



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

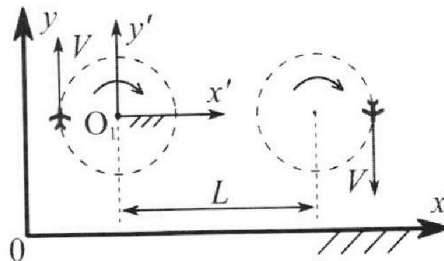
Вариант 10-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Во время выполнения пилотажного упражнения два самолёта летят в горизонтальной плоскости с одинаковыми по модулю скоростями $V = 100$ м/с (см. рис.) по окружностям одинакового радиуса. Радиус окружности, по которой движется каждый самолет, $R=500$ м. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

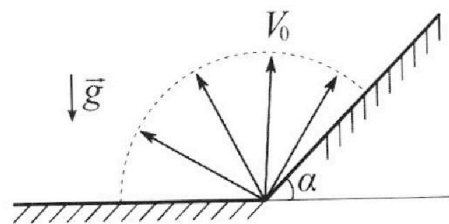
1. Определите отношение $\frac{N}{mg}$, здесь N – сила, с которой летчик действует на пилотское кресло, mg – сила тяжести летчика.



В некоторый момент времени самолеты оказались на прямой, проходящей через центры окружностей, в положении максимального удаления. Расстояние между центрами окружностей $L=1,25$ км. Вектор скорости каждого самолета показан на рис.

2. Найдите в этот момент скорость \vec{U} второго (правого на рис.) самолёта во вращающейся системе отсчёта $x'O_1y'$, связанной с первым (левым на рис.) самолётом. В ответе укажите модуль и направление вектора \vec{U} .

2. У подножья склона разрывается фейерверк. Осколки летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по модулю скоростями. Продолжительность полета осколка, упавшего на горизонтальную поверхность на максимальном расстоянии от точки разрыва, равна $T = 5$ с, максимальное перемещение за время полета осколка, упавшего на склон, равно $S = 100$ м. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

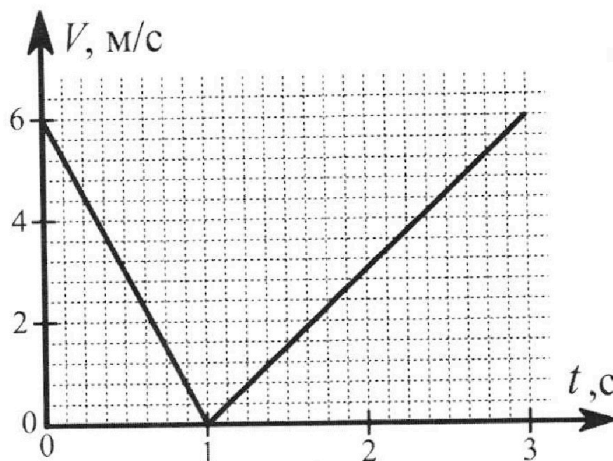


1. Найдите начальную скорость V_0 осколков.
2. Найдите угол α , который плоская поверхность склона образует с горизонтом.

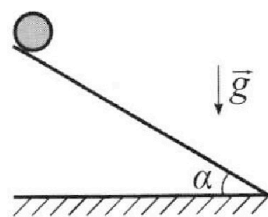
3. В первом опыте на шероховатую наклонную плоскость кладут шайбу и сообщают шайбе начальную скорость. Часть зависимости модуля скорости шайбы от времени представлена на графике к задаче. Движение шайбы до и после остановки происходит вдоль одной и той же прямой. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите $\sin \alpha$, здесь α – угол, который наклонная плоскость образует с горизонтом.

Во втором опыте с той же наклонной плоскости скатывается без проскальзывания тонкостенная однородная цилиндрическая бочка, полностью заполненная водой. Начальная скорость нулевая. Масса воды в $n=4$ раза больше массы бочки. Воду считайте идеальной жидкостью. Масса торцов бочки пренебрежимо мала.



2. С какой по величине скоростью V движется бочка после перемещения по вертикали на $h=1,5$ м?
3. Найдите ускорение a , с которым движется бочка.
4. При каких величинах коэффициента μ трения скольжения бочка катится без проскальзывания?





Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 10-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. В изохорическом процессе от смеси идеальных газов гелия и азота отводят $Q = 2320$ Дж теплоты. Температура смеси уменьшается на $|\Delta T_1| = 58$ К. Если в изобарическом процессе от той же смеси отвести то же самое количество теплоты, то температура смеси уменьшится на $|\Delta T_2| = 40$ К.

1. Найдите работу A внешних сил в изобарическом процессе.
2. Найдите теплоемкость C_p смеси в изобарическом процессе.
3. Найдите отношение $\frac{N_1}{N_2}$ числа атомов гелия к числу молекул азота в смеси.

Указание: внутренняя энергия двухатомного газа азота $U = \frac{5}{2}PV$.

5. Отрицательно заряженная частица движется между обкладками плоского конденсатора. Конденсатор заряжен до напряжения U , расстояние между обкладками d . В некоторый момент частица движется скоростью V_0 параллельно обкладкам на расстоянии $\frac{3}{8}d$ от отрицательно заряженной обкладки. Радиус кривизны траектории в малой окрестности рассматриваемой точки равен R .

1. Найдите удельный заряд $\gamma = \frac{q}{m}$ частицы, здесь q —заряд частицы, m — масса частицы.

Через некоторое время после вылета из конденсатора частица пересекает серединную плоскость конденсатора (плоскость, равноудаленную от обкладок).

2. С какой по величине скоростью V движется в этот момент частица?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

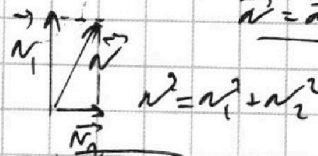
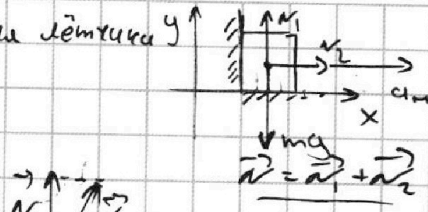
$v = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $R = 500 \text{ м}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $L = 1,25 \text{ км}$
 N ?
 mg ?
 \vec{u} ?

1) Второй закон Ньютона для лётчика y
в проекциях на Ox и Oy :

$$\begin{cases} m a_{\text{н}} = N_2 \Rightarrow N_2 = m v^2 / R \\ 0 = N_1 - m g \Rightarrow N_1 = m g \end{cases}$$

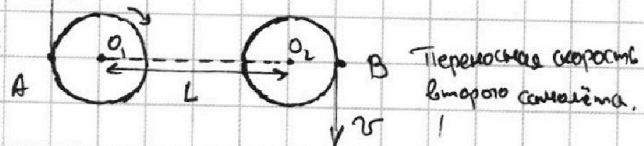
$$N = m \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}}$$

$$\frac{N}{m g} = \sqrt{1 + \frac{v^4}{g^2 R^2}} = \sqrt{1 + \frac{100^2}{10^2 \cdot 500^2}} = \sqrt{1 + \frac{100}{25}} = \sqrt{5}$$



2) Угловая скорость вращения ПСО:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

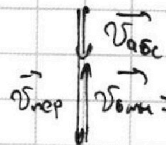


Скорость точки B в этой ПСО: $v_{\text{пер}} = \omega(L+R) = \frac{v(L+R)}{R}$

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{точка}} = \vec{v}_{\text{адс}} - \vec{v}_{\text{пер}}$$

$$v_{\text{адс}} = v$$

$$v_{\text{пер}} = \frac{v(L+R)}{R} > v_{\text{адс}}$$



\vec{u} направлена вверх на рисунке \Rightarrow в коор. оси y

$$u = v_{\text{пер}} - v_{\text{адс}} = v \left(\frac{L}{R} + 1 \right) - v = \frac{vL}{R} = \frac{100 \cdot 1,25 \cdot 10^3}{500} = 0,25 \cdot 10^3 = 250 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $\frac{N}{m g} = \sqrt{5}$; $u = 250 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\vec{u} \uparrow \text{ по } Oy$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$T = 5\text{c}$

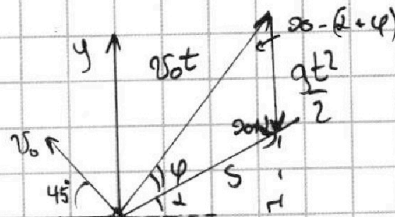
1) Максимальная дальность полёта

$S = 100\text{м}$ осколка, упавшего на горизонтальную

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ плоскость, достигается при броске

$v_0 = ?$ под углом в 45° ($S_x = v_0^2 \sin 2\beta \approx 2\beta = 90^\circ$)

$\alpha = ?$



$$T = 2T_{\text{подъёма}} = \frac{2v_0 y}{g} = \frac{2v_0 \sin 45^\circ}{g} \Rightarrow v_0 = \frac{gT}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} g T}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 5}{2} = 25\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Построим векторный треугольник: $\vec{S} = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$ при броске на макс. м.

Теорема синусов:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{g t^2}{2 \sin \varphi} &= \frac{v_0 t}{\cos \alpha} \Rightarrow t = \frac{2 \sin \varphi v_0}{g \cos \alpha} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{v_0 t}{\cos \alpha} &= \frac{S}{\cos(\alpha + \varphi)} \Rightarrow S = \frac{v_0^2 t^2 \cos(\alpha + \varphi)}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 v_0^2 \sin \varphi \cos(\alpha + \varphi)}{g \cos^2 \alpha} \end{aligned} \right.$$

Заметим, что $\sin(\alpha + 2\varphi) + \sin(-\alpha) = 2 \sin \varphi \cos(\alpha + \varphi)$

$$\sin \varphi \cos(\alpha + \varphi) = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + 2\varphi) - \sin \alpha)$$

$$S_{\max} \Rightarrow \sin \varphi \cos(\alpha + \varphi) \max \Rightarrow \sin(\alpha + 2\varphi) \max \Rightarrow \alpha + 2\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \varphi \cos(\alpha + \varphi) = \frac{1}{2} (1 - \sin \alpha)$$

$$S = \frac{v_0^2 (1 - \sin \alpha)}{g (1 - \sin^2 \alpha)} = \frac{v_0^2}{g (1 + \sin \alpha)} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{g S}{v_0^2} - 1 = \frac{10 \cdot 100}{2 \cdot 25^2} - 1 = \frac{25}{25} - 1 = \frac{1}{4}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\text{Ответ: } v_0 = 25\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}, \alpha = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$n = 4 \Rightarrow m_0 = 4 \text{ мБ}$$

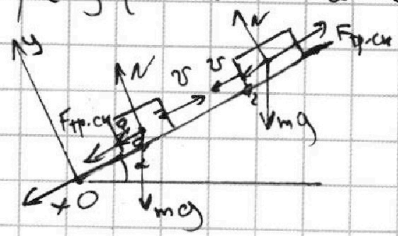
$$h = 1,5 \text{ м}$$

$$\sin \alpha = ? \quad v = ?$$

$$a = ? \quad \mu = ?$$

Из графика: $a_1 = \frac{v(1\text{с}) - v(0\text{с})}{\Delta t_1} = \frac{6}{1} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$$a_2 = \frac{v(2\text{с}) - v(1\text{с})}{\Delta t_2} = \frac{6}{2} = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



Второй закон Ньютона в проекциях на Ox и Oy :

$$\begin{cases} ma_1 = mg \sin \alpha + \mu N \\ 0 = N - mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma_2 = mg \sin \alpha - \mu N \\ 0 = N - mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$a_1 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a_1 + a_2 = 2g \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{319}}{20}, \quad \tan \alpha = \frac{9}{\sqrt{319}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = \frac{3+6}{2 \cdot 10} = \frac{9}{20}$$

действует $F_{тр.кн.} \leq \mu N$

2) Катится без проскальзывания $\Rightarrow v_{\text{центр}} = v_{\text{вр. точек кас. пов. бочки}}$
 $\Rightarrow a_{\text{центр}} = a_{\text{вр. точек кас. пов. бочки}}$

M - масса бочки, $4M$ - масса воды.

$J_{\text{бочки}} = MR^2$ - момент инерции бочки

$J_{\text{воды}} = \frac{1}{2} \cdot 4MR^2 = 2MR^2$ - вода отн. центра

$$J = J_{\text{бочки}} + J_{\text{воды}} = 3MR^2$$

Из закона сохранения энергии

Второй закон Ньютона для поступательного движения: ($a_{\text{центр}} = a$)

$$0 = N - 5Mg \cos \alpha \quad (1)$$

$$5Ma = 5Mg \sin \alpha - F_{тр.кн.} \quad (2)$$

Для вращательного: $\sum \epsilon = M_{\text{г}} + M_{\text{н}} + M_{\text{тр.кн.}}$
 $3MR^2 \cdot \frac{a}{R} = F_{тр.кн.} \cdot R \Rightarrow F_{тр.кн.} = 3Ma \quad (a_{\text{вр}} = a_{\text{центр}} = a)$

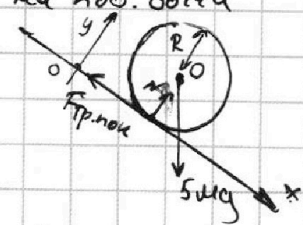
Подставим в (2):

$$5Ma = 5Mg \sin \alpha - 3Ma \Rightarrow a = \frac{5g \sin \alpha}{8} = \frac{9g}{32} = \frac{9 \cdot 10}{32} = \frac{45}{16} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

С учётом (1):

$$3Ma \leq 5\mu Mg \cos \alpha \Rightarrow \mu \geq \frac{3a}{5g \cos \alpha} = \frac{3}{8} \tan \alpha = \frac{27}{8\sqrt{319}}$$

Бочка вообще скатывается $\Rightarrow \mu \leq \tan \alpha$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $2: \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2ah}{\sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5g \sin \alpha \cdot h}{8 \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{5gh}{4}}$

$v = \sqrt{\frac{5 \cdot 10 \cdot 15}{4}} = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: $\sin \alpha = \frac{9}{20}$; $v = \frac{5\sqrt{3}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a = \frac{45}{16} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $\frac{3}{8} \text{tg} \alpha \leq \mu \leq \text{tg} \alpha$, $\text{tg} \alpha = \frac{9}{\sqrt{319}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$Q = 2320 \text{ Дж}$ Первое начало термодинамики:

$\Delta T_1 = -58 \text{ K}$ 1) $-Q = \frac{3}{2} \nu_{\text{He}} R \Delta T_1 + \frac{5}{2} \nu_{\text{Ar}} R \Delta T_1 + 0$ (1)

$\Delta T_2 = -40 \text{ K}$

$A = A_{\text{вн}} - ?$

$C_p = ?$

$\frac{M_1}{M_2} = ?$

$\frac{M_1}{M_2}$

2) $-Q = \frac{3}{2} \nu_{\text{He}} R \Delta T_2 + \frac{5}{2} \nu_{\text{Ar}} R \Delta T_2 + A$ ↑ изохорный процесс
Вычтем из (2) (1), $\frac{3}{2} \nu_{\text{He}} R (\Delta T_1 - \Delta T_2) = A$ работы газа

$-Q \Delta T_1 + Q \Delta T_2 = A (\Delta T_1 - \Delta T_2)$
 $A_2 = -Q \frac{(\Delta T_1 - \Delta T_2)}{\Delta T_1}$, $A_{\text{вн}} = -A_2$

$A_{\text{вн}} = Q \frac{(\Delta T_1 - \Delta T_2)}{\Delta T_1}$ 2) $A = \frac{2320 \cdot (-18)}{-58} = \frac{2320 \cdot 18}{58} = \frac{29 \cdot 80 \cdot 9}{29} = 720 \text{ Дж}$

3) $A_2 = (p_1 + p_2) \Delta V = p_1 (V_{\text{кон}} - V_{\text{нач}}) + p_2 (V_{\text{кон}} - V_{\text{нач}}) = \nu_{\text{He}} R \Delta T_2 + \nu_{\text{Ar}} R \Delta T_2$

Умножив:

$-Q = \frac{3}{2} \nu_{\text{He}} R \Delta T_1 + \frac{5}{2} \nu_{\text{Ar}} R \Delta T_1$

$-Q = \frac{5}{2} \nu_{\text{He}} R \Delta T_2 + \frac{3}{2} \nu_{\text{Ar}} R \Delta T_2$

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\nu_{\text{He}} \cdot M_{\text{He}}}{\nu_{\text{Ar}} \cdot M_{\text{Ar}}} = \frac{\nu_{\text{He}} R}{\nu_{\text{Ar}} R} = \frac{7 \Delta T_2 - 5 \Delta T_1}{3 \Delta T_1 - 5 \Delta T_2}$

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{-286 + 290}{-174 + 200} = \frac{4}{26} = \left(\frac{5}{13} \right)$

$\frac{\nu_{\text{He}}}{\nu_{\text{Ar}}} = \frac{5}{13}$

$C_p = \frac{-Q}{(\nu_{\text{He}} + \nu_{\text{Ar}}) \Delta T_2} = \frac{-Q}{A_2} R = \frac{-Q \Delta T_1}{-Q (\Delta T_1 - \Delta T_2)} R = \frac{\Delta T_1}{(\Delta T_1 - \Delta T_2)} R = \frac{-58}{-58 + 40} R = \frac{58}{18} R$

$C_p = \frac{29}{9} R$

Ответ: $A = 720 \text{ Дж}$; $\frac{M_1}{M_2} = \frac{5}{13}$; $C_p = \frac{29}{9} R$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



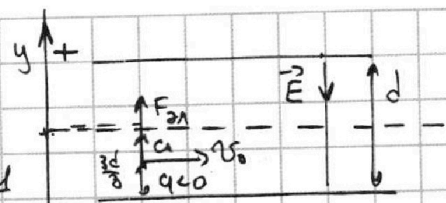
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$U, d, V_0, d_1 = \frac{3d}{8}, R$ Второй закон Ньютона
в проекции на ось y :

$d_2 = \frac{d}{2}$
 $\gamma = \frac{q?}{m}, v-?$
 $ma = F_{эл}$
 $ma = -qE = -\frac{qU}{d} \Rightarrow a = -\frac{\gamma U}{d}$



С другой стороны, $a = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow \frac{v_0^2}{R} = -\frac{\gamma U}{d} \Rightarrow \gamma = -\frac{d v_0^2}{R U}$

2) Теорема об изменении кинетической энергии:

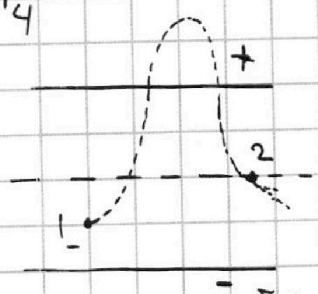
$A_{эл} = \Delta W_k$, * работа электрической силы не зависит от формы траектории $\Rightarrow A_{эл} = -qU \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{3d}{8}\right) = -\frac{qU}{8}$

$-\frac{qU}{8} = \frac{m v^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = v^2 + \frac{qU}{4m} = v^2 + \frac{\gamma U}{4} = v^2$

$v^2 = v_0^2 - \frac{\gamma U}{4} = v_0^2 + \frac{d v_0^2}{4R}$

$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{d}{4R}}$

Ответ: $\gamma = -\frac{d v_0^2}{R U}$; $v = v_0 \sqrt{1 + \frac{d}{4R}}$



Пояснение к (2): $\Delta W_k + \Delta W_p = 0 \Rightarrow \Delta W_k = q(\varphi_1 - \varphi_2) = A_{12}$
 A_{12} - работа по перемещению заряда из 1 в 2
Видно, что ΔW_k не зависит от того, вынет ли или нет заряд из конденсатора. $A_{эл} = A_{12}$ была использована в решении.

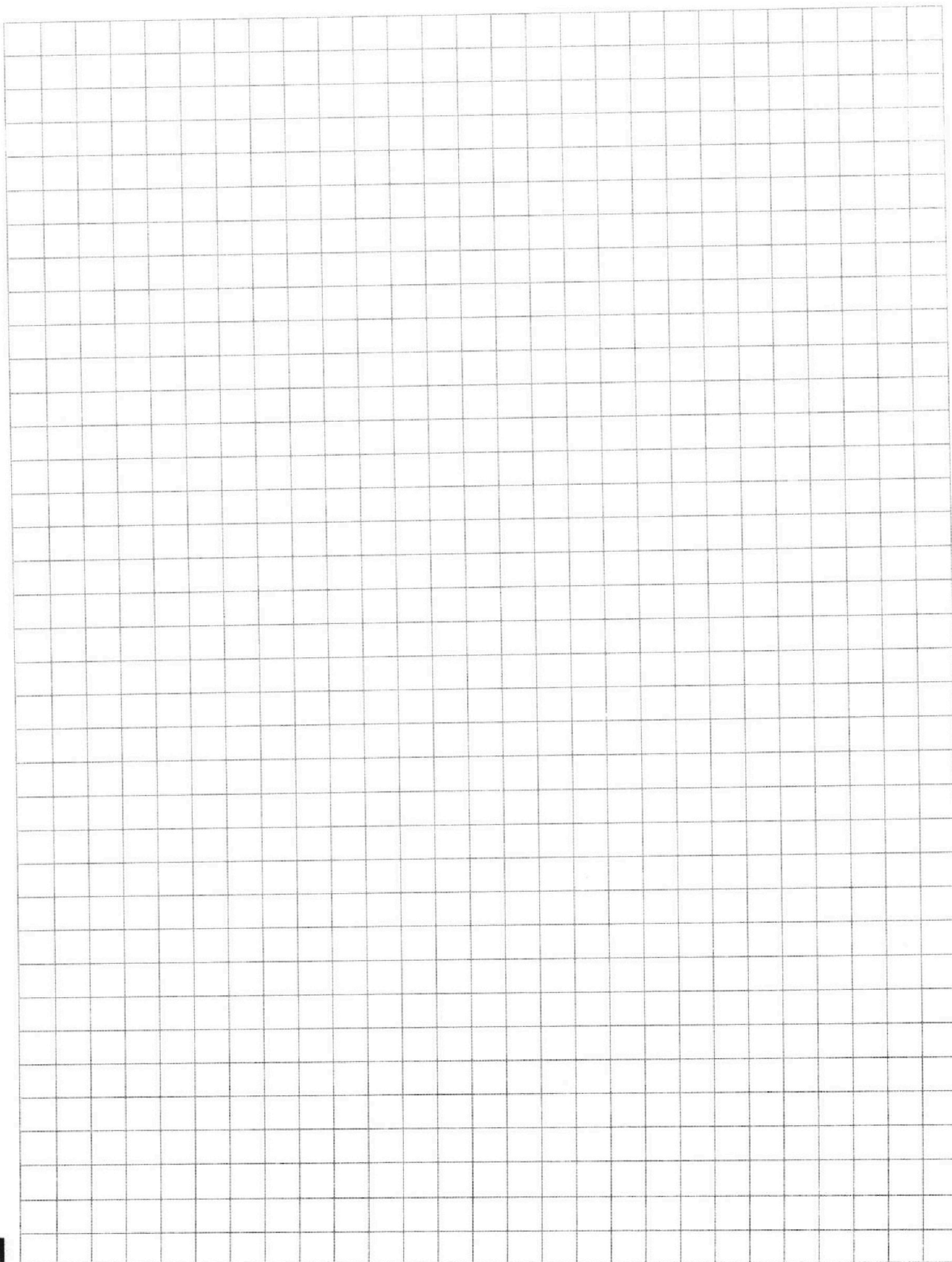


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



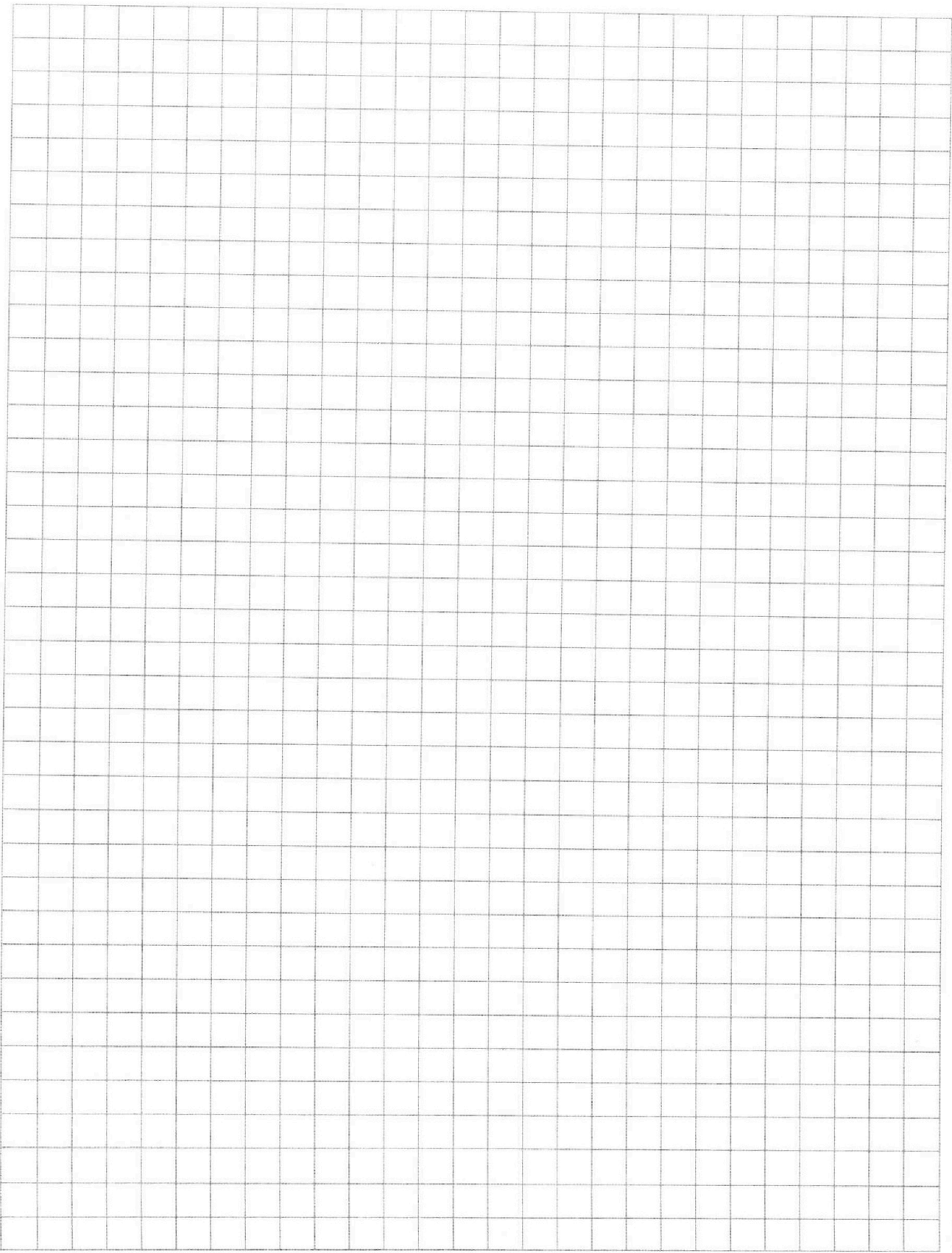


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



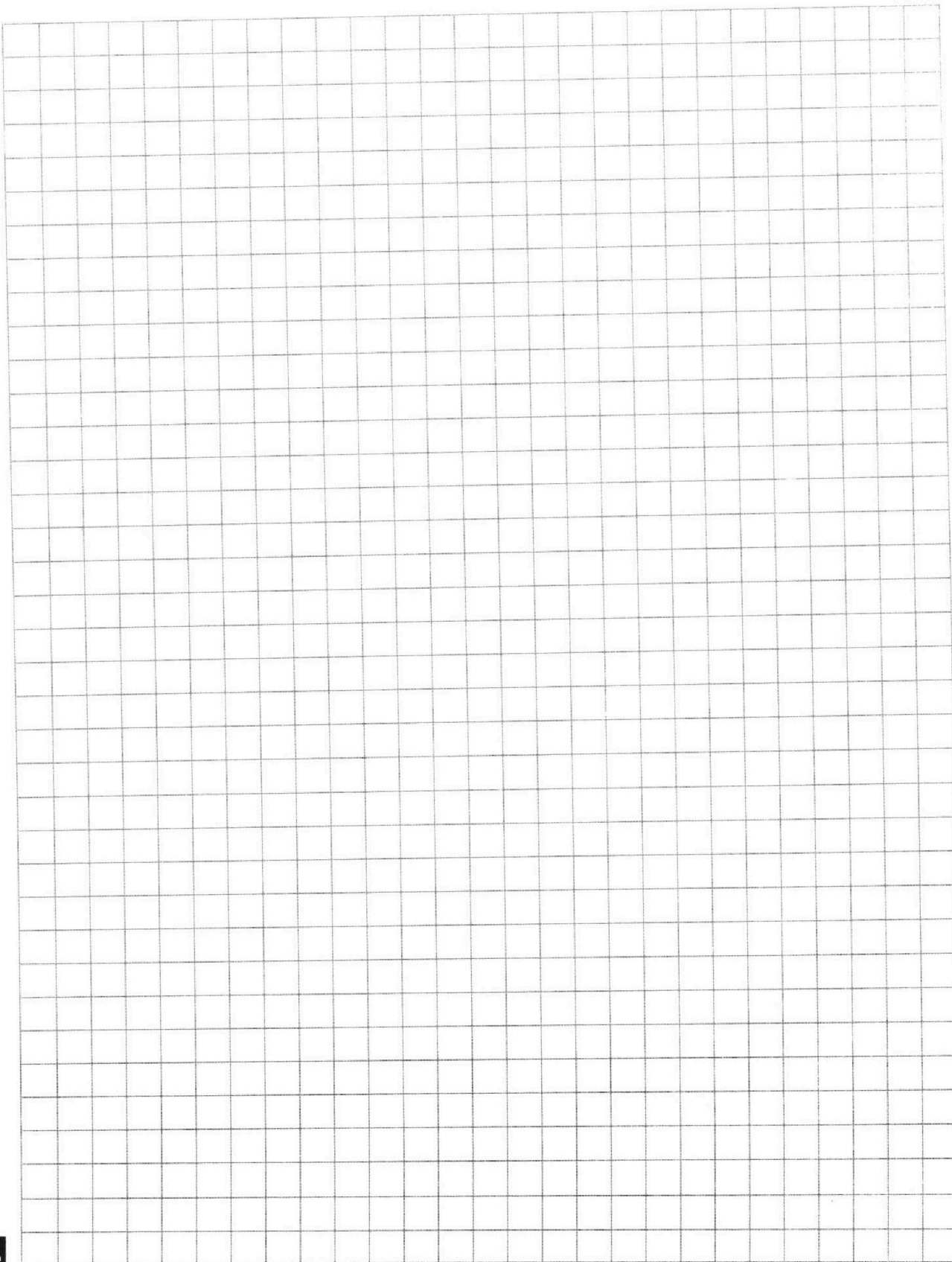


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

