



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
- [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
- [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
- [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть имеется  $n$ -угольник с углами как в условии тогда:

$$132^\circ + 132^\circ + d + \dots + 132^\circ + d(n-1) = 180^\circ(n-2)$$

" " " " " "

$\sum \angle < n$  углов

Тогда  $132 \cdot n + d \frac{n(n-1)}{2} = 180(n-2)$

1.  $d = 2$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$n = 9 ; n = 40 \quad (\text{по т. Виета})$$

Тогда если  $n = 9$ , то все углы

$$< 180^\circ \quad (\text{т.е. выпуклый}) \quad \left( \begin{array}{l} 132 + 8 \cdot 2 \\ \text{"} \\ 132 + 16 < 180 \end{array} \right)$$

Если  $n = 40$ , то есть углы  $> 180^\circ$ ,

(например  $132 + 2 \cdot 39 = 132 + 72 > 180$ )

то есть не выпуклый. Не подходит.

2.  $d = -2$

$$132n - n^2 + n = 180n - 360$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 47^2 + 4 \cdot 360 = 2209 + 1440 =$$
$$= 3649$$

$$3649 > 3600 = 60^2$$

$$\wedge$$
$$3600 + 2 \cdot 60 + 1 = 61^2$$

Значит  $\sqrt{D} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z}$

Значит наименьший целый  $n$  —

Единственный возможный целый

$$n = 9$$

Ответ: 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$2x \ln 5 + y \ln 3 + 2y \ln 5 + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 5 (2x + 2y + 3z - 1) + \ln 3 (y - 2) = 0$$

$\overset{a}{\underset{a \in \mathbb{Z}}{\uparrow}} \quad \quad \quad \overset{b}{\underset{b \in \mathbb{Z}}{\uparrow}}$

$$a \ln 5 + \ln 3 b = 0$$

Пусть  $a \neq 0 \Rightarrow b \neq 0$

$$\frac{-a}{b} = \frac{\ln 3}{\ln 5} = \log_5 3$$

Значит  $\log_5 3 \in \mathbb{Q}$

$$5^{\log_5 3} = 3 \Rightarrow 5^{-\frac{a}{b}} = 3 \Rightarrow 5^{-a} = 3^b$$

$$1. \quad b \in \mathbb{N} \Rightarrow 3^b \in \mathbb{N} \Rightarrow 5^{-a} \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a \geq 0; \quad \text{т.к. } b \geq 1, \quad 3^b \geq 3, \quad \text{но}$$

$$5^{-a} \neq 3 \quad \text{противоречие.} \quad (5^{-a} \in \mathbb{N})$$

$$2. \quad b \in -1 \quad \text{или } b \in \mathbb{Z} \quad (b \neq 0)$$

$$\text{то } b = -c \quad \text{то } a = d$$

$$3^{-c} = 5^d \Rightarrow 3^c = 5^{-d} \quad \text{где } c \in \mathbb{N}$$

повторим рассуждения для

$b \in -1$  и получим противоречие -

решение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит  $a=0 \Rightarrow b=0$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3z + 3 = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{3z + 3}{2}$$

$$\min (x^2 + y^2 + z^2) = 4 + \min (x^2 + z^2) =$$

$$4 + \min \left( \frac{9(z+1)^2}{4} + z^2 \right) = 4 +$$

$$+ \frac{1}{4} \min (13z^2 + 18z + 9) = 4 + \min ($$

вершина параболы  $13z^2 + 18z + 9$  в  
точке  $-\frac{9}{13}$  и концы вверх  $\Rightarrow$

$$\text{н.ч.} \quad -2 < -\frac{9}{13} < 0$$



$$\min (13z^2 + 18z + 9) = \min \left\{ \frac{9}{13}; 13 - 18 + 9 \right\} =$$

$$= \min \{ 9; 4 \} = 4 \quad (\text{при } z = -1)$$

$$\min (x^2 + y^2 + z^2) = 4 + 1 = 5$$

достигается при  $z = -1; y = 2; x = 0$

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 1080 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^3 \Rightarrow p > q$$

$$(p-q)(p+q)$$

1.  $m, k. p, q \in \mathbb{N}$ , но  $p+q > p-q > 0$ ;  
2.  $p+q, p-q$  имеют одинаковую

четность и  $m, k$  их произведение

четно, но эти два четны  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} p+q = 2a \\ p-q = 2b \\ ab = 2 \cdot 5 \cdot 3^3 \\ a > b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = a+b \\ q = a-b \end{cases}$$

или  $a$  и  $b$  одновременно  $\equiv 3$ , но

$$p = a+b \equiv 3 \quad q = a-b \equiv 3, \text{ но}$$

тогда получим противоречие

$m, k. p, q$  простые  $\Rightarrow p = 3 = q$ , но

$$p \geq q$$

значит ~~оба~~ остаются вариантами:

$$\begin{cases} a = 2 \cdot 5 \cdot 3^3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 271 \\ q = 269 \end{cases} \text{ (оба простые)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a = 2 \cdot 3^3 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 59 \\ q = 49 \text{ - не простое} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3^3 \cdot 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 137 \\ q = 133 \text{ : } 7 \text{ - не простое} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3^3 \\ b = 2 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 37 \\ q = 17 \end{cases} \text{ (оба простые)}$$

(большие варианты нет т.к. все распределены по номерам)

2 3<sup>3</sup> 5 8 вариантов, но  $a > b$

узнать  $\varphi(a; b)$  ( $b; a$ ) можно только в един (а ≠ b разные простые)

Последние  $n, n+1, \dots, n+6$ , это числа

$\in M$ , тогда сумма цифр

это число то сумма 6 сосед-

них чисел:  $6n + 21 - i$

(где  $i$  это номер числа

всех остатков  $(0)$   $(i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\})$   $\Rightarrow$

$$6n + 21 - i = p \quad 6n + 21 - j = q \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p - q = j - i \leq 6$$

Значит варианты  $p = 37, q = 17$

не подходят. Сделаем ~~таким образом~~

$$p = 271, q = 269$$

$$6n + 21 - i \quad 6n + 21 - j \quad \Rightarrow i < j$$

Заметим, что  $6n + 21 \geq 6n + 21 - i \Rightarrow$

$$\geq 6n + 21 - 6 \quad (i, j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\})$$

$$6n + 21 \geq 6n + 21 - i > 6n + 21 - 6$$

$$\begin{array}{l} 6 \cdot 42 + 21 \downarrow 271 \\ \underline{273} \quad n \geq 42 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 \cdot 42 + 21 \uparrow 6 \\ \underline{268} \quad n \leq 42 \end{array}$$

Значит  $n = 42$  ~~или~~

$$M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$$

Если выкинуть  $44$  то получим

$p = 271$ , если  $46$  то получим

$$q = 269$$

$$p^2 - q^2 = 708 \Rightarrow$$

Ответ:  $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$



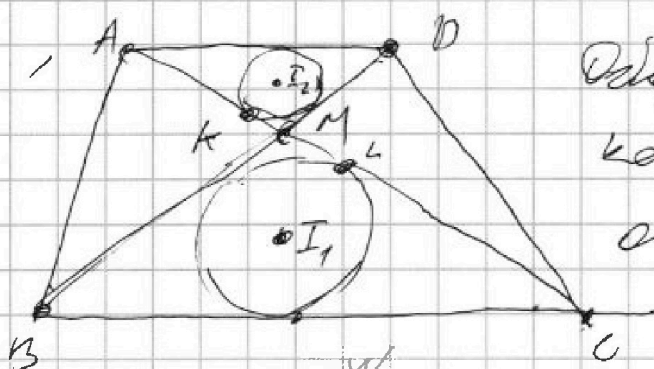


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

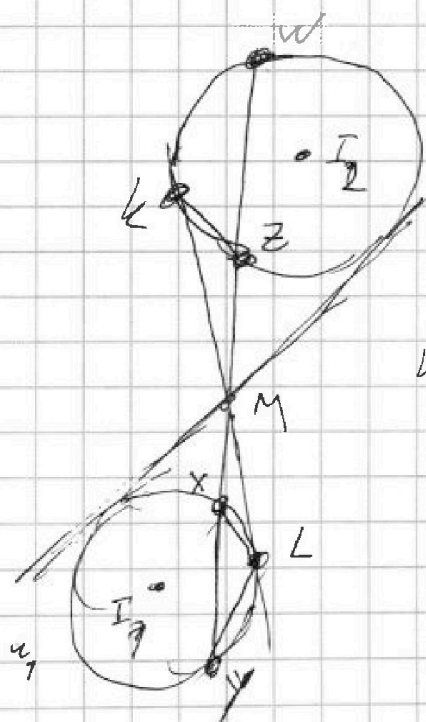
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим точку касания с AC  
окр  $w_1, w_2$  за  
L, K.



$w_2$  Соединим  $H_M^A$  ма-  
журо по  $B \rightarrow D, (k = \frac{1}{2})$   
погда м.к.  $BC \parallel AD$

по  $C \rightarrow A \Rightarrow$

$\triangle BMC \rightarrow \triangle MDA \Rightarrow$

$w_1 \rightarrow w_2 \Rightarrow$

$MI_1 \rightarrow MI_2 \quad \left( \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{BM}{MD} = \frac{BC}{AD} \right)$

$L \rightarrow K, X \rightarrow Z \Rightarrow$

$XL \parallel KZ \Rightarrow \angle ZKM = \angle MLX,$

но  $\angle MLX = \angle XYL \Rightarrow \angle ZKM =$

$= \angle XYL \Rightarrow KZLY$  - вписанный

значит  $MK = ML = MZ \cdot MY = 9$

по м.к.  $L \rightarrow K$  и  $\frac{ML}{MK} = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} MI_1 \cdot ML = 9 \\ \frac{ML}{MI_1} = 2 \end{cases} \Rightarrow ML = 3\sqrt{2}$$

н.ч.  $I_1 \rightarrow I_2$ , но  $\frac{MI_1}{MI_2} = 2$

$$\begin{cases} MI_1 + MI_2 = I_1 I_2 = 8 \\ \frac{MI_1}{MI_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$$

но н.ч.  $\Delta MI_1 L$  имеет

$$\begin{aligned} I_1 L &= \sqrt{MI_1^2 - ML^2} = \sqrt{\frac{256}{9} - 18} = \\ &= \sqrt{\frac{256 - 18 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{256 - 162}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3} \end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}}$$

$$\sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$5 - 12 \sin \frac{3\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$5 - 15 \sin \frac{3\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \sqrt{-4 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$5 - 15 \left( 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{-4 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$5 - 45 \sin \frac{\pi}{14} + 60 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \sqrt{-4 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = a$$

$$5 - 45a + 60a^3 + 16(3a - 4a^3)^3 \sqrt{-4a}$$

$$5 - 41a + 60a^3 + 16a^3(27 - 108a^2 + 144a^4 - 64a^6) \sqrt{-4a}$$

$$5 - 41a + 432a^3 - 1728a^5 + 2304a^7 - 1024a^9 \sqrt{-4a}$$

$$f'(a) = -41 + 3 \cdot 432a^2 -$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \left( \sin \left( \frac{9\pi}{14} \right) - \sin \frac{\pi}{14} \right)}$$

$$4 \left( \sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{4\pi}{14} - \sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$8 \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{4\pi}{14} = 8 \sin \frac{4\pi}{14} \sin \frac{9\pi}{14}$$

$$5 \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} + 8 \sin \frac{4\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} (3 - 4 \sin \frac{23\pi}{14})}$$

$$5 \sqrt{\sin \frac{3\pi}{14} \left( 3 + 8 \sin \frac{4\pi}{14} \left( 3 - 4 \sin \frac{23\pi}{14} \right) \right)}$$

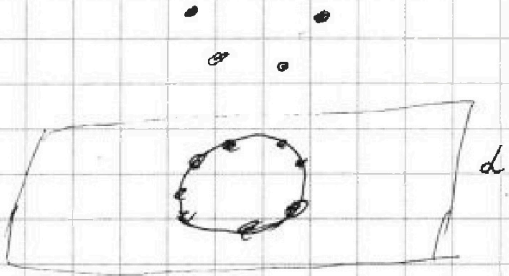


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

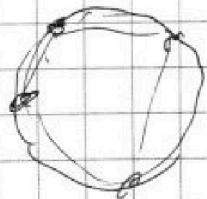
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $A$  это  
м-во из 3  
точек лежащих в  $d$ .  
 $B$  оставшиеся 4.

1. Пусть  $B$  пирамиде делится  
угловыми линиями хотя бы одной  
точки из  $B$  и тогда все  
вершины из  $A \Rightarrow$  все  
пирамиды в одной п-ти  
противоречие.

2. Пусть есть 1 верш из  $B$ .  
точка выберем точку  
 $\Rightarrow$  верш из  $A$  получим  
пирамиду с основанием  $d$ ,  
заменим, что по вершинам



точкам можно по-  
строить только одну  
вып. пирамиду.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(цель здесь мн-тик в основании  
фигурки быть выпуклым,  
а это строится с помощью  
образом соединяя верш.  
на окр. последовательно  
всего точек вавариантов:

Выбрать верш. из B (4 верш) \*

Выбрать 3 верш из A (это

все варианты  $(2^3)$  - когда <sup>0, 1, 2</sup> верш)

$$\text{ит.д. } 4 \cdot (2^3 - 1 - 3 - \frac{3 \cdot 2}{2}) =$$

$$= 4 \cdot (2^3 - 37)$$

3. Пусть выберем 2 верш.

из B, тогда и.к. <sup>1, 2</sup> верш

и точки летят в плоскости

то это плоскость  $z''$

то не может в пирамиде

быть  $\geq 5$  точек (точка др

1 из B летала бы в основании



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в конуре хомя два 4 точки  
 $\Rightarrow$  2 (то же самое из В  
 не имеет в. 1)  $\Rightarrow$  в м-  
 разряде и точки и  
 2 варианта (заснавшись  
 из В не выделяем, и. к.  
 из В равно 2)  $\Rightarrow$  засна-  
 шись из А то и точкам  
 требуется вычисления (слож.  
 вычисления и. к. (точка))  
 вариантов  $\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 6 \cdot 28$   
 и. Точка из В равно 3 точки  
 или в ней хомя два 5 точки  
 то в основании хомя два 4  $\Rightarrow$   
 основание это 1, и. в основ-  
 нии ~~то~~ или хомя два 2 из  
 В перевернула  $\Rightarrow$  точки  
 и 3 варианты и. к. слож



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В равно 3 но становится из  
А ~~4~~ или однозначно  
страницы (вм. пирамида)  
вариантов  $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 =$   
 $= 4 \cdot 8 = 32$

5. Если из В равно 4 тогда  
но если в пирамиде есть  
коня да 5 тогда, но в осно-  
вании коня да  $n \Rightarrow$  это  
мощность  $2^n$  но в основании  
есть коня да 3 тогда из В  
противоречие  $\Rightarrow$  1 пирамид  
каждая эти 4 коня  
(но или однозначно страниц  
вм. пирамида) 1-вариант.  
Всего вариантов:  $4(2^8 - 36) + 6 \cdot 28 + 32 = 1 =$   
 $= 1024 - 144 + 168 + 32 + 1 = 1024 + 57 =$   
 $= 1081$  Ответ: 1081



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 3x = \sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = 2 \sin x (1 - \sin^2 x) \neq$$

$$\sin^2 x (1 - 2 \sin^2 x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4(11a + 60a^3) + 3 - 4a^2 + 3 - 4a^2 = 0$$

$$-41 + 3.760a^2 = 0$$

$$5 - 4(11 \frac{\pi}{14} + 76 (\frac{\pi}{14})^3) \sqrt{0} \quad 3 - 4 \frac{1}{4}$$

$$5 - 4(11 \cdot \frac{1}{4}) \quad 71 \sqrt{\frac{1}{4}} \quad 10 \quad -6$$

$$8 - \frac{45}{4} + 60 \frac{1}{64} + 126 \frac{1}{64} \quad 3 \quad \frac{1}{4} (3 - \frac{1}{4})$$

$$6 - 11 - 7 \quad \text{[scribbles]} \quad \text{[scribbles]}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{5\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = 3 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \sin \frac{9\pi}{14} - 4 \sin \frac{2\pi}{7}$$

$$3 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{3\pi}{14}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!} + 4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{9\pi}{14}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!} - 4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{2\pi}{7}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!}$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \pi^{2i+1}}{14^{2i+1} (2i+1)!} (3 \cdot 3^{2i+2} + 4 \cdot 3^{4i+2} - 4) =$$

$$\frac{\pi}{14} (3 + 4 \cdot 9 - 4) + \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{\pi^{2i+1}}{14^{2i+1} (2i+1)!} (3 + 4 \cdot 9^{i+1} - 4) \right)$$

$$\frac{49\pi}{14}$$

$$\frac{49\pi}{14} \sqrt{5}$$

Косинус равен 0

$$= \frac{\pi^5}{14^{2.6}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + 2y + 3z - 7 = 0$$

$$y = 2 \frac{\pi}{14} (9 + 4 \cdot 9 - 4)$$

$$2x + 3z + 3 = 0$$

$$\frac{3-2x}{3} - z - 1 = \frac{2}{3} x$$

$$x^2 + z^2$$

$$\frac{41 \cdot \pi}{14}$$

$$\frac{420}{14}$$

$$45 \quad 41$$

$$x^2 + 1 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = 0$$

$$2 \sin(1 - \frac{\pi}{14})$$

$$9x^2 + 4 + 12x + 4x^2 = 0$$

$$-\frac{b}{2a}$$

$$7x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$\sin 3x = -\frac{12}{20}$$

$$11 \cdot 31$$

$$2x = \sin x (8 - 2 \sin^2 x) + \sin \cos x$$

$$41$$

$$92 \quad 45 \quad 6$$

$$106$$

$$54 \quad 27$$

$$1200x + 123 + 121 + 1$$

$$7 \frac{\pi}{14} \frac{1}{5}$$

$$1080 = 10 \cdot 3 \cdot 4$$

$$17$$

$$p^2 - q^2 = 1080$$

$$70 + 1$$

$$p - q = 1 - \frac{4 \frac{\pi}{14}}{14} + 4 \sin$$

$$2 \cdot 5 = 3 \cdot 4$$

$$13$$

$$1231$$

$$p + q = 14$$

$$5 \cdot 3 = 2 \cdot 3$$

$$11$$

$$14$$

$$p + q = 14$$

$$5 \cdot 3^3 = 2^3$$

$$15 \cdot 9$$

$$65$$

$$360$$

$$2$$

$$2^2 - 5 \cdot 3^3$$

$$27$$

$$135$$

$$p$$

$$2^2$$

$$5 \cdot 3^3$$

$$135 \cdot 2 + 1$$

$$271$$

$$230$$

$$1$$

$$3 \cdot 108 = 410$$

$$41.86$$

$$32 \frac{1}{14}$$

$$132 + 152 + 6$$

$$9 \sqrt{107 \cdot 3} \approx \frac{1}{14} \approx \frac{\pi}{14}$$

$$-48$$

$$132 \cdot n + d \frac{n(n-1)}{2} = 180(n-2)$$

$$38 \quad 10$$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$36 \quad 10$$

$$n^2 - 48n + 360 = 0 \quad n =$$

$$18 \quad 45$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 \quad \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x \ln 5 + y \ln 3 + 2z \ln 5$$

$$(4+5)(4-5) = 2y \ln 3 + 2z \ln 5$$

$$2x a + y b + 2y a + 3z a =$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \sin x + \sin y = 2 \sin \left( \frac{x+y}{2} \right) \cos \left( \frac{x-y}{2} \right)$$

$$y(b+2a) = 4x a + 2y(b+2a) + 3z a$$

$$x^2 + 4a^2 + y^2 + (b+2a)^2 + z^2 + 4a^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 5 - 4 \frac{2}{9} \quad 108 \frac{2}{9}$$

$$2 \ln 45 \leq 2x \ln 25 + 2y \ln 75 + 2z \ln 25$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + \ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 25$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2 \ln 5 + 4 \ln 3 - 4 \ln^2 5 +$$

$$+ (2 \ln 75 + \ln 3)^2 + 2 \ln^2 5$$

$$5 - \frac{49}{9} + \frac{108}{225} \quad 5 - 4 \sin \frac{\pi}{4} = 3 \sin \frac{3\pi}{4} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including calculations, diagrams, and geometric sketches.

**Calculations:**

- $2 \cdot 5 \cdot 3^3$
- $10 \cdot 27 \cdot 4$
- $24 \cdot 32$
- $56$
- $57$
- $247$
- $314 + 15 + 4$
- $14$
- $20$
- $1200$
- $240$
- $1440$
- $47^2 - 4 - 360$
- $3649$
- $13 \left( 2 - \frac{9}{13} \right)$
- $6 \cdot 28 = 24 \cdot 7 = 28$
- $271$
- $273$
- $272$
- $250$
- $2 \cdot 2 = 9$
- $169$
- $560$
- $449$
- $2209$
- $2 \cdot 40^2$
- $4600 + 560 + 419$
- $2209$
- $1440^2$
- $2710$
- $3600$
- $60$
- $42$
- $64^2 = 50$
- $3600 + 12086$
- $270$
- $27 \cdot 2 = 54$

**Diagrams and Sketches:**

- Geometric diagrams showing triangles, circles, and complex shapes with various labels and annotations.
- Labels include  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$ .
- Angles and lengths are marked with numbers and symbols.
- Some diagrams are crossed out with a large 'X'.

**Other Text:**

- $2x^2 = 9$
- $10 \cdot 4$
- $2 \cdot 81$
- $162$
- $3\sqrt{2}$
- $8$
- $3$
- $47$
- $42$
- $3329$
- $560$
- $188$
- $60$
- $2209$
- $7$
- $2$
- $10$
- $AVB$
- $A \times B$
- $1$
- $27 \cdot 5$
- $10$
- $135$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

