, 2, 7 \\ \text{— кратно трём, не простое} \end{matrix}$$

$$7n - (n-2) = 6n + 2 \quad \begin{matrix} 7, 2, 6 \\ \text{— кратно двум, не простое} \end{matrix}$$

$$7n - (n-1) = 6n + 1 \quad \begin{matrix} 7, 2, 5 \end{matrix}$$

$$7n - n = 6n \quad \begin{matrix} 7, 2, 4 \\ \text{— кратно шести, не простое} \end{matrix}$$

$$7n - (n+1) = 6n - 1 \quad \begin{matrix} 7, 2, 3 \end{matrix}$$

$$7n - (n+2) = 6n - 2 \quad \begin{matrix} 7, 2, 2 \\ \text{— кратно двум, не простое} \end{matrix}$$

$$7n - (n+3) = 6n - 3 \quad \begin{matrix} 7, 2, 1 \\ \text{— кратно трём, не простое} \end{matrix}$$

$\Rightarrow p = 6n + 1, q = 6n - 1$ : только эти значения могут быть простыми.

$$(6n+1)^2 - (6n-1)^2 = 792$$

$$(6n+1+6n-1)(6n+1-6n+1) = 792$$

$$n = 33$$

$$M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$

$$\text{Ответ: } M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

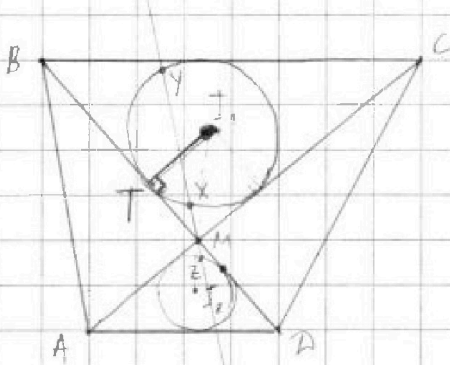
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}; MZ \cdot MY = 5$$



$$BC \parallel AD \Rightarrow \angle BCA = \angle CAD$$

$\Rightarrow \triangle BCM \sim \triangle DAM$  по двум углам

$$\Rightarrow \frac{MI_2}{MI_1} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \neq$$

M лежит на  $I_1 I_2$ , т.к.

$MI_1$  и  $MI_2$  - биссектрисы вертикальных углов

$$\frac{MI_1}{I_1 I_2} = \frac{MI_1}{MI_1 + MI_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow MI_1 = \frac{2}{3} I_1 I_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{13}{2} = \frac{13}{3}$$

T - точка касания диаметра BD и  $\omega_1$ . По св.ву секущей  $MX \cdot MY = MT^2$ . Из подобия  $\triangle BCM$  и  $\triangle DAM$

$MX = 2MZ$  (как соответственные элементы)

$$\underbrace{2MZ \cdot MY}_5 = MT^2 = 10. \text{ Радиус } I_1 T \perp BD \text{ (касательная)}$$

по т. Пифагора  $TI_1 = \sqrt{MI_1^2 - MT^2} = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \frac{\sqrt{79}}{3}$

Ответ:  $\frac{\sqrt{79}}{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7}} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{7\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \sin \left( \frac{7\pi}{14} - \frac{2\pi}{14} \right)} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{7\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{4 \sin \frac{5\pi}{14} + 4 \sin \frac{3\pi}{14}}$$

$$5 \left( 2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left( 2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} \right)} \quad | : \sin \frac{4\pi}{14} > 0$$

т.к.  $0 < \frac{4\pi}{14} < \pi$

$$10 \cos \frac{3\pi}{14} \sqrt{8 \cos \frac{\pi}{14}}$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{14}}$$

$$5 \left( 4 \cos^3 \frac{\pi}{14} - 3 \cos \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{14}}$$

$$20 \cos^3 \frac{\pi}{14} \sqrt{19 \cos \frac{\pi}{14}} \quad | : \cos \frac{\pi}{14} > 0, \text{ т.к. } -\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{2}$$

$$20 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{19}$$

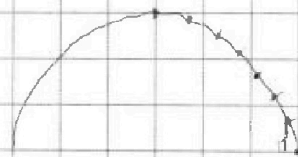
$$\cos^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{19}{20}}$$

~~$$1 - \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{19}{20}}$$~~

~~$$\sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{19}{20}}$$~~

$$\cos \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{19}{20}}$$

$$\frac{\pi}{14} \triangle \arccos \left( \sqrt{\frac{19}{20}} \right)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 7 точек на плоскости алгебра(2) лежат на окружности, а значит никакие три из них не лежат на одной прямой.

В соответствии с условиями, кроме этих семи точек никакие 4 точки не лежат в одной плоскости, т.е. из них нельзя образовать плоский тетраэдр. Также, совсем никакие три точки не лежат на одной прямой, т.к. иначе существовала бы ~~еще~~ плоскость, образованная этой прямой и еще одной точкой, которая не являлась бы  $d$ , что противоречит условию.

$\Rightarrow$  любые три точки образуют тетраэдр

$\Rightarrow$  существует ~~тетраэдр~~  $7 \cdot C_5^3 + 5 \cdot C_7^3 + C_5^2 \cdot C_7^2 + C_5^4$  тетраэдров с вершинами в данных точках. Помимо этого, других выпуклых тетраэдров

$$5 \cdot (C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7)$$

$$\text{Ответ: } 5 \cdot (C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) + 7 \cdot C_5^3 + C_5^2 \cdot C_7^2 + C_5^4$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7 Ответ: 42





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

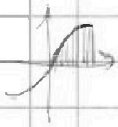
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

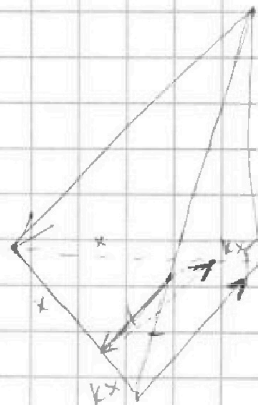
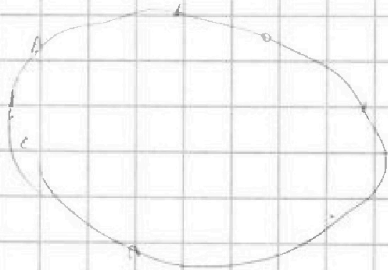
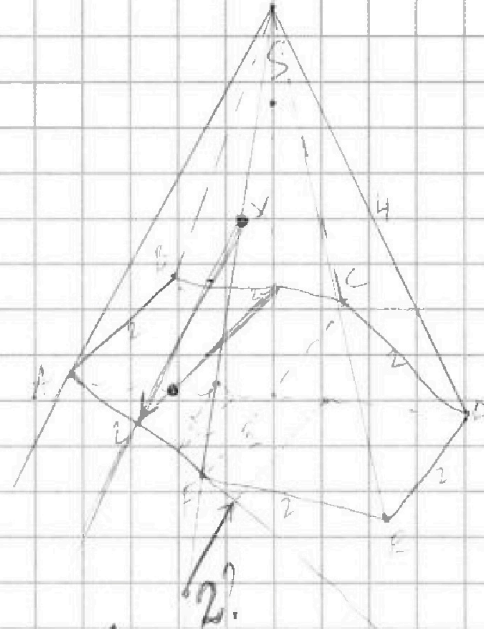
$$5 \cos \frac{3\pi}{14} \sqrt{8 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14}}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{\frac{5}{8}}$$

$$\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4} \quad \text{т.к.} \quad 12\pi < 14\pi$$



$$\sin \frac{3\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{5}{8}}$$
$$\frac{2}{4} \sqrt{\frac{25}{64}}$$
$$32 > 25$$



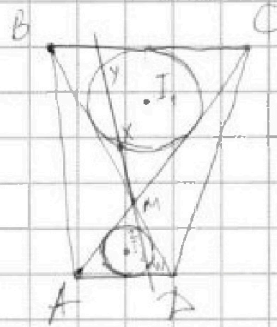
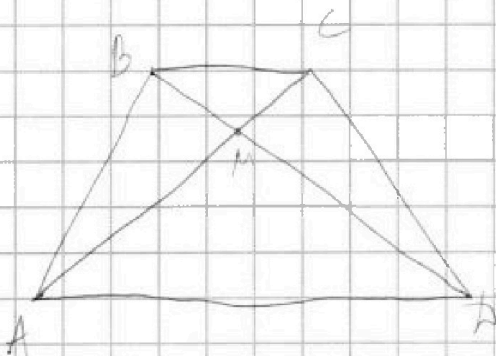


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

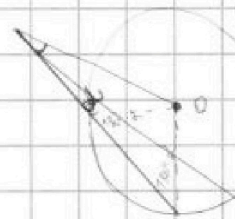
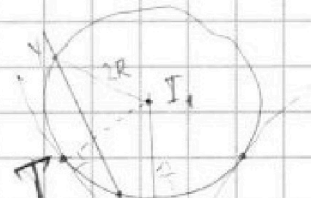
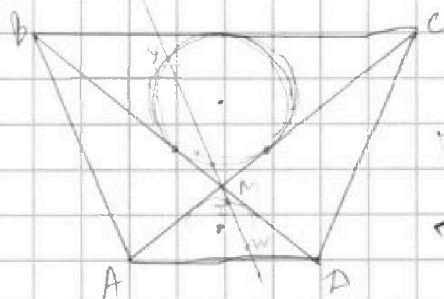
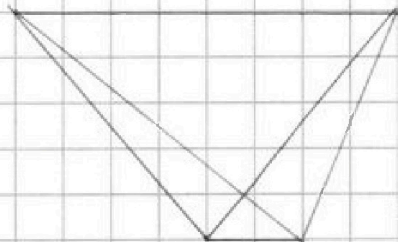
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AD:BC = 1:2$   
 $R_{I_1} = ?$   
 $I_1 I_2 = 13/2$   
 $MZ \cdot MY = 5$



$$MI_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{13}{2} = \frac{13}{3}$$

$$MZ = \frac{MX}{2}$$

$$\frac{MX}{2} \cdot MY = 5$$

$$MX \cdot MY = 10$$

$$MY = 2 \cdot MW$$

$$MZ \cdot 2MW = 5$$

$$MZ \cdot MW = \frac{5}{2}$$

$$MI_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{13}{2} = \frac{13}{6}$$

~~$MI_1^2 = MZ \cdot MX = 5$~~   
 $MI_1^2 = MX \cdot MY = 10$

по т. Пифагора  $MI_1 = ? = \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10} =$   
 $= \sqrt{\frac{169}{9} - \frac{90}{9}} = \frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

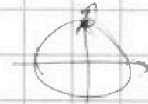
$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} = \sin \left( \frac{7\pi}{14} - \frac{2\pi}{14} \right) = \sin \frac{5\pi}{14}$$

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \vee 4 \sin \frac{5\pi}{14} + 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$\uparrow$   $5 \sin \frac{7\pi}{14} = 5 \sin \frac{\pi}{2} = 5$

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \end{aligned}$$

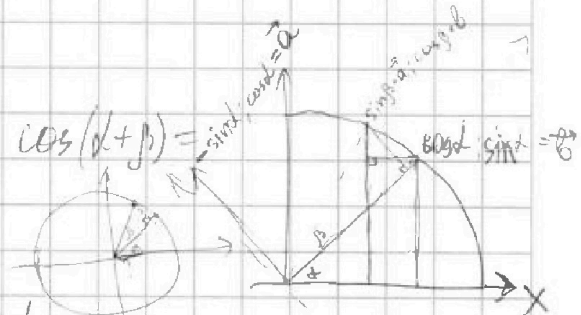


$$5 \left( 2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} \right) \vee 4 \left( 2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} \right)$$

$$5 \cos \frac{5\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5(4 \cos^3 \frac{\pi}{14} - 3 \cos \frac{\pi}{14}) - 4 \cos \frac{\pi}{14} \vee 0$$

$$20 \cos^3 \frac{\pi}{14} - 19 \cos \frac{\pi}{14} \vee 0$$



t.v.  $\cos(2\alpha+\alpha) = \cos \alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \sin 2\alpha =$

$$= \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) - \sin \alpha (2 \sin \alpha \cos \alpha) =$$

$$20a^3 - 19a$$

$$20a^2 - 19 \vee 0$$

$$= 2 \cos^3 \alpha - \cos \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$$

$$= 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$20 \cos^2 \frac{\pi}{14} \vee 19$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{14} \vee \frac{19}{20}$$

$$\cos \frac{\pi}{14} \vee \sqrt{\frac{19}{20}}$$

$$10 \sin \frac{3\pi}{7} \vee 19$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{2\pi}{7} \vee 4 \sin \frac{3\pi}{7} = 4 \cdot 2 \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{2\pi}{14}$$

$$\frac{3\pi}{7} > \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos \frac{3\pi}{7} < \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{aligned} \sin^4 \frac{3\pi}{7} &> \sin^2 \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4} \\ \sin^2 \frac{3\pi}{7} &> \frac{3}{4} \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3, 4, 4, 5, 5, 4, 6 = 31$$

$n = ?$

$a_1 + (n-1) \cdot d$

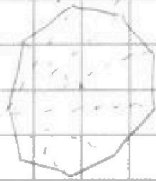
$a_1 \rightarrow 143, 145, 147, 149, 151, 153, \dots, 179 \Rightarrow n \leq 19$

$$79 - 43 = 36 \quad 18$$

$$180 = 20 \cdot 9 = 4 \cdot 5 \cdot 9$$

$$(142 + 18) \cdot 18 = 16 \cdot 180$$

$$n = 18$$



$$S = 180^\circ$$

$$143 + 145 +$$

$$S = \frac{(143 + 143 + (n-1) \cdot 2) \cdot n}{2} = (143 + n - 1) \cdot n = (142 + n) \cdot n = 180$$

$$(142 + 1) = 143$$

$$(142 + 2) \cdot 2 = 288$$

$$(142 + 3) \cdot 3 =$$

$$n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3 \in \mathbb{N}$$

$$C_2^5$$

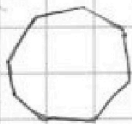
$p, q$  - простые суммы

$$396$$

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$(p+q)(p-q) = 792$$

$p, q$  - нечетные



$$177^\circ \rightarrow 159^\circ \quad 16/18$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$x \ln 16 - \ln 8 - \ln 24 = 0$$

$$x(\ln 8 + \ln 2) + y \ln 8 + z \ln$$

$$4x + 2z = 3$$

$$y = \frac{4x-2}{3}$$

$$z = 1$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$\ln x = \log_e x$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln 16^x 8^y 24^z = \ln 6$$

$\ln$  - монотонная

$$\Rightarrow 16^x 8^y 24^z = 6$$

$$2^{4x} 2^{3y} \cdot (2^3 \cdot 3)^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z} 3^z = 2 \cdot 3$$

$$\begin{cases} -4x + z = 3 \\ 4x = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - z = -3 \\ -4x = -4 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подстановкой убеждаемся, что  $y \neq 0$ ,  $x \neq 0$ .

$$|x| \geq 1, |y| \geq 1$$

Также убеждаемся, что  $\begin{cases} y \neq \pm 1 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$  одновременно!

(т.к.  $4x + 3y = -2$ )  
 $\begin{matrix} 1 \\ \neq \pm 1 \end{matrix}$   $\begin{matrix} \neq \pm 1 \end{matrix}$

при  $x=1$

$$y = -\frac{6}{3} = -2$$

Ответ:  $1^2 + (-2)^2 + 1^2 = 1 + 4 + 1 = 6$

$$\begin{aligned} & 1 \ln 16 + (-2) \ln 8 + 1 \ln 24 = \\ & = \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln \frac{16 \cdot 24}{64 \cdot 4} = \ln 6 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 792 \div 2 \\ \hline 396 \quad 2 \\ 198 \quad 2 \\ 99 \quad 3 \\ 33 \quad 3 \\ 11 \quad 11 \end{array}$$

$$\sum = 7n \quad n=24 \quad 7 \cdot n = 28$$

$$7n - (n-3) = 6n + 3 \quad \text{No!}$$

$$-(n-2) = 6n + 2 \quad \text{No!}$$

$$-1 = 6n + 1 \quad \leftarrow \text{That}$$

$$0 = 6n \quad \text{No! or}$$

$$+1 = 6n - 1 \quad \leftarrow \text{That}$$

$$+2 = 6n - 2 \quad \text{No!}$$

$$+3 = 6n - 3 \quad \text{No!}$$

Различных сумм 7, но брать их можно только простые, и равно убо.

$$(6n \pm 1) \Rightarrow (6n+1)^2 - (6n-1)^2 = 792$$

$$(6n+1+6n-1)(6n+1-6n+1) = 792$$

$$24n = 792$$

$$n = 33$$

$$M = \{29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$

$$P = 198 + 1$$

$$\begin{array}{r} 199 \\ \times 199 \\ \hline 1791 \\ 1791 \\ \hline 39601 \\ - 39601 \\ \hline 00792 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199^2 - 197^2 = \\ 199 \times 199 \\ \times 197 \\ \hline 1373 \\ 197 \\ \hline 38809 \end{array}$$