



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
( из )

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1)

Сумма углов  $n$ -угольника:  $\left(\frac{2a_1 + d(n-1)}{2}\right) \cdot n$

Сумма углов в  $n$ -угольнике:  $(n-2) \cdot 180^\circ \rightarrow$  П.ч. углы заданы суммой,

по:  $\left(a_1 + \frac{d}{2}(n-1)\right)n = (n-2) \cdot 180^\circ$ ; По условию:  $147$  (в первом угле)

и сохраним формулу ~~эту~~):  $(147 + n-1)n = (n-2)180 \Rightarrow 142n + n^2 = n \cdot 180 - 360$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 1}{2} = \begin{cases} 19 \\ 20 \end{cases}, \text{ Если } n=20, \text{ то } a_{20} = 147 + 2 \cdot 10 = 181^\circ \approx 180^\circ \sim \text{Что} \\ (a_i < 180^\circ)$$

невозможно, так как многоугольник выпуклый  $\Rightarrow n=19$ , Проверим его

$a_{19} = 147 + 2 \cdot 17 = 171^\circ \sim$  Что верно  $\Rightarrow n=19 \sim$  Проверим и является наибольшим

Ответ: 19 вершин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№02)

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x+3y+3z} = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, \text{ тогда } \begin{cases} 4x+3y+3z=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=-2 \\ 4x+3y=6-8 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$z=1:$$

$$x^2 + y^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$(2+4R)^2 + (-2-3R)^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}, \text{ то}$$

$$\begin{cases} (y-2):4 \rightarrow y-2=4R, R \in \mathbb{Z} \\ (-x-2):3 \rightarrow -x-2=3R, R \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2+4R \\ x=-2-3R \end{cases} R \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пусть } f(t) = (2+4t)^2 + (-2+3t)^2 + 1$$

$$f'(t) = 2(2+4t) \cdot 4 + 2(-2+3t) \cdot 3; \Rightarrow 16 + 32t + 12 + 6t$$

$$\text{Найдем минимальную точку: } 50t + 28 = 0$$

$$t = -\frac{28}{50} = -\frac{14}{25}; f'(t) =$$

Недалеко функция имеет свою минимальную точку  $t = -\frac{14}{25}$   $\nearrow$   $t$   
 лишь тогда  $\rightarrow$  минимум при  $t \in \mathbb{Z}$   $t=0$

$$\text{или } t=-1: f(0) = 16 + 4 + 1 = 21$$

$$f(-1) = 4 + 1 + 1 = 6 \quad \checkmark \Rightarrow \text{Минимум}$$

значение  $f(-1)$  и оно равно 6  $\rightarrow$  это и есть ответ

~~Ответ:  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 6$~~  Проверим  $R=-1: x=-2+3=1; z=1 \Rightarrow$  Дано взаимно  
 $y=2-4=-2$

численные значения:  $1 \cdot \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \Rightarrow 4 \ln 2 - 6 \ln 2 + \ln 6 + 1 \ln 2 = \ln 6 \checkmark$   
 $\rightarrow$  верно. Недалеко  $R=-1$  находится. Ответ:  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№37 Набор:  $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6; n \in \mathbb{N}$

Полная сумма:  $7n+21$

$$p^2 - q^2 = 792 \Rightarrow (p+q)(p-q) = 792 \cdot 2 = 1584$$

1584 = 2 · 792 = 2 · 2 · 198 = 4 · 99 = 4 · 9 · 11 = 36 · 11

1584 = 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 11 = 8 · 9 · 11 = 72 · 11

~~Получим  $2p/p+q = 1+p$   $2p = p+q + p$   $p = q$   $p-q = 0$   $0 = 792$   $0 = 1584$   $0 = 792$   $0 = 1584$~~

~~Получим  $2p/p+q = 1+p$   $2p = p+q + p$   $p = q$   $p-q = 0$   $0 = 792$   $0 = 1584$   $0 = 792$   $0 = 1584$~~

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=796 \end{cases} \Rightarrow 2p=798 \Rightarrow p=399 \sim \text{Третье} \Rightarrow q=397 \sim \text{Третье}$$

Каждый набор  $M$ ,  $n$  из которых одна из указанных чисел

эти числа (разные 6-ки):  $(30; 31; 32; 33; 34; 35; 36)$

$$\Sigma \text{ набор: } 7 \cdot 30 + 21 = 210 + 21 = 231$$

$$\begin{matrix} 231 - 31 = 199 \\ 231 - 34 = 197 \end{matrix} \sim \text{Числа без введённых наборов}$$

Одна из 6-ки

$$\text{Отв: } M: \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$$

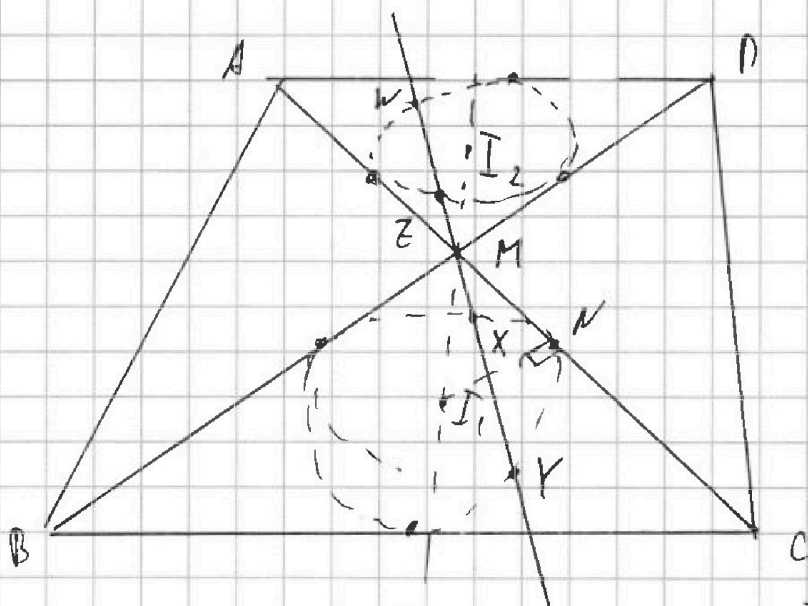


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 04)



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

Решение:

1) Так  $\angle BMC = \angle AMD$ , то биссектрисы углов  $BMC$  и  $AMD$

2)  $\angle BCM = \angle MAD$  (т.к.  $AD \parallel BC$  и сеч.  $AC$ ), следовательно  $\angle DBC = \angle ADB$

$\Rightarrow \triangle AND \sim \triangle CMB$ , коэффициент подобия  $= \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$

3) Треугольники  $MZ$  и  $MX$ ,  $MW$  и  $MY$  — подобные треугольники

$$\Rightarrow I_1 I_2 = MI_1 + \frac{1}{2} I_1 M = \frac{13}{2} \Rightarrow I_1 M = \frac{13}{3}$$

4) Аналогично:  $MZ \cdot MY = MY \cdot MX \cdot \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = 10$

5) Пусть  $N$  — точка касания  $CD$ ,  $MC$ , тогда  $MN^2 = MX \cdot MY = 10$

6) Огу биссектрис  $I_1$  и  $I_2$ , т.к.  $N$  — точка касания, то  $\angle I_1 N I_2 = 90^\circ$

Тогда по теореме Пифагора  $I_1 I_2^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{79}{9} \Rightarrow I_1 I_2 = R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}$

Ответ:  $R_{\omega_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

№051

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \sqrt{4\cos\frac{\pi}{2} - 5\sin\frac{\pi}{4}}$$

Пусть  $t = \sin\frac{\pi}{4}$ ; Тогда  $t > 0$  и м.к.  $\sin x \uparrow$  на  $(0; \frac{\pi}{2})$   $t < \frac{1}{2}$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - 4\sin^3\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 3t - 4t^3$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 1 - 2t^2$$

Тогда исходное выражение имеет вид:

$$5 - 4(3t - 4t^3) \sqrt{4(1 - 2t^2) - 5t}$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$$

$$\sqrt{1 - 16t^2 + 7t - 8t^2}$$

$$(1 + 16t^3) \sqrt{7t - 8t^2}$$

Пусть  $f(t) = -16t^3 + 7t - 8t^2$

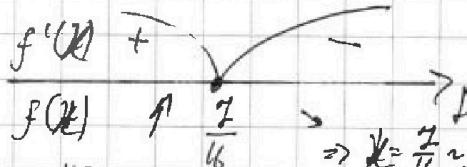
$$1 + 16t^3 > 1, \pi \cdot t > 0$$

Пусть  $7x - 8x^2 = f(x)$

Исследуем  $f(x)$  на монотонность:  $f'(x) = 7 - 16x$

$$\text{Корень: } x = \frac{7}{16}$$

Тогда монотонность:



$\Rightarrow x = \frac{7}{16} \sim$  максимум

$$f\left(\frac{7}{16}\right) = 7 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{16^2} - \frac{49}{16} = \frac{49}{8 \cdot 4}$$

$$\frac{7}{16} < \frac{1}{2} \text{ и}$$

$f(x) = 7x - 8x^2 \sim$  парабола ветвь вверх, а м.к.  $f\left(\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} - 2 = 2.5$

А м.к.  $\sin\frac{\pi}{4} < \sin\frac{\pi}{2}$ , то  $f\left(\sin\frac{\pi}{4}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 7t - 8t^2 < 2.5$ , а  $1 + 16t^3 > 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{делая член больше: } \Rightarrow 5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

Ответ:  $5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -16x^3 - 8x^2 + 7x$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{7}-1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{7}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{8}+1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{7}+4}{8}$$

$$\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}\right)^2 =$$

$$\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{8} = \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

-16

$$\Rightarrow \left(\frac{4-2\sqrt{7}}{8}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{7}-4-6+2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}}$$

$$-16 \cdot \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}} - 8 \cdot \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$= -8 - 8 \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7} + \frac{7}{2\sqrt{2}} (\sqrt{7}-1)$$

$$\left(-8 - 8 \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7}\right) + \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{7}{2\sqrt{2}}$$

$$-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - 4 - \frac{7}{2\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{-2\sqrt{7}-7}{2\sqrt{2}} - 4 + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{10,4}{5,2} = 2$$

$$\frac{2\sqrt{7}+7}{2\sqrt{2}} \approx 2,4$$

$$\frac{5\sqrt{2}+7}{2} \approx 10,4$$

$$\approx 6,4$$

$$-16 \cdot \frac{1}{64} - 8 \cdot \frac{1}{16} + \frac{7}{4}$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{4} > 1$$

$$f\left(-\frac{7}{10}\right)$$

$$+16 \cdot \frac{343}{10^3} - 8 \cdot \frac{49}{100} - \frac{49}{10}$$

$$\frac{6488 - 3920 - 4900}{10^3}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 343 \\ \hline 2058 \\ 343 \phantom{0} \\ \hline 6488 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 40 \\ \hline 302 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2,2 = 20 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 11 = 16 \cdot 2 \cdot 11$$

$$\frac{792}{22} = 36$$

$$\frac{42}{22} = 1 \frac{17}{32}$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 11 = 16 \cdot 2 \cdot 11$$

$2p = 58$   
 $p = 29$   
 $q = 70$

$$44; 18$$

$2p = 62$   
 $p = 31$   
 $q = 1413$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 12 \\ \times 12 \\ \hline 171 \\ 24 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$2p = 106$$

$p = 53$

$$\begin{array}{r} 143 \\ + 3p \\ \hline 281 \\ + 34 \\ \hline 127 \end{array}$$

$$2i$$

$16 \cdot 11 = 306; 2$

$2p = 198$   
 $p = 99$   
 $q = 197$

$$7n + 1 - i = 31 \Rightarrow 6n = 10 + i$$

$6n + 1 - q = 713 \Rightarrow 6n = 712 + q$

$$6n + 21 - i = 199 \Rightarrow 6n = 178 + i$$

$6n + 1 - q = 107 \Rightarrow 6n = 106 + q$

$i =$   
 $6n = 178$   
 $n = 29$

1.05)

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4})} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t$$

$$1 + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 8t^2$$

$$t(2 - 8t)$$

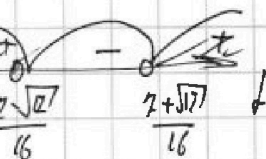
$$t(2 - 8t) \sqrt{1}$$

$$2 - 8t < 0$$

$$-8t^2 + 2t - 1 < 0$$

$$D = 4 - 32 = -28 < 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-28}}{-16}$$



$$8t^2 - 2t + 1 > 0$$

$$D = 4 - 32 = -28 < 0$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{-28}}{16}$$

$$\frac{2 - \sqrt{17}}{16} \sqrt{\sin \frac{\pi}{4}}$$

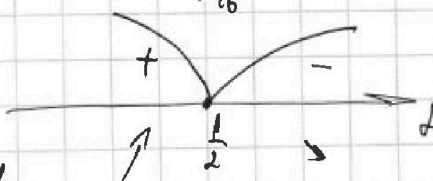
$$16t^3 + 1 \sqrt{2t - 8t^2}$$

$$\frac{2}{2} - 4$$

$$f(t) = 2t - 8t^2$$

$$f'(t) = 2 - 16t$$

$$t = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№01)  $d=2^\circ$

$\alpha_1 = 143^\circ$

$\alpha_2 = 179^\circ$

$$\frac{2 \cdot 143^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$$

$$\frac{286^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$$

$$\frac{143^\circ + 180^\circ}{161}$$

$3 \rightarrow 110^\circ$

$4 \rightarrow 360^\circ$

$n \leq 10$

n членов

$$\frac{n(n-2)}{2} \cdot 110^\circ$$

$161 \cdot 10$

$n(n-2) \cdot 100^\circ$

$n(n-2)$

3: 3-1

4: 4-2

$\frac{180^\circ}{n(n-2)}$

$\frac{110 \cdot 100^\circ}{4 \cdot 2} =$

6

$\frac{11000}{4} =$

2750

88

1424

$72d = d \cdot 396$

$4 \cdot 101$

$8 \cdot 28 \cdot 18 \cdot 11$

$8 \cdot 18 \cdot 11$

№02)  $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$

$n \geq 1$

$p^2 - q^2 = 72d$

1424

$S = 7n + 21 - a_1$

$8; 20; 72 \cdot 11$

$-722$

$\frac{4}{39}$

$\frac{198}{16}$

$\frac{12}{32}$

$\frac{88}{18} + \frac{704}{88} = \frac{84}{84}$

$\frac{7}{99}$

$\frac{8}{72d}$

$\begin{cases} a_1 + a_2 = 99 \\ a_1 - a_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 2a_1 =$

№03)  $5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) \sqrt{4\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{14}\right)}$

$\sin 3d = 3\sin d - 4\sin^3 d$

$5 - 4(3\sin^3 \frac{\pi}{14} - 4\sin^9 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(1 - \cos^2 \frac{\pi}{7}) - 5\sin \frac{\pi}{14}}$

$5 - 4(3d - 4d^3) \sqrt{4(1 - 2d^2) - 5d}$

$5 - 12d - 16d^3 \sqrt{4(1 - 2d^2) - 5d}$

$\sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$

$5 - 12d + 16d^3$

$5 - 12d + 16d^3$

$\sqrt{4 - 8d^2 - 5d}$

$\sqrt{\frac{1}{2}(16 - 8d - 5d^2)}$

$4 - 4 + 2$

$(2d-1) \sqrt{4(1-2d^2) - 5d} + 4(1-2d^2)$

$\frac{5(1+d) \sqrt{12d - 16d^3 + 4 - 8d^2}}{4(8d - 4d^3 + 1 - 8d^2)}$

$x=0$

$x(7-8x) \Rightarrow x = \frac{7}{8}$

$4(3d - 4d^3 + 1 - 8d^2) \sqrt{5}$

$4(3d - 4d^3 - 8d^2) \sqrt{1}$

$d^3 < d; -d^3 > -d$

$d^2 < d; -d^2 > -d$

$4(3d - 4d^3 - 8d^2) < 4(3d - 4d - 8d)$

$4(3d - 12d)$

$-4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t \quad t = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$1 - 12t + 16t^3 \vee -8t^2 - 5t$$

$$\frac{1 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t}{>0}$$

$$t(-8t + 7)$$

$$\begin{aligned} -8t + 7 &< 1 \\ -8t &< -6 \\ t &> \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &< 8t \\ t &> \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$1 = \cos^2 \frac{\pi}{4} + t^2$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 1^2 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \vee 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad t(-9t + 7)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\frac{\pi}{4} - 4\sin^3\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t \vee 0$$

$$\cos\frac{\pi}{2} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t < 0$$

$$t > \frac{7}{9}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) \vee 4(1 - 2t^2) - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$$

$$1 - 7t + 16t^3 \vee -8t^2$$

$$1 - 7t \vee -8t^2 - 16t^3 < 0$$

$$1 - 7t \vee 0$$

$$\begin{aligned} 1 - 7t &> 0 \\ t &< \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\cos\frac{\pi}{6} = 2\cos^2\frac{\pi}{12} - 2\sin^2\frac{\pi}{12}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sin\frac{\pi}{12} - 4\sin^3\frac{\pi}{12}$$

$$702 = (p - q)(p + q)$$

$$9 \cdot 8$$

$$11 \cdot 72 \quad 22 \cdot 36$$

$$a_1 + a_2 = 96 \rightarrow 2a_1 = 88$$

$$a_1 - a_2 = 22$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 44 \\ a_2 &= 7 \end{aligned}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) - 4\sin^3\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\frac{1}{4} = 3x - 4x^3 \quad \frac{1}{2} = 3x - 4x^3 \quad | \cdot 2$$

$$1 = 6x - 8x^3$$

$$8x^3 - 6x + 1 = 0$$

$$8 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{2} + 1$$

$$1 - 3 + 1$$

$$8 \cdot \frac{1}{24} - 6 \cdot \frac{1}{2} + 1 > 0$$

$$\frac{1}{3} - 3 + 1 > 0$$

$$\frac{1}{3} - 2 > 0$$

$$29$$

$$7$$

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$$

$$22 = 2 + 18$$

$$9 \cdot 4$$

$$11 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4$$

$$44; 18$$

$$2a_2 = 62$$

$$a_2 = 31$$

$$2a_1 = 62$$

$$a_1 = 31$$

$$6n = 14$$

$$a_2 = 13$$

$$6n + 5 = 31$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; \dots; h+6$$

$$6n + 15 = 71$$

$$6n = 56$$

$$6n + 16 = 71 \rightarrow 6n = 55$$

$$6n + 17 = 71 \rightarrow 6n = 54$$

$$6n = 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.01)  $\frac{n(n-2)}{180}$  :  $n$ -угольник  
 $n(n-2) \sim$  количество углов у  $n$ -угольника  $d=2^\circ$   
 $143^\circ = a_1$   
 $2a_1 + d$   $a_1 + a_n; a_n = a_1 + d(n-1)$

$n \cdot (n-2) \cdot 110^\circ$   
 $\& 4 \cdot 2 = 180^\circ$   
 $\left( \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \right) n = n(n-2) \quad | : n \neq 0$

$3 \rightarrow 180^\circ$   $n(n-2)$   
 $4 \rightarrow 360^\circ$   $3 \cdot 1 \cdot (60^\circ)$   $143^\circ + \frac{2^\circ}{2}(n-1) = n-2$   
 $4 \cdot 2 \cdot (60^\circ)$   $143^\circ + 1^\circ n - 1^\circ = n-2$

$143^\circ \xrightarrow{+36^\circ} 145^\circ > 147^\circ$  ;  $a_n < 180^\circ$   
 $+36^\circ$   $179^\circ$   $n(n-2) = 10 \cdot 17$   
 $a_n =$   $147^\circ$   $179^\circ$

$\frac{(147^\circ + 179^\circ)}{2} \cdot 19 =$   
 $143^\circ \cdot 177$   
 $\frac{143^\circ \cdot 8 + 2^\circ \cdot 18}{2} \cdot 19 =$   
 $\frac{143^\circ}{2} + \frac{18^\circ}{2}$   
 $161^\circ \cdot 19$   
 $161$

1.02)  $x, y, z \in \mathbb{Z}$   $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$   $x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$   
 $2^4$   $2^3$   $4 \cdot 6$

$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y +$   $\ln 8 (x + y + z)$   
 $4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + z(\ln 6 + 2 \ln 2) \ln 16 = \ln(8) + \ln(2)$   
 $x(\ln(8) + \ln(2)) + y(\ln 8) + z(\ln(8) + \ln(3)) = \ln 6$   
 $\ln 2(x + y + z) + \ln 2 \cdot x + z \ln 3 = \ln 6$   
 $\ln 2(x-1) + \ln 3(z-1) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n.2) \quad x \cdot 4 \ln 2 + y \cdot 3 \ln 2 + z(\ln 6 + 2 \ln 2) = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$24 = 3 \cdot 8$$

$$24^z = 3^z \cdot 2^{3z}$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 3^z \cdot 2^{3z} = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\text{П.н. } x, y, z \in \mathbb{Z}: \quad 2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$R = -1:$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$z = 1$$

$$x = -2 + 1 = -1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$4 \ln 2 - 8 \ln 2 + \ln 6 + 2 \ln 2$$

$$y = -1 - 4 = -5$$

$$z = 1$$

$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 4x + 3y = 6 - 8$$

$$4(-x-2)$$

$$-2 - 3n = x$$

$$4n + 2 = y$$

$$3(y-2) = -4x - 4 \cdot 2$$

$$3(y-2) = -4(x+2)$$

$$y - 2 = 4R \quad \cancel{y=2}$$

$$(2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$-x-2 = 3n$$

$$y = 4R + 2$$

$$-2 - 3n = x \quad n \in \mathbb{Z} \quad R \in \mathbb{Z}$$

$$f(x) = (2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$R=1: 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$$

$$R=2: 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$

$$f(x) = \frac{8}{2} \cdot (2+4x) + \frac{6}{2} \cdot (2+3x)$$

$$-\frac{14}{25}$$

$$16 + 24x + 12 + 18x > 0$$

$$28 + 42x = 0$$

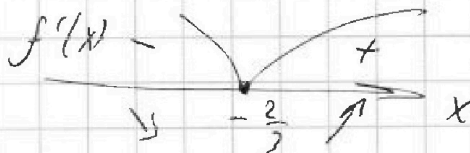
$$42x = -28$$

$$6x = -4$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$f(-1) = 4 + 1$$

$$f(0) = 4 + 4$$



$$4 + 16t + 16t^2 + 4 + 12t + 9t^2$$

$$8 + 28t + 24t^2$$

$$(8 + 28t + 25t^2 + 1)' = 28 + 50t$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 31 & \Rightarrow & 44 \\ 13 & & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 44 \\ \sqrt{18} \\ \hline 352 \\ 44 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \cdot 18 \\ 4 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \\ 36 \\ 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20_1 = 58 \\ a_1 = 29 \\ a_2 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ + 192 \\ \hline 382 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$$

$$7n + 21$$

$$\begin{array}{l} 4n+1 \\ 6n+15=31 \end{array}$$

$$6n+10=31$$

$$20 \cdot 400 - u = 306$$

$$2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$$

$$6n=16$$

$$6n=12$$

$$198$$

$$14+21=35$$

$$1 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{8^2 \cdot 4}$$

$$6n=31-i$$

$$n=2$$

$$44$$

$$20_1 = 62 \Rightarrow a_1 = 31$$

$$\frac{40}{16} - \frac{49}{32}$$

$$6n+21-i=31$$

$$6n+21-i=31$$

$$19$$

$$a_2 = 13$$

$$6n=10+i$$

$$6n=10+i \quad i=2$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 18 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$31 - x = 19$$

$$35$$

$$\begin{array}{l} 12 \\ 15 = i \end{array}$$

$$6n+10=31$$

$$199+10$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 18 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 4 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 1 \quad 198 \cdot 4$$

$$6n=12$$

$$192+10$$

$$n=2$$

$$99 \cdot 4 = 396$$

$$6n+21-i=100$$

$$\begin{array}{l} p-q = a \\ p+q = b \end{array}$$

$$2p = a+b$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 99 \\ \hline 305 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 308 \\ \hline 12 \\ 159 \end{array}$$

$$6n+21-q=197$$

$$2p = 208$$

$$99 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 159 \\ \hline 178 \end{array}$$

$$6n = 178+i \quad i=0 \vee i=6$$

$$p = 104$$

$$100$$

$$197$$

$$6n = \frac{1776+q}{176} \quad q=2$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ - 12 \\ \hline 58 \\ 54 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$30; 31; 32; 33; 34; 35; 36$$

$$n = \frac{1776}{6}$$

$$i=2 \quad q=0$$

$$7 \cdot 30 + 21 = 231$$

$$7n+6n = 128+i \quad i=2$$

$$7 \cdot n+21$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 32 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$6n = 176+q \quad q=4 \rightarrow 6n=180 \Rightarrow n=30$$

$$210+21 = 231$$

$$2p = 202$$

$$201$$

$$p = 101$$

$$6n+21-i=101$$

$$6n=80+i \quad i=4 \quad 6n=84$$

$$231$$

$$q = 97$$

$$6n+1-q=97$$

$$6n=76+q$$

$$231$$

$$197$$

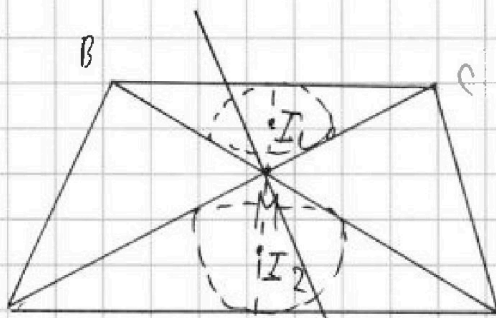


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$6n+21-6=101$$

$$6n+1+q=97$$

$$6n=80+6 \Rightarrow 6=24$$

$$6n=76+q \Rightarrow q=2$$

$$6n=78$$

$$n=13$$

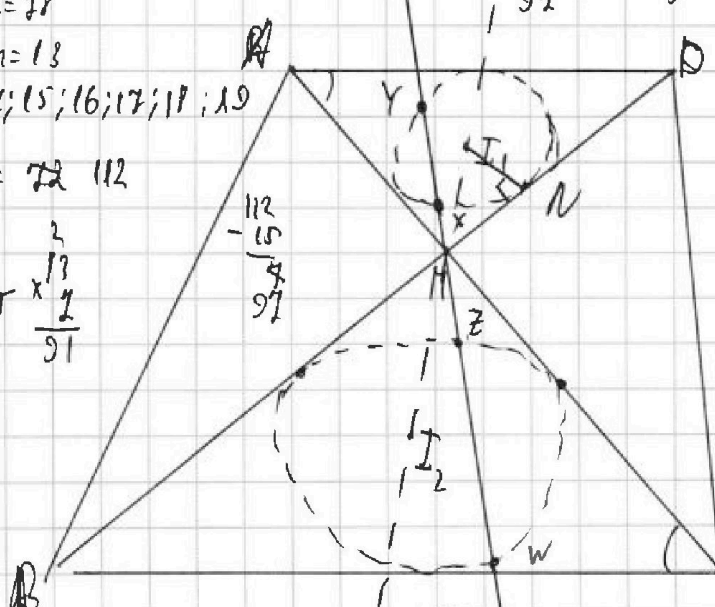
13; 14; 15; 16; 17; 18; 19

$$2n+21=22+112$$

$$22-13=9$$

$$2n \times \frac{13}{9} = \frac{22}{9}$$

$$\frac{22}{9} = \frac{112}{9}$$



$h; h+1; h+2; h+3; h+4; h+5; h+6$

$$(p-q)(p+q) = 292 = 11 \cdot 22$$

$$22 \cdot 16 \Rightarrow 2 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 4$$

$$19 \cdot 4$$

$$20 = 101$$

$$a_n = 79 \text{ } 98 \text{ } 97$$

$I_{LR} = ?$

$$I_1 I_2 = \frac{11}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$AD:BC = 1:2$$

$$\frac{MX}{MY} = K \Rightarrow$$

$$\frac{MY}{MX} = \frac{1}{K}$$

$$\frac{5}{MX \cdot MY} = K^2$$

$$I_1 I_2 = MI_1 + MI_2 = K = \frac{11}{2}$$

$$K = \frac{11}{2} \quad I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M = \frac{11}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$2 \cdot MX \cdot MY = 5$$

$$MX \cdot MY = \frac{5}{2} \quad MN = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$I_1 N = \frac{169}{16} - \frac{5}{2} = \frac{169-90}{16} = \frac{79}{16} = \frac{\sqrt{79}}{4}$$