



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1) Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$. В нашем случае сумма ^{углов} n -угольника

с наименьшим углом 132° и разностью прогрессии 2°

будет равна $132^\circ + 134^\circ + \dots + (132^\circ + 2^\circ(n-1)) = \frac{132^\circ + 132^\circ + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n =$

$= 132^\circ \cdot n + (n-1)n = n^2 + 131^\circ n$. Тогда должно выполняться

равенство: $180^\circ(n-2) = n^2 + 131^\circ n \Leftrightarrow n^2 - 49n + 360 = 0$

Тогда $n = \frac{49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{49 \pm 31}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 40 \text{ } 2 \cdot 180^\circ \text{ } \times \\ n = 9 \end{cases}$

Значит наибольшее возможное число вершин $n = 40$
 $n \Rightarrow$

Ответ: 40 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2) x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = \ln 45$$

$$25^x \cdot 25^y \cdot 3^y \cdot 25^z \cdot 5^z = 45$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^y \cdot 5^z = 45 \Rightarrow 25^{(x+y+z)} \cdot 3^{(y-1)} \cdot 5^{(z-1)} = 1$$

$$\cancel{25} 5^{2x+2y+3z-1} \cdot 3^{y-1} = 1 \Rightarrow 5^{2x+2y+3z-1} = 3^{1-y}$$

Заметим, что $x^2 + y^2 + z^2$ - min при $z = \log_{125} 45$; $x=0$; $y=0$

$$\text{Тогда } x^2 + y^2 + z^2 = 0 + 0 + \left(\log_{125} 45\right)^2 \text{ Омб.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3) M = \{n; n+1; \dots; n+6\}$$

П.к. M состоит из 7 подряд идущих натуральных чисел,

то минимальное значение p и $q = n + n + 1 + \dots + n + 5 =$

$$= 6n + 15; \text{ а максимальное } = n + 1 + n + 2 + \dots + n + 6 = 6n + 21.$$

Значит разность $p - q \leq 6$. П.к. p и q - простые числа,

то $(p - q) : 2$, тогда $p - q = 0$ или $p - q = 2$ или $p - q = 4$ или $p - q = 6$

По условию $p^2 - q^2 = 1080 \Leftrightarrow (p + q)(p - q) = 1080$.

Значит $p \neq q$. Рассмотрим оставшиеся три случая:

$$1) p - q = 2 \Rightarrow p = q + 2 \Rightarrow (q + q + 2)(q + 2 - q) = 1080$$

$$2q + 2 = 540 \Rightarrow q = 269 - \text{удовле-}$$

творяет условию, п.к. q - должно быть простое, а 269 - простое,

тогда $p = 271$ - тоже простое.

$$\text{Пусть } q = 6n + x = 269 \Rightarrow 6n = \overset{269}{\cancel{269}} - x \Rightarrow 269 - x : 6 \mid \Rightarrow$$

($21 \leq x \leq 15$) ($21 \leq x \leq 15$)

$$\Rightarrow x = 17 \Rightarrow n = 42.$$

Тогда искомого множества $M \in \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

$$2) p - q = 4 \Rightarrow 2q + 4 = 270 \Rightarrow q = 133 \Rightarrow p = 135 : 5 - p \text{ - не простое}$$

число, а такого быть не может, значит $p - q \neq 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) p - q = 6 \Rightarrow 2q + 6 = 180 \Rightarrow q = 87 : 3 \Rightarrow q \text{ не простое}$$

число $\Rightarrow p - q \neq 6$

Ответ: { 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48 }

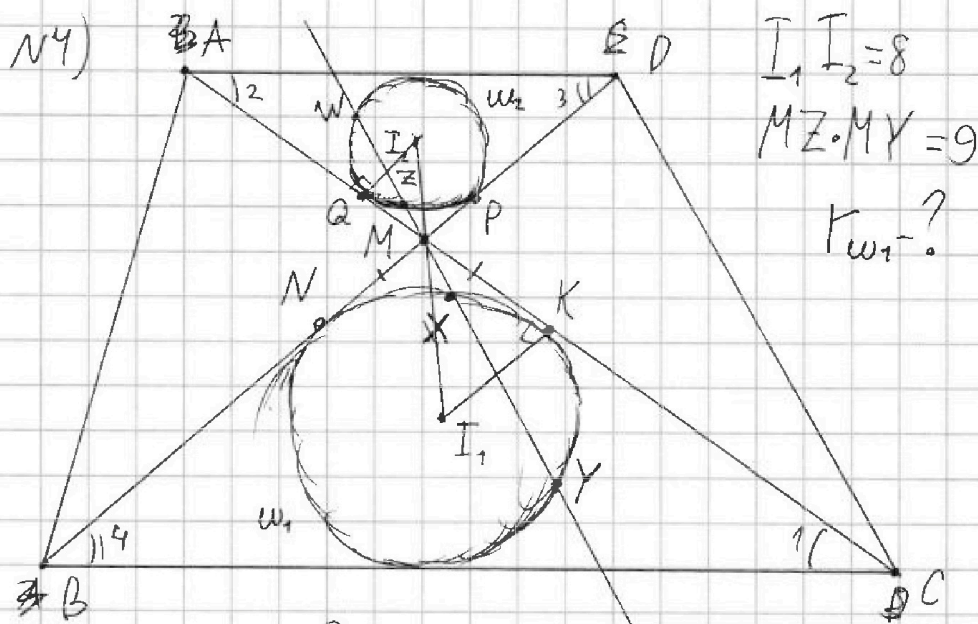


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) $ABCD$ - трапеция $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$ (м.к. соответств.) \Rightarrow $\triangle BMC \sim \triangle DMA$ с коэф. подобия $k=2$.

Тогда как соответствующие элементы подобных треугол:

$$\frac{r_{\omega_1}}{r_{\omega_2}} = 2; \quad \frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2 \text{ (м.к. } \angle CMX = \angle AMZ \text{)}; \quad \frac{MI_1}{MI_2} = 2$$

$$2) \begin{cases} MZ \cdot MY = 9 \\ MX = 2MZ \end{cases} \Rightarrow MX \cdot MY = 18.$$

Пусть прямая MX касается ω_1 в точках N, K , касается ω_2 в точках P и Q .

$$\text{По т. о касательной и секущей } MN = MK = \sqrt{MX \cdot MY} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим $\triangle MI_1K$ и $\triangle MI_2Q$:

1) $\angle KMI_1 = \angle QMI_2$ (т.к. вертикальные)

2) $\angle MKI_1 = \angle MQI_2 = 90^\circ$ (т.к. угол между касательной и радиусом)

Тогда $\triangle MI_1K \sim \triangle MI_2Q$, где $K = \frac{MI_1}{MI_2} = 2$

Тогда $MI_1 = \frac{2}{3} II_1 = \frac{16}{3}$.

$\angle MKI_1 = 90^\circ \Rightarrow$ по т. Пифагора: $MK^2 + I_1K^2 = MI_1^2$

$$r_{\omega_1} = I_1K = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{256}{9} - \frac{18 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: $r_{\omega_1} = \frac{\sqrt{94}}{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N5) 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \text{ или } 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 \text{ или } 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7}$$

Рассмотрим выражение: $4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7}$:

$$4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} = 4 \sin(3 \cdot \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos(2 \cdot \frac{3\pi}{14}) =$$

$$= 4(3 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4(1 - \sin^2 \frac{3\pi}{14}) =$$

$$= 12 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} =$$

$$= -4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4.$$

$$\text{Тогда: } 5 \text{ или } 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 \text{ или } -4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9 \text{ или } -4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4.$$

$$\text{Мак как } \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$

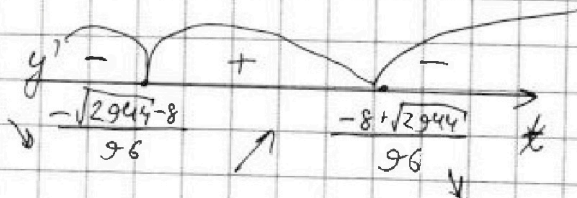
$$\frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}, \text{ но } \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) < \sin \frac{3\pi}{12} \text{ (п.к. } \frac{3\pi}{12} \text{ и } \frac{\pi}{4}$$

находятся в 1 четверти). Тогда пусть $\sin \frac{3\pi}{14} = t$, тогда
 $y = -4t^3 + 4t^2 + 3t$. Найдем точки максимума и минимума.

$$y' = -12t^2 + 8t + 3, y' = 0 \Rightarrow -12t^2 + 8t + 3 = 0$$

$$t = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 60 \cdot 48}}{24} = \frac{-8 \pm \sqrt{2944}}{24}$$

$$t = \frac{2944 - 8}{24} = \frac{54 - 8}{24} = \frac{46}{24} = \frac{23}{12}$$



Значит на отрезке $t \in [0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ функция убывает, тогда
 $y(\sin \frac{3\pi}{14}) > y(\sin \frac{3\pi}{12})$. Найдем $y(\sin \frac{3\pi}{12})$:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y\left(\sin \frac{3\pi}{12}\right) = -16 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 + 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -16 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{8} + 2 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= -4\sqrt{2} + 2 + 7,5\sqrt{2} = 3,5\sqrt{2} + 2 \approx 4,935 \Rightarrow y\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right) > 4,935$$

$$\sin \frac{3\pi}{12} - \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12} - \frac{3\pi}{14} = \frac{3\pi}{84} \approx \frac{\pi}{28} \Rightarrow \Delta t < \frac{\pi}{28}, \text{ а значит}$$

$$y\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right) < 5$$

Ответ: больше $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

только 1 точку. Тогда остальные 3 лежат вне пи-ти α (мы ее можем взять все 4, т.к. они не лежат в одной пи-ти). Таких пирамид $C_1^1 \cdot C_3^4 = 8 \cdot 4 = 32$ штук.

И последний случай, когда 4 точки, не лежащие в пи-ти α будут образовывать еще одну пирамиду. (Примечание: через 4 точки не лежащие в 1 плоскости всегда можно построить 1 и только 1 пирамиду).

Тогда всего пирамид $1 + 32 + 168 + 876 = 1077$ штук.

Ответ: 1077



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{2} - 9$ $\frac{9a}{14}$ $\frac{3a}{14}$ $\frac{6a}{14}$
 $4 \sin \frac{6a}{14} - \cos \frac{3a}{14} - 4 \cos \frac{3a}{14} - \sin \frac{3a}{14} = 4 \sin \frac{6a}{14} \cdot \cos \frac{3a}{14} - 4(\cos \frac{3a}{14} \sin \frac{3a}{14} - \sin \frac{3a}{14} \cos \frac{3a}{14})$
 $4 \cos \frac{3a}{14} (\sin \frac{6a}{14} - \cos \frac{3a}{14})$
 $4 \sin \frac{9a}{14} - 4 \cos \frac{3a}{14} \sin(\frac{6a}{14}) = 8 \sin \frac{5a}{14} \cdot \cos \frac{4a}{14}$
 $5 - 8 \sin \frac{5a}{14} \cdot \cos \frac{4a}{14} = 3 \sin \frac{3a}{14} = 3 \cos \frac{4a}{14}$
 $5 - 5 \sin \dots = 3 \cos \frac{4a}{14} (1 + \sin \frac{5a}{14})$
 $5 - 4 \sin \frac{9a}{14} \text{ или } 3 \sin \frac{3a}{14} - 4 \sin \frac{9a}{14}$
 $1 = 25^{(x-1)} \cdot 25^y \cdot 3^{(y-2)}$
 $25^{(x+y-2)} \cdot 3^{(y-2)} \cdot 5^{(2-1)} = 1 \Rightarrow 25^x \cdot 25^y \cdot 25^z \cdot 3^{(y-2)} \cdot 5^{(2-1)} = 1$
 $\frac{25^{2+x}}{5} = 1 \Rightarrow \ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = 43$
 $125^z \cdot 25^y \cdot 75^y = 45 \Rightarrow x=0, y=0, z = \log_{125} 45$
 $(p+q)(p-q) = 1080 ; p-q = 2^2 \cdot 3^3$
 $p+q = 538$
 $q = 268$
 $(q+q+2) = 401540$
 $(q+q+4) = 270$
 $2q = 266 \Rightarrow q = 133$
 $q = 133$
 $2q + 2 = 540$
 $2q = 538$
 $271 \cdot 2 = 542$
 $271 - 2 = 269$
 $269 \cdot 2 = 538$
 $269 \cdot 3 = 807$
 $269 \cdot 4 = 1076$
 $269 \cdot 5 = 1345$
 $269 \cdot 6 = 1614$
 $269 \cdot 7 = 1883$
 $269 \cdot 8 = 2152$
 $269 \cdot 9 = 2421$
 $269 \cdot 10 = 2690$
 $269 \cdot 11 = 2959$
 $269 \cdot 12 = 3228$
 $269 \cdot 13 = 3497$
 $269 \cdot 14 = 3766$
 $269 \cdot 15 = 4035$
 $269 \cdot 16 = 4304$
 $269 \cdot 17 = 4573$
 $269 \cdot 18 = 4842$
 $269 \cdot 19 = 5111$
 $269 \cdot 20 = 5380$
 $269 \cdot 21 = 5649$
 $269 \cdot 22 = 5918$
 $269 \cdot 23 = 6187$
 $269 \cdot 24 = 6456$
 $269 \cdot 25 = 6725$
 $269 \cdot 26 = 6994$
 $269 \cdot 27 = 7263$
 $269 \cdot 28 = 7532$
 $269 \cdot 29 = 7801$
 $269 \cdot 30 = 8070$
 $269 \cdot 31 = 8339$
 $269 \cdot 32 = 8608$
 $269 \cdot 33 = 8877$
 $269 \cdot 34 = 9146$
 $269 \cdot 35 = 9415$
 $269 \cdot 36 = 9684$
 $269 \cdot 37 = 9953$
 $269 \cdot 38 = 10222$
 $269 \cdot 39 = 10491$
 $269 \cdot 40 = 10760$
 $269 \cdot 41 = 11029$
 $269 \cdot 42 = 11298$
 $269 \cdot 43 = 11567$
 $269 \cdot 44 = 11836$
 $269 \cdot 45 = 12105$
 $269 \cdot 46 = 12374$
 $269 \cdot 47 = 12643$
 $269 \cdot 48 = 12912$
 $269 \cdot 49 = 13181$
 $269 \cdot 50 = 13450$
 $269 \cdot 51 = 13719$
 $269 \cdot 52 = 13988$
 $269 \cdot 53 = 14257$
 $269 \cdot 54 = 14526$
 $269 \cdot 55 = 14795$
 $269 \cdot 56 = 15064$
 $269 \cdot 57 = 15333$
 $269 \cdot 58 = 15602$
 $269 \cdot 59 = 15871$
 $269 \cdot 60 = 16140$
 $269 \cdot 61 = 16409$
 $269 \cdot 62 = 16678$
 $269 \cdot 63 = 16947$
 $269 \cdot 64 = 17216$
 $269 \cdot 65 = 17485$
 $269 \cdot 66 = 17754$
 $269 \cdot 67 = 18023$
 $269 \cdot 68 = 18292$
 $269 \cdot 69 = 18561$
 $269 \cdot 70 = 18830$
 $269 \cdot 71 = 19099$
 $269 \cdot 72 = 19368$
 $269 \cdot 73 = 19637$
 $269 \cdot 74 = 19906$
 $269 \cdot 75 = 20175$
 $269 \cdot 76 = 20444$
 $269 \cdot 77 = 20713$
 $269 \cdot 78 = 20982$
 $269 \cdot 79 = 21251$
 $269 \cdot 80 = 21520$
 $269 \cdot 81 = 21789$
 $269 \cdot 82 = 22058$
 $269 \cdot 83 = 22327$
 $269 \cdot 84 = 22596$
 $269 \cdot 85 = 22865$
 $269 \cdot 86 = 23134$
 $269 \cdot 87 = 23403$
 $269 \cdot 88 = 23672$
 $269 \cdot 89 = 23941$
 $269 \cdot 90 = 24210$
 $269 \cdot 91 = 24479$
 $269 \cdot 92 = 24748$
 $269 \cdot 93 = 25017$
 $269 \cdot 94 = 25286$
 $269 \cdot 95 = 25555$
 $269 \cdot 96 = 25824$
 $269 \cdot 97 = 26093$
 $269 \cdot 98 = 26362$
 $269 \cdot 99 = 26631$
 $269 \cdot 100 = 26900$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6) Максимум 4 точки могут лежать в одной плоскости (утверждение 1) основание пирамиды с основанием, содержащим больше 3 точек. Будет лежать максимум в плоскости α .

Сначала рассмотрим случаи, когда основание лежит в n -ти α . Таких вариантов $4 \cdot (C_4^k + C_6^k + C_5^k + C_4^k + C_3^k + C_2^k) =$
 $= 4 \cdot (1 + 8 + 28 + 56 + 70 + 56) = 4 \cdot 219 = 876$ способов (т.к. 4 способа выбрать вершину вне n -ти α и основание пирамиды может иметь от 3 до 8 вершин, все пирамиды выпуклы, т.к. все точки основания лежат на 1 окружности)

Теперь рассмотрим случаи, когда две точки основания пирамиды лежат в n -ти α : По утверждению 1. получается, что тогда основание пирамиды имеет только 3 вершины, а точка, не лежащая в плоскости основания пирамиды не должна лежать в n -ти α , т.к. эти случаи уже посчитаны. Тогда способов выбрать 2 точки из 8 C_2^8 , а выбрать 2 точки из 4 C_2^4 , значит таких пирамид будет $C_2^8 \cdot C_2^4 = 28 \cdot 6 = 140 \cdot 28 = 168$ (пирамиды выпуклы);

3 Рассмотрим случаи, когда в n -ти α мы выберем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{180(n-2)}{n} = \frac{132 + 2 \cdot (n-1)}{n}$$

$$180(n-2) = 132n + 2(n-1)n$$

$$180n - 360 = 132n + 2n^2 - 2n$$

$$48n - 360 = 2n^2 - 2n$$

$$2n^2 - 50n + 360 = 0$$

$$n^2 - 25n + 180 = 0$$

$$n = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 180}}{2} = \frac{25 \pm 31}{2}$$

$$n_1 = 28, n_2 = 9$$

$$132n + n^2 - n = 180(n-2) = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0 \Rightarrow n = \frac{49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{49 \pm 31}{2}$$

$$n_1 = 40, n_2 = 9$$

$$\frac{2500}{39} = 641 \frac{1}{39}$$

$$\frac{2407}{31^2} = 24 \frac{7}{31}$$

$$n^2 \ln 25 + y \ln 75 + 2 \ln 125 = \ln 45$$

$$(p+q)(p-q) = 1080 = 2 \cdot 540 = 2 \cdot 2 \cdot 270 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$= 8 \cdot 135 = 8 \cdot 5 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$p(p+1) = 540 \Rightarrow p^2 + p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2160}}{2} = \frac{-1 \pm 46}{2}$$

$$p_1 = 22.5, p_2 = -23.5$$

$$p(p+2) = 540 \Rightarrow p^2 + 2p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2160}}{2} = \frac{-2 \pm 46}{2}$$

$$p_1 = 22, p_2 = -24$$

$$p(p+3) = 540 \Rightarrow p^2 + 3p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 2160}}{2} = \frac{-3 \pm 46}{2}$$

$$p_1 = 21.5, p_2 = -24.5$$

$$p(p+5) = 540 \Rightarrow p^2 + 5p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 2160}}{2} = \frac{-5 \pm 46}{2}$$

$$p_1 = 20.5, p_2 = -25.5$$

$$p(p+6) = 540 \Rightarrow p^2 + 6p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 2160}}{2} = \frac{-6 \pm 46}{2}$$

$$p_1 = 20, p_2 = -26$$

$$p^2 + 6p - 180 = 0 \Rightarrow p = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 720}}{2} = \frac{-6 \pm 27}{2}$$

$$p_1 = 10.5, p_2 = -16.5$$

$$q(q+2) = 540 \Rightarrow q^2 + 2q - 540 = 0 \Rightarrow q = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2160}}{2} = \frac{-2 \pm 46}{2}$$

$$q_1 = 22, q_2 = -24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(p+q)(p-q) = 1080$$

$$p+q = \frac{1080}{4} = \frac{540}{2} = 270$$

$$p(p+q) = 270$$

$$p^2 + 4p - 270 = 0 \Rightarrow p = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 270}}{2}$$

$$x \ln 45 + x \ln \frac{25}{75} + y \ln 45 + y \ln \frac{75}{45} + z \ln 45 - z \ln \frac{125}{45} = \ln 45$$

$$\ln 45(x+y+z) \ln 25^x \cdot \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = \ln 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45 = 5 \cdot 3^2$$

$$25^x \cdot 25^y \cdot 3^y \cdot 25^z \cdot 5^z = 45$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^y \cdot 5^z = 45$$

$$2MX = MZ$$

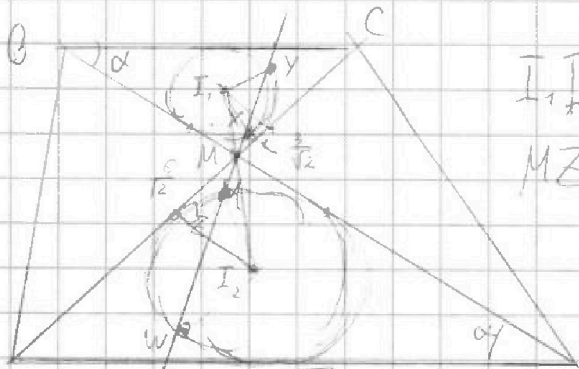
$$I_1 + I_2 = 8$$

$$MX \cdot MY = 45$$

$$MZ \cdot MV = 9$$

$$\cos \frac{3}{2}$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{128 - 81 - \frac{9\sqrt{2}}{18}}{18} \frac{64 \cdot 2 - 81}{18} = x$$

$$\frac{64}{9} = \frac{9}{2} + x^2$$

$$\frac{256 - 162}{9} = 94$$

$$\frac{256}{259}$$

$$132^2 - 132 \cdot 2(n-1)$$

$$n = 132n + n - 1$$

$$48 \cdot 2$$

$$(3\sqrt{2})^2 \frac{94}{9} = \frac{256}{9} - 78 = \frac{1602}{9}$$

$$\frac{162}{9} = 18$$

$$\frac{256}{94}$$

$$\frac{256}{9} = 166 + 4$$

$$\frac{61}{114}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} ? 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$3(\sin \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{2\pi}{14}) = 3 \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$5 = \sin \frac{9\pi}{14} ? \frac{1}{2} \sin \frac{6\pi}{14} \cdot \cos \frac{3\pi}{14} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6n+x = 260$$

$$6 \cdot 50 = 30, 6 \cdot 45 = 270$$

$$6 \cdot 43 = 240 + 18 = 258$$

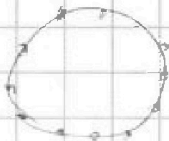
$$8 \cdot 42 = 252, x = 17$$

$$A + A+1 + A+2 + A+3 + \dots + A+5 + A+6 + \dots$$

$$42 \cdot 6 = 240 + 12 = 252$$

$$42; 43; \dots - \frac{8 \cdot 15}{6! \cdot 2!} = 7 \cdot 4 = 28$$

1)



$$4 \left(\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} \right) =$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{8} = 56$$

10^7 $4(8+1+28+56+70+56) =$ — если основания
легко в 6 раз

$$\frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 4} = 70$$

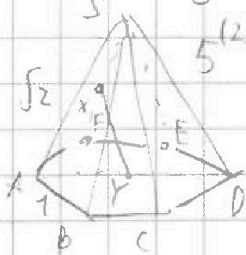
$$\frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 1}{8} = 7$$

$$\binom{5}{8} \binom{5}{5} \binom{5}{n} \binom{5}{n}$$

если 2 молча: $\frac{8!}{5! \cdot 2!} = 28 \cdot 4 \cdot 3 = 1228 = 280 + 56 = 226$

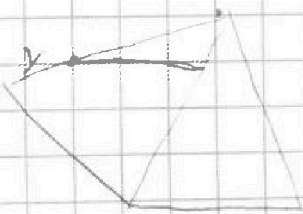
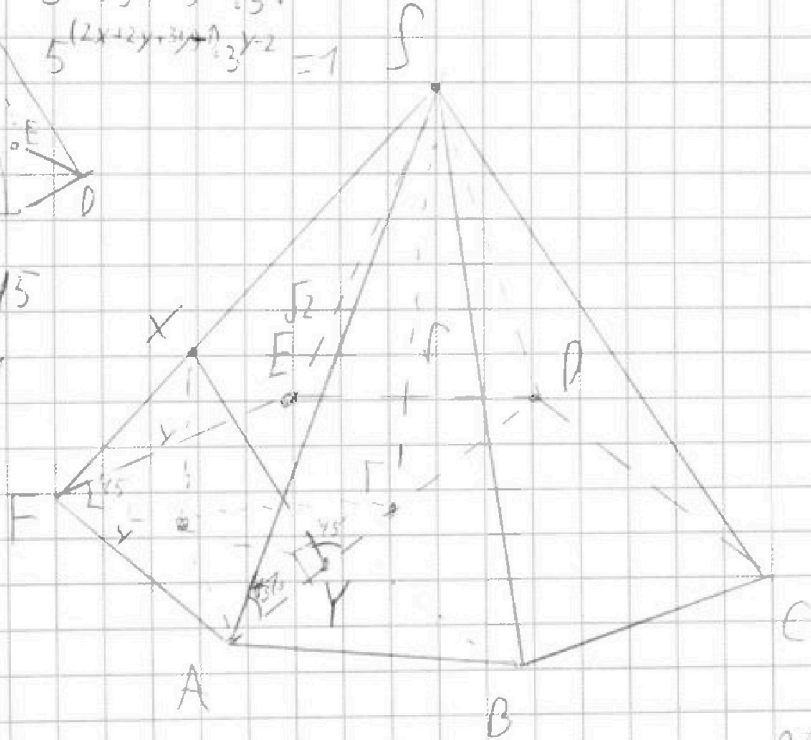
если 1 молча: $8 \cdot 4 = 32, 10^7 + 112 = 219 \cdot 4 = 876$

если 0 молча: $5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 5^{3z} \cdot 5^x \cdot 876, 201 + 876 = 1077$



$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{(2x+2y+3z)+x} \cdot 3 = 1$$



$$5 \text{ мм } 3 \sin \frac{22}{14} - 4 \cos \frac{61}{14} + 4 \sin \frac{92}{14}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$4 \sin \frac{9\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14} = 4(1 - \cos^2 \frac{6\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}$

$= 4(\sin^2 \frac{6\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}$

$4 \sin \frac{9\pi}{14} = 4(\sin \frac{6\pi}{14} \cdot \cos \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \cos \frac{6\pi}{14}) =$

$= 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14} + 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14} = 8 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14}$

$= 4 \sin \frac{6\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} + 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14} = 4 \cos \frac{6\pi}{14} (\sin \frac{6\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14}) + 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14}$

$8 \sin \frac{3\pi}{14} \cos^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} = 3 \sin \frac{3\pi}{14} (\cos^2 \frac{3\pi}{14} + 1)$

$8 \sin \frac{3\pi}{14} (1 - \sin^2 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} = 8 \sin \frac{3\pi}{14} - 8 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} = 11 \sin \frac{3\pi}{14} - 8 \sin^3 \frac{3\pi}{14}$

$6 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 2 \sin^3 \frac{3\pi}{14} = 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14}$

$9 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 6 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 2 \sin^3 \frac{3\pi}{14} = 9 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14}$

$\frac{9\pi}{2} - 4(\frac{\sqrt{3}}{2})^3 + 6(\frac{\sqrt{3}}{2}) + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{9\pi}{2} - \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = \frac{9\pi}{2} + 2\sqrt{3}$

$8 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \frac{2\sqrt{3}}{8} - \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$4(3t - 4t^3) + 3t - 4(1-2t^2) = 15t - 16t^3 - 4 + 8t^2 = 15t - 16t^3 - 4 + 8t^2$

$\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{12}$

$9 \sin \frac{3\pi}{14} = 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 16 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{8} - 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 7,5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3,5\sqrt{2}$

$3,5 \cdot 1,4 = 4,9 = \sqrt{24,01}$

$55 = 25 + 30$

$52 + 53 = 105$

$52 + 53 = 105$

$104 + 150 = 254$

$2704 + 2809 + 104 + 2916 = 5404$

54

$54 \cdot 8 = 432$

$54 \cdot 7 = 378$

$54 \cdot 6 = 324$

$54 \cdot 5 = 270$

$54 \cdot 4 = 216$

$54 \cdot 3 = 162$

$54 \cdot 2 = 108$

$54 \cdot 1 = 54$

$432 + 378 + 324 + 270 + 216 + 162 + 108 + 54 = 1844$

$48 \cdot 6 = 288$

$48 \cdot 5 = 240$

$288 + 240 = 528$

$54 \cdot 35 = 1890$

$35 \cdot 35 = 1225$

$1890 + 1225 = 3115$

$4,055$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3,5

$$\begin{array}{r} 3,5 \\ + 1,41 \\ \hline 35 \\ 140 \\ + 35 \\ \hline 4,935 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 14 \\ 18 \\ \hline 84 \\ \hline \boxed{3} \\ \boxed{84} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 72 \\ 21 \\ \hline 84 \end{array}$$