



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть разность прогрессии равна  $d$ , а  $n$ -й член  $a_n$

Поэтому I  $12 - 12x = a_1 + d$  }  $x=?$

II  $(x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$

Вычтем III  $-6x^2 = a_1 + 7d$

из II - I и III - II

IV  $(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12 = 2d$

Рассмотрим 2 случая  $d=0$  и  $d \neq 0$ .

$d=0 \Rightarrow 12 - 12x = -6x^2$  }  $6x^2 - 12x + 12 = 0$

$(x^2 + 4x)^2 = -6x^2$  }  $x^2 - 2x + 2 = 0$

$(x^2 + 4x)^2 \geq 0$  }  $\Rightarrow$  равенство

$-6x^2 \leq 0$  } будет достигаться:  
 $(x^2 + 4x)^2 = -6x^2 = 0$   
 $-6x^2 = 0$

Но  $12 - 12x \neq -6x^2$  - противоречие,  
 $d \neq 0$

Поделим V : IV

$$\frac{-6x^2 - (x^2 + 4x)^2}{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12} = 2$$

$$-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2(x^2 + 4x)^2 + 24x - 24$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$1(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$1(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) - 8 = 0$$

$t = x^2 + 4x$   
 $t^2 + 2t - 8 = 0$

$t = 2$   
 $t = -4$

Вернёмся к замене

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ D = 24 \\ x = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} \\ = 2 \pm \sqrt{6} \end{array} \right.$$

$x = 2$   
 $x = 2 \pm \sqrt{6}$

Ответ:  $-2; 2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
↓ ИЗ ↓

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3t+6x \leq 6 \\ 8x-3t \geq -6 \\ 3x-2t+4x \leq 4 \\ 3x-2t+4x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x-3t \leq 6 \quad | \cdot 7 \\ 8x-3t \geq -6 \quad | \cdot 7 \\ 7x-2t \leq 4 \quad | \cdot 8 \\ 7x-2t \geq -4 \quad | \cdot 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 56x-21t \leq 42 \\ 56x-21t \geq -42 \\ 56x-16t \leq 32 \quad | \cdot (-1) \\ 56x-16t \geq -32 \quad | \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 56x-21t \leq 42 \quad (I) \\ 56x-21t \geq -42 \quad (II) \\ -56x+16t \geq -32 \quad (III) \\ -56x+16t \geq -32 \quad (IV) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} II + III & -5t \geq -74 \\ & 5t \leq 74 \\ & t = \frac{a}{5} \end{aligned}$$

$$a \leq 74 - \text{это оценка}$$

$$\begin{aligned} (I) + (IV) & -5t \leq 74 \\ & 5t \geq -74 \\ & t = \frac{a}{5} \end{aligned}$$

$$a \geq -74 - \text{это оценка}$$

Пример:  $x = -4,8; y = -5,2$

$$2x-3y=6 \Rightarrow |2x-3y| \leq 6$$

$$3x-2y=-4 \Rightarrow |3x-2y| \leq 4$$

$$10x+5y = -48-26 = -74$$

Ответ:  $-74$ .

Пусть  $10x+5y=a$ ,  $\max_{x,y} a$

$$y = \frac{a}{5} - 2x$$

$$t = \frac{a}{5}$$

$$y = t - 2x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим  $m-2n$  во (II)

$$2mn = 15q^2 \Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow q=2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases}$$

$$15 : 2$$

$q$  - простое

$$\begin{cases} m-2n = 4 \\ m = 2n+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n+4 \\ n^2+2n-15=0 \end{cases}$$

$$n^2+2n-15=0$$

$$D=64$$

$$n = \begin{cases} 3 \\ -5 \end{cases} \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} 2n^2+4n-30=0 \\ m=10 \\ n=3 \end{cases}$$

$$m=10$$

$$n=3$$

Рассмотрим II - случай:

$$\begin{cases} (m-2n+13)/(m-2n) = 15q^2 \\ mn(m-2n-2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$mn(m-2n-2) = 17p^2$$

Аналогично I-му случаю  $15q^2 : 2, \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q=2$

$$\begin{cases} (m-2n+13)(m-2n) = 60 \text{ (I)} \\ mn(m-2n-2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$mn(m-2n-2) = 17p^2$$

Пусть  $k$  и  $6I$ -е  
случае  $m-2n > 2$

$$t = m-2n, \text{ решим (I)}$$

$$t^2+13t-60=0$$

$$D=409$$

$$t = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{во II случае } m, n \in \emptyset$$

$$t \in \mathbb{Z}, t, k, m \in \mathbb{N}, 2n \in \mathbb{N}$$

Ответ: (10; 3).



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n + 13)(m - 2n)$$

$$B = mn(m - 2n - 2)$$

Есть два случая: I  $\begin{cases} A = 17p^2 \\ B = 15q^2 \end{cases}$

$$\text{II: } \begin{cases} A = 15q^2 \\ B = 17p^2 \end{cases}$$

Рассмотрим I случай:

$$\begin{cases} (m - 2n + 13)(m - 2n) = 17p^2 \\ (m - 2n - 2)mn = 15q^2 \end{cases}$$

Заметим, что  $(m - 2n - 2)$  и  $(m - 2n + 13)$  — разной

чётности, а значит одно из них чётно, а значит их произведение чётно, а значит  $17p^2 \div 2$ , т.к.  $17 \div 2 \Rightarrow p^2 \div 2$ , т.к.  $p$  — простое и  $p^2 \div 2 \Rightarrow p = 2$

$$\begin{cases} (m - 2n + 13)(m - 2n) = 68 \\ (m - 2n - 2)mn = 15q^2 \text{ (II)} \end{cases}$$

$$15q^2 > 0$$

$$mn > 0, \text{ т.к. } q, m, n \in \mathbb{N}$$

Решим первое уравнение в натуральных числах, учитывая, что  $m - 2n - 2 > 0$  и  $m - 2n > 2$

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ m - 2n + 13 = 17 \\ m - 2n = 34 \\ m - 2n + 13 = 2 \\ m - 2n = 68 \\ m - 2n + 13 = 1 \end{cases}$$

$$m - 2n = 4$$

$$m - 2n = 4$$

$$\begin{cases} m - 2n = 34 \\ m - 2n = -11, m - 2n - \text{трижды} \\ m - 2n = 68 \\ n - 2n = -12 \end{cases}$$

← оба разные значения

$$n - 2n = -12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{в } \triangle AYZ: YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \angle ZAY$$

(по т. косинусов)

$$64 = 36 + 36 - 2 \cdot 36 \cos \angle ZAY$$

$$\cos \angle ZAY = \frac{1}{9}$$

$$\angle ZAY + \angle BAC = 180^\circ \text{ (смежные } \angle \text{ образуют развернутый)}$$

$$\cos \angle BAC = -\cos \angle ZAY = -\frac{1}{9}$$

$$\text{в } \triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$BC^2 = 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

(по т. косинусов)

$$BC^2 = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = 8\sqrt{6}$$

Ответ:  $8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$BM = MC$   
 $ZM \parallel AX$  (по условию)  
 $\angle AXC = \angle ZMC$   
 (соответств. при перес. пр.)  
 в  $\triangle ZMC$  и  $\triangle AXC$ :  
 $\angle C$  - общий  
 $\angle X = \angle M$   
 $\triangle ZMC \sim \triangle AXC$   
 (по 2-м углам)  
 $\frac{ZC}{AC} = \frac{MC}{XC}$   
 $\frac{2}{3} = \frac{MC}{XC}$  Пусть  $MC = 2x$ , тогда  $XC = 3x$   $XM = XC - MC = x$   
 $BM = MC = 2x$  (по условию)  
 $BX = BM - XM = x$   
 в  $\triangle ABC$ :  $AX$  - биссектриса  $\Rightarrow \frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$  (по еп. Св-ва)  
 $\frac{1}{3} = \frac{AB}{18}$   
 $AB = 6$   
 Для  $\triangle ABC$  и прямой  $MZ$   
 $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{BY} = 1$  (по т. Менелая)  
 $\frac{AB}{BY} = \frac{1}{2}$   
 $BY = AB + AY = 6 + AY$   
 $\frac{6}{6 + AY} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow AY = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=\sqrt{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=\sqrt{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{13}}{2} \\ b=\frac{\sqrt{13}}{2}-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=- \\ a=\frac{\sqrt{10}}{2}-1 \\ b=\frac{\sqrt{10}}{2}+1 \end{cases}$$

Во время проверки выяснилось, что корни подселят  $a-b=2$  и  $a^2+b^2=4$

Вертелось к замене (т.к. а выражается через b, то мы получили  $\sqrt{x+4}=a \Leftrightarrow \sqrt{x+4}$ , поэтому возьмем, только  $\sqrt{x+4}=a$

$$\sqrt{x+4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{10}}{2} - 1$$

$$\begin{cases} x+4 = \frac{1}{4} + \frac{13}{4} - \frac{\sqrt{13}}{2} \\ x+4 = \frac{10}{4} + 1 - \sqrt{10} \end{cases}$$

$$y=x$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} \\ x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  ~~$(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$~~   $(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2})$ ;

$(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2}; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2})$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=2ab-5 \\ a^2+b^2=7 \end{cases} \quad ab = \sqrt{12-x-x^2} \geq 0 \quad ab \geq 0$$

$$(a-b)^2 = (2ab-5)^2 = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$7 - 2ab = 4a^2b^2 - 20ab + 25 \quad \text{а потом идем на проверку}$$

$$4a^2b^2 - 18ab + 18 = 0$$

$$t = ab, \quad t \geq 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 72 = 9$$

$$t = \frac{9 \pm 3}{4} = \begin{cases} 3 \\ \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab=3 \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = \frac{3}{2} \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ \begin{cases} a+b=\sqrt{13} \\ a+b=-\sqrt{13} \end{cases} \\ \begin{cases} a-b=-2 \\ \begin{cases} a+b=\sqrt{10} \\ a+b=-\sqrt{10} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2ab=6 \\ |a-b|^2=1 \\ |a+b|^2=13 \end{cases} \quad \text{(I)}$$

$$\begin{cases} 2ab=3 \\ |a+b|^2=10 \\ |a-b|^2=4 \end{cases} \quad \text{(II)}$$

В (I) системе  $2ab=6$ ,  
вспомогательное уравнение  
 $a-b=2ab-5=1$

В (II) системе  $2ab=3$   
 $a-b=2ab-5=-2$

Т.к.  $a \geq 0, b \geq 0$

$$a+b \geq 0$$

$$\begin{cases} a+b \neq -\sqrt{13} \\ a+b \neq -\sqrt{10} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{2-x-y^2} & (I) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (II) \end{cases}$$

Отдельно рассмотрим (II):

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0.$$

Если  $x > y$ :

$$2x^5 - 2y^5 > 0$$

$$4x^2 - 4y^2 > 0$$

$$\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} > 0$$

}  $\Rightarrow$  Равенство (II) не будет достигнуто из-за положительности левой части

Если  $x < y$ :

$$2x^5 - 2y^5 < 0$$

$$4x^2 - 4y^2 < 0$$

$$\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} < 0$$

}  $\Rightarrow$  Равенство (II) не будет достигнуто из-за отрицательности левой части.

Остается только  $x = y$ , причем при в этом случае равенство верно  $0 = 0$ , подставим  $y = x$  в (I)

$$\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{2-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} \quad \begin{matrix} \text{r.k} \\ x+4 > 0 \\ 3-x \geq 0 \end{matrix}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+4}$ ;  $b = \sqrt{3-x}$

$$a^2 = x+4 \quad b^2 = -x+3$$

$$-a^2 = -x-4 \quad | +7$$

$$-a^2 + 7 = -x+3 = b^2$$

$$\begin{cases} a \cdot b + 5 - 2ab = 0 \end{cases}$$

$$b^2 = -a^2 + 7 \quad | +a^2 + 2ab$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -4 \\ x \leq 3 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

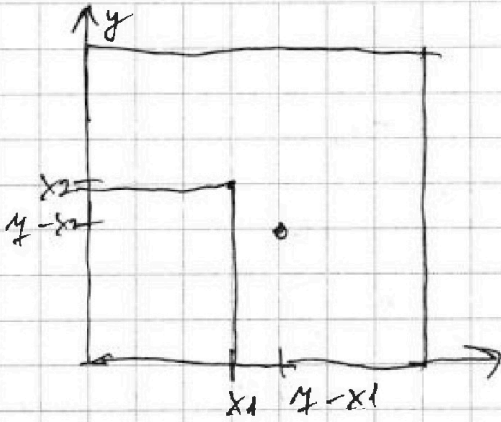


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего есть 64 различные узла.

Трикутально осуществляем 2 вида раскрасок.

1-й вид: при повороте на  $180^\circ$  получается та же самая раскраска

2-й вид: все, что не 1-й вид  
Рассмотрим узлы  $(x, y)$   $(x_1, x_2)$  и  $(y_1, y_2)$ .  
После поворота на  $180^\circ$  узлы другие  $(7-x, 7-y)$ ;  $(7-x_1, 7-x_2)$ ;  $(7-y_1, 7-y_2)$ .  
Поскольку при повороте на  $180^\circ$

I не может перейти в II, а II в IV, поэтому

$$I \mapsto IV; II \mapsto III \Rightarrow \begin{cases} x_1 + y_1 = 7 \\ x_2 + y_2 = 7 \end{cases}$$

Заметим, что если мы выбрали  $x_1$  и  $x_2$ , то  $y_1$  и  $y_2$  определяются однозначно. А значит раскрасок первого вида 64, + т.к. из одной раскраски поворотом можно получить другую (и только).

значит среди раскрасок 1-го вида  $\frac{64 \cdot 63}{2} = 32$  различных.

$$\text{раскрасок 2-го вида } \frac{64 \cdot 63}{2} - 64 = 32 \cdot 63 - 64$$

из раскраски 2-го вида получается 3 раскраски

$$2\text{-го вида, а значит среди них: } \frac{32 \cdot 63 - 64}{4} = 8 \cdot 63 - 16 \text{ различных раскрасок}$$

$$\text{Итого их } 8 \cdot 63 + 16 = 520$$

Ответ: 520.

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 8 \\ \hline 504 \end{array}$$

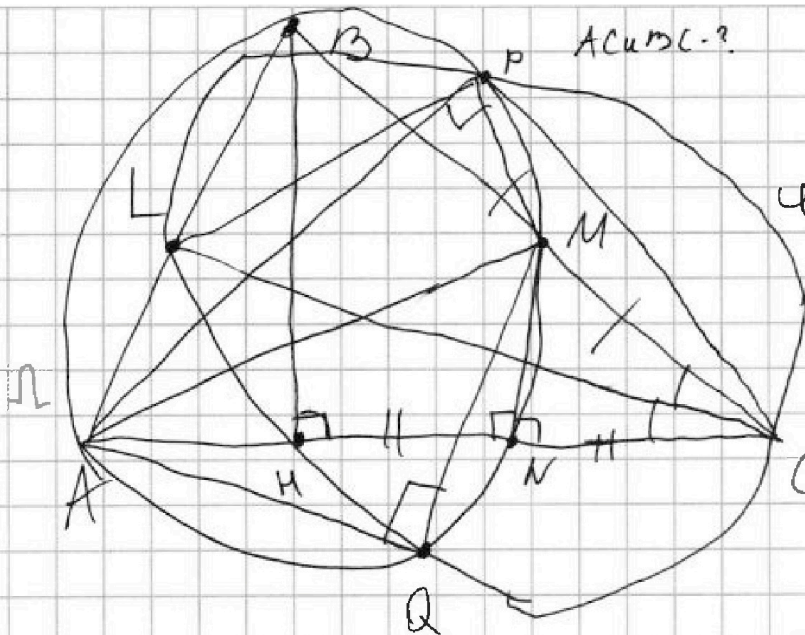
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

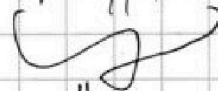
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $BH$  - высота  $ABC$

$BH \perp AC$

$PQ \parallel AC$



$PQ \perp AC$

$\angle ANM = 90^\circ$  (т.к. он

опирается на диаметр  $AM$ ).

$MN \perp AC$   $\Rightarrow BH \parallel MN$

$BH \perp AC$

$BH = AC$

$\Rightarrow HN = NC$  (по т. Птолемея)

$\angle AQM = 90^\circ$

$\angle LQC = 90^\circ$

$\angle LPC = 90^\circ$

$\angle APR$

(т.к. все опирается на диаметр)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^2 + 13t - 68 = 0$$

$$D = 169 + 272 = 441$$

$$t = \frac{-13 \pm 21}{2} = 7 \text{ и } -4$$

$$\sqrt{400} = 20$$

$$\frac{4}{4} = 1$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 68 \\ + 4 \\ \hline 272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 272 \\ + 169 \\ \hline 441 \end{array}$$

№ 5.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$2x^2 - 2y^2 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{3}y = 0$$

$$(a+b)^2 = 42 + (a+b)$$

$$t^2 - 4t + 4,5$$

$$\sqrt{7}$$

$$t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + 5 = \sqrt{12-x-x}$$

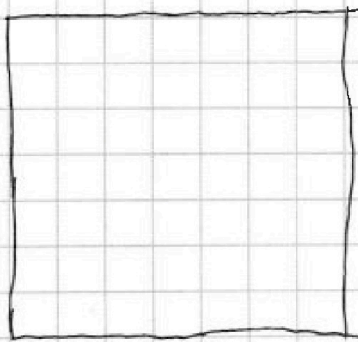
$$D = 5$$

$$a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$x_8 = -\frac{1}{2}$$

№ 6.



$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \sqrt{1,75}$$

$$2 \left( \frac{10}{4} + 1 \right) = \left( \frac{13}{4} - \right)$$

$$\left( \frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 =$$

$$2 \left( \frac{10}{4} - 1 \right) = 2 \left( \frac{13}{4} + \frac{1}{4} \right) = 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a = 74$

1  $10x + 5y = -74$   
 $t = -\frac{74}{5} = -14,8$

$3x - 7y \leq 4$   
 $7y \geq \frac{3}{2}x - 2$

$10x + 5y = -74$   
 $x - y \geq -2$

$x - y = -2 \cdot 5$

$15x = -84$

$x = -\frac{84}{15}$

$2x - 3y \leq 6$

$3y \geq 2x - 6$

$y = x + 2 = -\frac{54}{15}$

384

$y \geq \frac{2}{3}x - 2$

64

$384 | 16$   
 $\frac{32}{84} | 24$

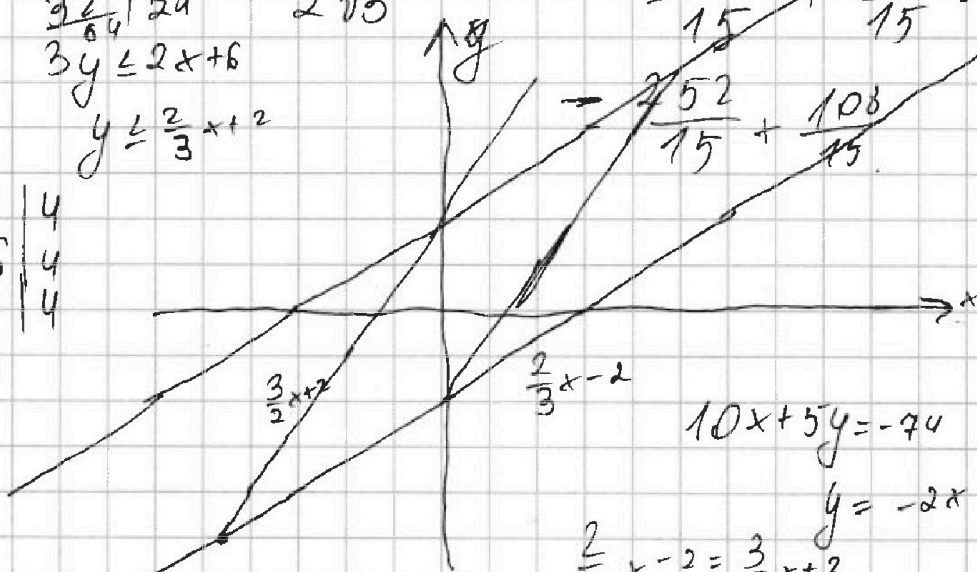
$3y \leq 2x + 6$

$y \leq \frac{2}{3}x + 2$

$-\frac{168}{15} + \frac{162}{15} =$

$-\frac{252}{15} + \frac{108}{15}$

$384 | 4$   
 $96 | 4$   
 $24 | 4$   
 $6$



$10x + 5y = -74$

$y = -2x - 14,4$

$\frac{2}{3}x - 2 = \frac{3}{2}x + 2$

$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x = 4 / :6$

$4x - 9x = 24$

$-5x = 24$

$x = -4,8$

$-9,6 + 15,6 \leq 6$

$18$   
 $\times 18$   
 $144$   
 $18$   
 $324$

$\sqrt{384}$

$384 | 2$

$192 | 2$   
 $18 | 96$   
 $6$

$5y = -5,2$

$5y - 48 = -74$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 10a + b + 5 - 2ab = 0 \\ (a+b)^2 = 7 + 2ab \end{cases}$$

Рассмотрим (III)  $t = a+b$

$$t^2 - t - 12 = 0$$

$$D = 49$$

$$t = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}$$

Вернемся к замене:

$$\begin{cases} 2ab = 9 \\ a+b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 1 \\ a+b = -3 \end{cases}$$

$$a+b = -3$$

$$\begin{cases} 2ab = a+b+5 \\ (a+b)^2 = 12 + a+b \text{ (III)} \end{cases}$$

$$t = a+b$$

$$\begin{cases} ab = 18 \\ a^2 + b^2 + 2ab = 16 \quad | -4ab \\ a+b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 4 & ab = 1 \\ a^2 + 2ab + b^2 & a+b = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4ab = 18 \\ (a-b)^2 = -2, (a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow a, b \in \emptyset \text{ в этой системе.} \\ a+b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 1 \\ a+b = -3 \end{cases}$$

Вернемся к замене

$$\begin{cases} \sqrt{12-x-x^2} = 1 \\ \sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} = -3 \end{cases}$$

$$x \in \emptyset$$

$$\text{т.к. } \sqrt{x+4} \geq 0 \quad \neq$$

$$\sqrt{3-x} \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} = -3, \quad x \in \emptyset$$

Ответ: решений нет.