



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
- [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
- [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
- [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Обозначим кол-во узлов многоугольника за  $n$ , тогда, с одной стороны длина его ребер равна  $180(n-2)$ , а с другой  $\underbrace{143 + 143 + 2 + 143 + 2 \cdot 2 + \dots + 143 + 2(n-1)}_{n \text{ узлов}}$

$$= 143 \cdot n + 2 \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}$$
$$\Rightarrow 180(n-2) = 143n + n^2 - n \quad (\text{посчитаем длину узлов с двух сторон}) \Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0 \Rightarrow D_n = 19^2 - 360 = 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow n = 19 \pm 1 = 20/18.$$

20 - наибольшее из чисел вершин. проверим

$$180 \cdot 18 = 143 \cdot 20 + 19 \cdot 20 \quad 162 = 162 \leftarrow \text{верно} \Rightarrow 20 \text{ вершин.}$$

(max.)

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. x \ln 6 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3 \ln 2 (x+y+z) + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3 \quad | : \ln 2, \text{ так как } \neq 0.$$

$$3(x+y+z) + x + z \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$\frac{\ln 3}{\ln 2} = t, \text{ произв. } t = \text{const}, > 1.$$

$$3(x+y+z) = 1 - x + t(1 - z) \quad | \cdot 2$$

$$6x + 6y + 6z = 2 - 2x + 2t - 2tz$$

$$9(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx) =$$

решим ур-е

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0.$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) = (1 - z) \ln 3, \quad \text{т.к. } \ln 3 \text{ и } \ln 2 = \text{const},$$

то равенство зависит от ф-ции  $4x + 3y + 3z - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Обозн. 21-ты число-ва  $M$  за  $x, x+1, x+3, \dots$

$\dots, x+6$ , тогда сумма 21-тов число-ва  $M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2}$ ;  
 тогда, и допустим, что  $p$  это четвёрка без числа  $x+h_1$ , а  $q$  без  
 $x+h_2$ , тогда, чтобы  $p^2 - q^2 = 792$ , надо чтобы  $x+h_1 < x+h_2$ .

Заменим:  $p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = (7x + 21 - x - h_1 - (7x + 21 - x - h_2)) \cdot$

$\cdot (7x + 21 - x - h_1 + 7x + 21 - x - h_2) = 792$ . ( $h_i$  - число от 0 до 6,  
 т.е.  $x+h_i$  - это 21-й ч. мо-  
 ва  $M$ )  
 $(h_2 - h_1)(12x + 42 - (h_1 + h_2)) = 792$ .

$h_2 - h_1 \in \text{от } 0 \text{ до } 6$ , т.к.  $h_i$  - число от 0 до 6  $\Rightarrow$  т.к.  $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ ,  
 то  $h_2 - h_1$  либо 1 либо 2 либо 3 либо 4 либо 6.

Замечем, что если  $h_2 - h_1 = 1/3$ , то  $h_1$  и  $h_2$  - разн. значения

$\Rightarrow x+h_1$  и  $x+h_2$  - разн. четности  $\Rightarrow p$  и  $q$  - разн. четности  $\Rightarrow p^2 - q^2 = \text{нечёт}$ ,  
 $\Rightarrow$  противоречие.  $\Rightarrow h_2 - h_1 = 2/4/6$ ;  $h_1 + h_2 = 2h_2 + (h_2 - h_1)$ .

I путь. если  $h_2 - h_1 = 6$ , тогда очевидно  $x+h_1$  и  $x+h_2$  - это самые  
 большие и самые мал. 21-е ч. число-ва  $\Rightarrow h_1 + h_2 = 6$ ,  
 тогда  $6 \cdot (12x + 42 - 6) = 792 \Rightarrow 12x + 36 = 132 \Rightarrow x = \text{нечёт}$ .  
 $\Rightarrow$  такое  $x$  быть не может.  $12x = 96 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow S_M = 7x + 21 = 77$ ,  
 тогда  $p = 89, q = 63$ , но они не простые  $\Rightarrow$  не годят.

II путь. если  $h_2 - h_1 = 4$ , тогда:  $12x + 42 - (h_1 + h_2) = 198$ .  
 $12x + 42 + (2h_2 + h_2 - h_1) = 198$ .  
 $12x + 42 - 2h_1 - 4 = 198$ .  
 $12x - 2h_1 = 160$   
 $6x - h_1 = 80$ ,  $h_1 \in [0; 5] \cap \mathbb{Z}: (h_1 < h_2)$ , т.к.  $80 \equiv 2$ , то  $h_1 = 4$ ,  
 $6x = 80 + h_1$ , (иначе  $80 + h_1 \not\equiv 6$ )  $\Rightarrow h_2 = 8$ , но  $h_2 \in [0; 6]$  -  
 противоречие.

III путь. если  $h_2 - h_1 = 2$ , тогда  $12x + 42 - 2h_1 - 2 = 396 \Rightarrow$   
 $12x - 2h_1 = 356$ .  $| : 2$ .  
 $6x - h_1 = 178 \Rightarrow 6x = 178 + h_1$ , т.к.  $178 \equiv 4$ , то  $h_1 = 2$ , тогда  
 $178 + h_1 \equiv 6$ , тогда  $h_2 = 4$ , а  $x = \frac{180}{6} = 30$ ,  
 тогда  $p = 7 \cdot 30 + 21 - 30 - 2 = 199$ , а  $q = 197$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда  $M$  - множество состоящее из эл-тов: 30, 31, 32, ...  
... 36

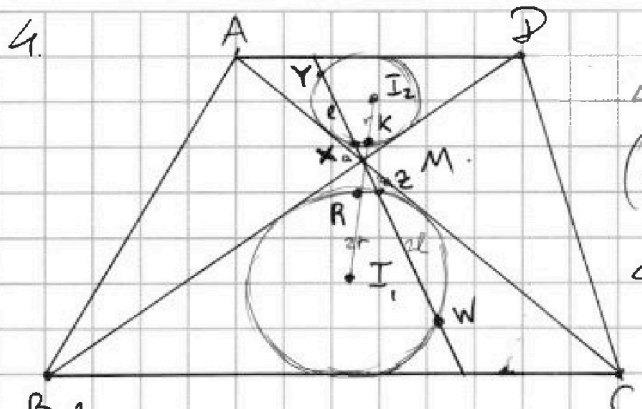
Ответ:  $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle AMP \sim \triangle CMB$  по 2 угл.  
 (из  $AD \parallel BC \Rightarrow \angle MBC = \angle MPA$ ,  
 $\angle PAM = \angle MCB \Rightarrow$  все углы  
 эти-же углы в треугольнике

$\triangle B$  все углы. заметим, что  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - впис. оуп,  $MI_2$  и  $MI_1$  - бисс.-линии  $\triangle AMP$  и  $\triangle BMC$  соотв.  $\Rightarrow MI_2$  - э-т, по-добный  $MI_1 \Rightarrow \angle BMI_1 = \angle PMI_2 \Rightarrow M \in I_2 I_1$ .  $\sigma.к. \frac{AP}{BC} = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma.к. \text{коэф. подобия } \triangle PAM \text{ и } \triangle CBM = \frac{1}{2} \Rightarrow XM = a; MZ = 2a;$

$ZW = 2l; XY = l$ ;  $\sigma.к. \text{эти углы в подобии } \Delta$ ; обозн. радиус  $\omega_2$  за  $r$ , тогда радиус  $\omega_1 = 2r$ . Обозн. за  $r.к. = \omega_2 \cap IM$  (длина к.м);  $R = \omega_1 \cap I_1 M$  (длина к.м) (ан. радиус), тогда  $RI_1 = 2r; KI_2 = r; MK = b; MR = 2b$ ;

из условия мы знаем, что:

$$I_1 I_2 = r + b + 2b + 2r = \frac{13}{2} \Rightarrow b + r = \frac{13}{6} \Rightarrow b = \frac{13}{6} - r \quad (I)$$

$$MZ \cdot MY = 2a \cdot (a + l) = 5 \quad (II)$$

$$r = \frac{13}{6} - b$$

Запишем условие точки M (центр оуп.  $\omega_2$ ):  
 $MK \cdot (MK + 2r) = MX \cdot MY \Rightarrow b(b + 2r) = a(a + l) = \frac{5}{2}$  (из (I)),  
 подставим (I):

$$\left(\frac{13}{6} - r\right) \left(\frac{13}{6} - r + 2r\right) = \frac{5}{2}$$

$$\frac{169}{36} - r^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow r^2 = \frac{169}{36} - \frac{5}{2} = \frac{169 - 90}{36} = \frac{79}{36}$$

$\Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{79}{36}}$ , но  $\sigma.к. r$  - радиус  $\Rightarrow$  полож. число,  $\sigma.к. r = \frac{\sqrt{79}}{6}$ ,

$a \cdot 2r = \frac{\sqrt{79}}{3}$  (радиус оуп.  $\omega_1 = 2r$ ).

Ответ:  $\frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \quad 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 4 \left( 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right).$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

~~$$4 \cos \frac{\pi}{7} = 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}} - 5 \sin \frac{\pi}{14},$$~~

т.к.  $\frac{\pi}{14} > 0$ ,  $\frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{8}$ , то  $\sin \frac{\pi}{14} \in (0; \frac{1}{2})$  — лежит в первой четверти,

$\Rightarrow$  можем перейти на  $\sin \frac{\pi}{14}$  кр. в огу.

~~$$\frac{1}{\sin \frac{\pi}{14}} = 7 + 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{14}} - 8 \sin \frac{\pi}{14}} - 5.$$~~

$$\frac{1}{\sin \frac{\pi}{14}} = 7 + 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{1 - 8 \sin \frac{\pi}{14}}.$$

решим ур-е  $5 - 16 \sin^3 x + 8 \sin^2 x = 4 - 8 \sin^2 x - 5 \sin x$ ,  
при  $x$  в 1 четверти.  $\sin x = a$  — замена.

~~$$16 \sin^3 x + 16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$$~~

можно сравнить с  $\sin \frac{\pi}{16}$ , т.к.  $\frac{\pi}{16} < \frac{\pi}{14} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{16} < \sin \frac{\pi}{14}$   
попробуем

(глядя на значения в 1ой четверти), а  $\sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2}}}{2}} =$

$$= \frac{\sqrt{2} \sqrt{1 - \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{4}}}}{2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}.$$

или можно попробовать найти корни ур-е  $16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$  и сравнить с  $\sin \frac{\pi}{14}$ .







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

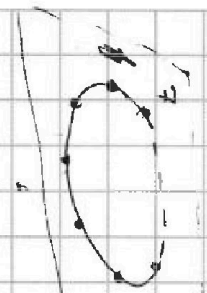
СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

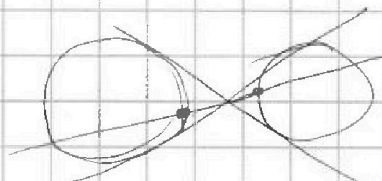
$$5 - 4(3\sin^2 d - 4\sin^3 d) \sqrt{4 - 8\sin^2 d - 5\sin d}$$

$$5 - 4(4\sin d - 4\sin^3 d) \sqrt{4 - 8\sin^2 d - 9\sin d}$$

$$5 - 10\sin d (\cos^2 d) \sqrt{4 - 8\sin^2 d - 9\sin d}$$



$$\frac{AB}{BC} = 3 - 4\sin^2 d$$



radius form

$$b(b+2c) =$$

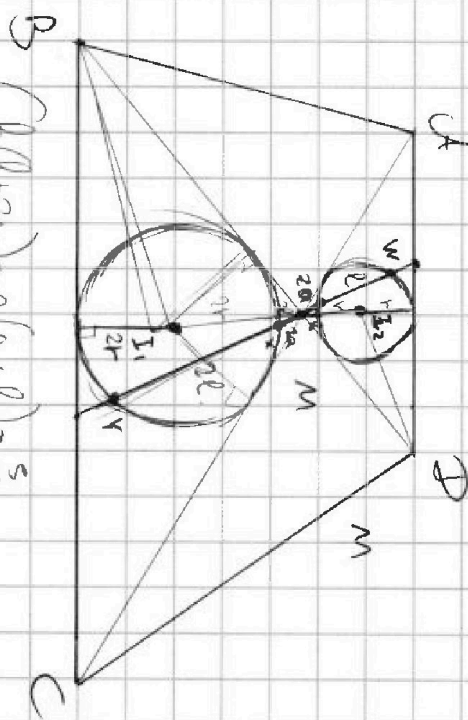
$$\sqrt{2}(MN) = a(2a+2b)$$

$$a(2a+2b) = 5$$

$$M^2 + N^2 = 5$$

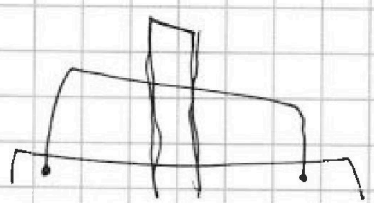
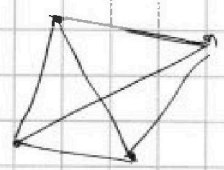
$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$b(b+2c) + 2r = \frac{13}{2}$$



$$\begin{cases} b(b+2c) = a(a+b) = \frac{13}{2} \\ 3(b+c) = \frac{13}{2} \\ a(2a+2b) = 5 \end{cases}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2r^2 = 2(5 - MN)^2 = (5 + MN)^2$$



no	mod 9
0	0
1	1
2	4
3	0
4	7
5	7
6	0
7	4
8	1

39-49  
03  
25  
81-  
91-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\sum_{k=1}^n$

мисср:

$x, x+1, x+2, \dots, x+n$



30, 90  
 $\sin 30 = \frac{1}{2}$   $\sin 90 = 1$

$$(M - (x+n))^2 - (M - (x+n))^2 = 792, \text{ пруд } n^2 > n.$$

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\frac{2+\sqrt{2}}{4} = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sin 3\alpha = 4\sin \alpha - 3\sin^3 \alpha$$

$$3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

$$= \frac{4}{16} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} - 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$4 - 8\sin^2 \frac{\pi}{7} - 5\sin^2 \frac{\pi}{4} = 5 - 4\sqrt{3}\sin^2 \frac{\pi}{4} - 4\sin^2 \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{4 \cdot 3\sqrt{3}}{8} = \frac{4 \cdot 3\sqrt{3}}{8} - \frac{4 \cdot 3\sqrt{3}}{8}$$

$$4 - 8\sin^2 \frac{\pi}{7} - 5\sin^2 \frac{\pi}{4} = 5 - 4\sqrt{3}\sin^2 \frac{\pi}{4} - 4\sin^2 \frac{3\pi}{4}$$

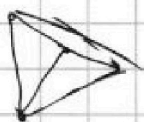
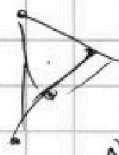
$$16\sin^2 \frac{3\pi}{4} + 8\sin^2 \frac{\pi}{4} + 7\sin^2 \frac{\pi}{4} = 11$$

$$\left(16\sin^2 \frac{3\pi}{4} + 8\sin^2 \frac{\pi}{4} + 7\sin^2 \frac{\pi}{4}\right) = 11$$

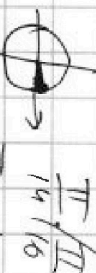
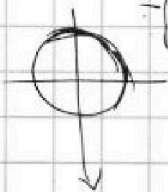
$$\frac{16\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} + \frac{8\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} + \frac{7\sqrt{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{4} = 11$$

$$\frac{16\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} + \frac{8\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} + \frac{7\sqrt{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{4} = 11$$

$$\frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$$



$$\frac{30}{8} \times \frac{1}{16}$$



$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} = \sin^2 \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1 + \sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{2+\sqrt{2}}}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3(x+y+z) = 1-x+t(1-z)$$
$$\frac{x^2+y^2+z^2 = (1-x+t-tz)^2 + 2(xy+yz+zx)}{9}$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 =$$

$$5 - 4 \sin^2 \left( 3 \sin^2 - 4 \sin^2 \right) =$$

$$5 - \sin^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x$   $x+1$ ,  $x+2$ ,  $x+3$ ,  $x+4$ ,  $x+5$ ,  $x+6$  - 7 страниц.

$$(p-q)(p+q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 1.$$

число стр. 1908.  $(x_{n_1} - x_{n_2})$

$$(n_2 - n_1) \cdot (2M - 2x - (n_1 + n_2)) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11.$$

$$2M - 2x - (n_1 + n_2)$$

$$|4x + 6 \cdot \frac{7}{2} - 2x - (n_1 + n_2)|$$

$$|2x + 42 - (n_1 + n_2)| = 396$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ - 42 \\ \hline 354 \end{array} \quad x$$

$$\begin{array}{r} 792 / 2 \\ 396 / 2 \\ 198 \\ 99 / 3 \\ 33 / 3 \\ 11 / 1 \end{array}$$

$n_1, n_2$  - page. 2.

$x_{n_1}, x_{n_2}$  - page. 2.

$$\Rightarrow \frac{2}{4/6}$$

$$M - (x_{n_1}) + (M - (x_{n_2})) = -x_{n_1} + x_{n_2} = (x_{n_2}) - (x_{n_1}) = M - (x_{n_1}) - (M - (x_{n_2})) = x_{n_2} - x_{n_1}$$

$$-x_{n_1} + x_{n_2}$$

$$M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2} = 6 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 792 / 6 \\ 132 \\ 4 \cdot 3 \cdot 11 \\ 121 \\ 132 \end{array}$$

$$2^{n_1} \cdot (n_2 - n_1)$$

$$2^{n_1} \cdot (n_2 - n_1)$$

$$(2^{n_1} \cdot (n_2 - n_1)) - 2n_1 + x_{n_2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 88 \\ 199 \\ - 99 \\ \hline 99 \\ - 99 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 197 \\ + 109 \\ \hline 306 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 21 \\ + 27 \\ + 28 \\ \hline 132 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12x + 4x \\ - 132 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$199 \cdot 199 - (97 \cdot 97) =$$

$$\frac{(199+97)(199-97)}{2} =$$

$$\begin{array}{r} 199 \\ - 97 \\ \hline 102 \\ \times 102 \\ \hline 2040 \\ + 1020 \\ \hline 2064 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 4 \\ \hline 96 \\ \times \frac{1}{2} \\ \hline 48 \\ \times \frac{1}{2} \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 198 \\ - 38 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$80$$

$$60 + 12$$

$$\begin{array}{r} 72 \cdot 1 \\ \times 13 \\ \hline 216 \\ + 720 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$6x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2z \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3 \ln 2(x+y+z) + 2 \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3(x+y+z) + 2 = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2} = t, \quad t > 0$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ - 90 \\ \hline 306 \\ \times 2 \\ \hline 612 \\ + 3060 \\ \hline 3672 \end{array}$$

$$6 \cdot 30 + 21 - 2 =$$

$$6 \cdot 30 + 0$$

$$6 \cdot 30$$

$$\begin{array}{r} 190 \cdot 19 \\ + 19 \\ \hline 3619 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ \times 6 \\ \hline 1068 \\ + 1188 \\ \hline 1068 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ + 19 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$(x+y+z) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

143°

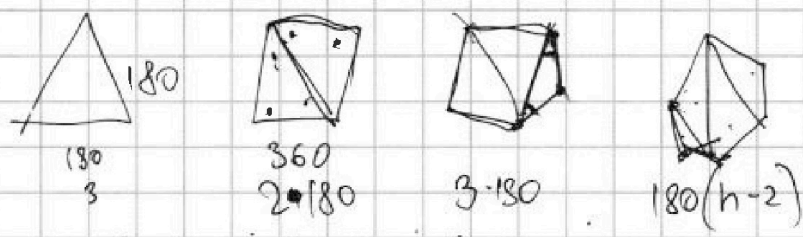
x, y, z.

~~360 = n \cdot \frac{180}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 180~~

$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 3 \cdot 2^3 = \ln 6$

$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln_2 + \ln_3$

$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3 (z - 1) = 0$



$x \quad x+d, x+2d, x+3d, x+4d$

$S_n = nx + d \left( \frac{n(n-1)}{2} \right)$   $n$ -го члена прогрессии.

$180(n-2) = 143n + \frac{n(n-1)}{2}$

$180n - 360 = 143n + \frac{n^2 - n}{2}$

$n^2 - 38n + 360 = 0$

$D = 19^2 - 360 = 1$   $n = \frac{19 \pm 1}{2} = 10/9$

$143 \cdot 9 + 1 \cdot 9 = 180 \cdot 8$

$143 + 9 = 18 \cdot 8$

$143 \cdot 9 + 9 = 180 \cdot 7 = 140$

$\frac{143}{180}$

$180 \cdot 8 = 143 \cdot 9 + 20 \cdot 19$   
 $5 \cdot 18 = 143 \cdot 9 + 20 \cdot 19$   
 $162 = 143 \cdot 9 + 20 \cdot 19$

$n^2 - 38n + 360 = 0$   
 $D = 361 - 360 = 1$   
 $n = 19 \pm 1 = 20/18$

$180n - 360 = 143n + \frac{n(n-1)}{2}$   
 $180(n-2) = n(143 + \frac{n-1}{2})$

Handwritten calculations and diagrams on the right side of the page, including a vertical sequence of numbers (180, 142, 8, 171, 361, 144, 18, 324, 180, 142) and various mathematical symbols and arrows.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$15 \sqrt{8 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}$$

$$\frac{225}{64} \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$225 \sqrt{32 + 16\sqrt{2}}$$

$$193 \sqrt{16\sqrt{2}}$$

$$3 \sqrt{4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}$$

$$9 \sqrt{16 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$9 \sqrt{8 + 4\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}}{2} (15 - 8 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}) \sqrt{4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}} - 3 \sqrt{4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}{4} \left( \frac{225}{2} - 240 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} + \frac{16 \cdot 8}{4} \right) \sqrt{\frac{16 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4}}{4}} - 24 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} + 9$$

$$\frac{225}{2} - 120 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$\frac{2 \cdot \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} + \frac{2 \cdot \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}{2} + 7 \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \sqrt{1 \dots}$$

$$2(2\sqrt{2+\sqrt{2}}) \cdot \sqrt{2\sqrt{2+\sqrt{2}}} + 2(2\sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{2}\sqrt{2\sqrt{2+\sqrt{2}}})$$

$$(4 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}})\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} + 4 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{2}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} - 2\sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})}$$

$$64$$

$$35 + 2(7 + 1)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 3 + 2 \ln 3 + 3z \ln 2 = \ln 3 + \ln 2$$

$$2 \ln 2(x+y+z) + x \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln 3 + \ln 2$$

$$3 \ln 2(x+y+z) = \ln 3(1-z) + \ln 2(1-x)$$

$$(M - (x+n))^2 - (M - (x+n^*))^2 = 792$$

$$M^2 - 2Mx - 2Mn + x^2 + 2xn + n^2 - M^2 + 2Mx - 2Mn^* + x^2$$

$$\frac{70}{99}$$

$$500$$

$$\begin{array}{r} 495 \\ \times 15 \\ \hline 7425 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 29 \\ \hline 35 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1333 \\ \times 13 \\ \hline 165 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 16 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ - 90 \\ \hline 70 \end{array}$$