



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = k^6 a_1$$

$$a_{13} = \frac{5-x}{\sqrt{x+1}} = k^{12} a_1 \Rightarrow \frac{a_{15}}{a_7} = k^8 = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2 \Rightarrow$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = k^{14} a_1 \Rightarrow 8+2 \geq 0$$

I case  $x < -1$

$$k^4 = -(x+1)$$

$$k^2 = \sqrt{-(x+1)}$$

$$a_7 \cdot k^4 \cdot k^2 = a_{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (-(x+1)) \cdot \sqrt{-(x+1)} = \sqrt{-(13x-35)}$$

$$= 5-x \Rightarrow -13x+35 = 25-10x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+3x-10=0$$

$$\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -2 \end{cases} \rightarrow \text{не подходит т.к. тогда } a_{13} = 0$$

$$a_7 > 0 \wedge a_{13} > 0 \wedge a_{15} > 0$$

$$\Rightarrow x = -2$$

$$\Rightarrow x^2+3x-10=0$$

$$\Rightarrow x^2+3x-10=0$$

$$\Rightarrow x^2+3x-10=0$$

$$\Rightarrow x^2+3x-10=0$$

$$\Rightarrow x^2+3x-10=0$$

II case  $x \geq -1$

$$k^4 = x+1$$

$$k^2 = \sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1) \cdot \sqrt{x+1} =$$

$$= \sqrt{13x-35} = 5-x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 13x-35 = 25-10x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-23x+60=0$$

$$x_1 = 20$$

$$x_2 = 3 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$\Rightarrow x = 20$$

Ответ:  $x=2; x=3; x=20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$  всего вариантов наборов  $3 \binom{4}{25000} - 2 \binom{2}{12500} = 3$

$$\Rightarrow \left[ \frac{25000!}{4! \cdot 25996!} \cdot 3 - \frac{12500!}{2! \cdot 12498!} \cdot 2 \right] \leftarrow \text{Ответ!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

⇓

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x$$

$$= 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p \quad a \in [-1; 1]$$

$$\text{Пусть } \cos x = a \Rightarrow 4a^3 + 6a^2 + 3a - 3 - p = 0$$

Заметим что min. знач.  $f(a) = 4a^3 + 6a^2 + 3a - 3$ , на промежутке от  $-1$  до  $1 = -4$

$$f'(a) = 12a^2 + 12a + 3 = 0, \text{ при } a = -\frac{1}{2}$$

$$f''(a) = 24a + 12, \text{ в точке } -\frac{1}{2} f''(a) \text{ - меняется знак}$$

т.к.  $f'(a) = 3(2a+1)$  то значит  $f'(a) \geq 0$  на области определения  $\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$  не является экстремумом  $\Rightarrow f(a)$  - монотонно возр.  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  min значение будет в  $a = -1$  а

$$f(-1) = -4; \text{ а максимальное max. значение будет}$$

$$\text{в } a = 1, f(1) = 10 \Rightarrow \text{при любом значении}$$

$$p \in [-4; 10] \text{ уравнение имеет решение}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- $n=5$
- I вид симметричные - черт.
- II вид - симм. отн. гориз. средней линии
- III вид - симм. отн. верт. средней линии.

Посчитаем кол-во наборов I вида, заметим что каждой клетке соответствует 2-ух симм. ей (аналогично для симм. II и III вида)  $\Rightarrow$  вся доска делится на пары клеток придем в каждой паре закрываем либо обе либо ни одной клетки  $\rightarrow$

$\rightarrow$  кол-во таких наборов = кол-ву способов выбрать 4 пары из  $\frac{200 \times 250}{2} = \binom{25000}{4} = \frac{25000 \cdot 24999 \cdot 24998 \cdot 24997}{4 \cdot 3 \cdot 2}$

, для каждого вида этих способов столько же  $\Rightarrow$  всего вариантов  $\frac{25000 \cdot 24999 \cdot 24998 \cdot 24997}{8}$

~~III~~ Заметим что если набор симм. по Фибо-начи 2-ух видам то от симм. и третьей  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  мы трижды посчитали наборов которые симм. всеми 3-мя видами. Заметим, что  $\Rightarrow$  мы должны вычесть избыточные их нам

если набор симм. во всех видах то ~~это~~ ~~то~~ зак-клетки образуют крз с центром в центре основного крз  $\Rightarrow$  каждой точке соответствует еще 3 зак-клетки  $\Rightarrow$  крз крз лежит на сетке  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  кол-во таких наборов равно  $\binom{12500}{2}$

Т.к. таких сеток всего 12500 и каждая образует 2 из них.  $\Rightarrow$

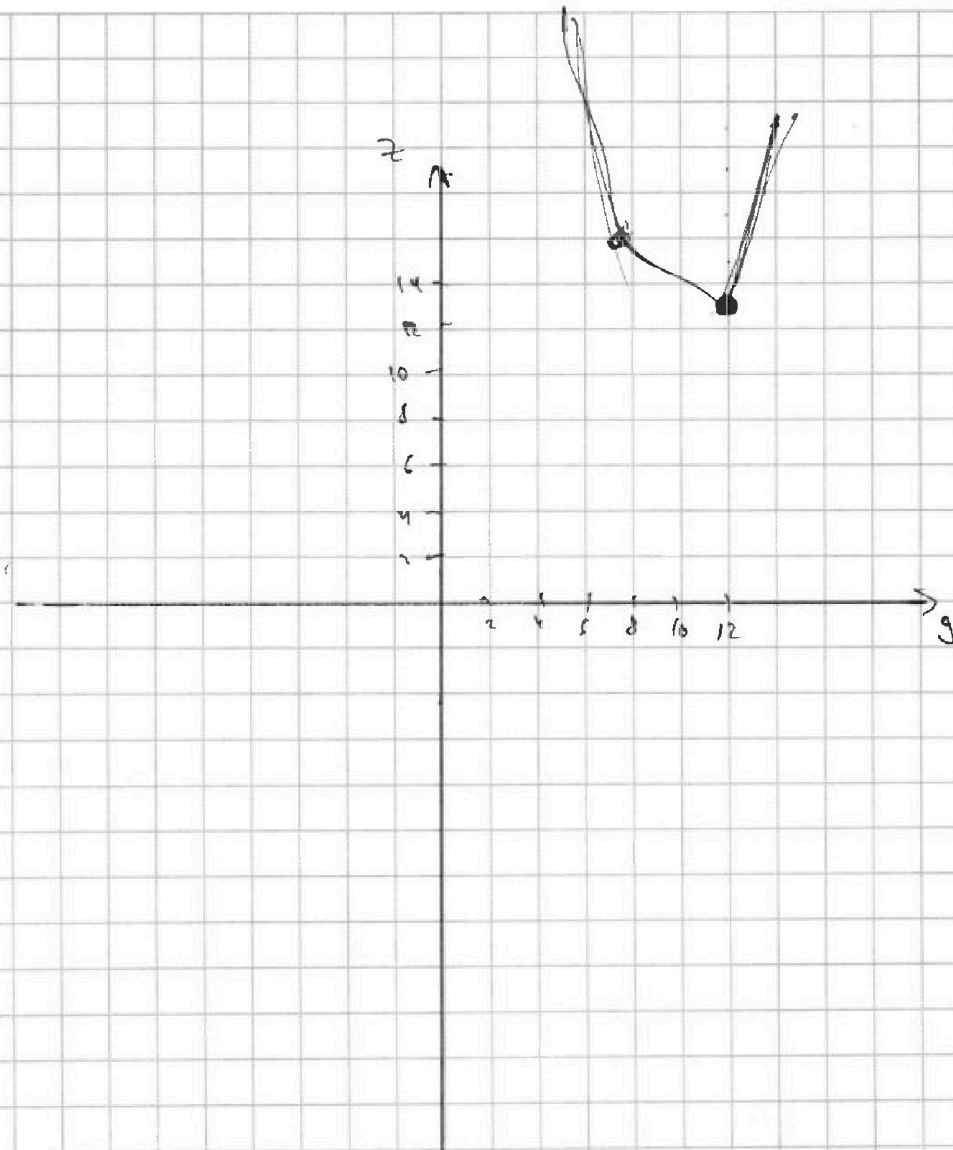


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2$ , т.к.  $a > b$  то  $a-c \neq b-c$  и  $a-c > b-c$   $\Rightarrow$   $\frac{1}{6} \rightarrow a-c$  и  $b-c$  - одно из факторов

$\Rightarrow$  т.к.  $p^2$  имеет делители только  $\pm 1, \pm p, \pm p^2$  то  $a-c = p^2, a-b-c = 1 \Rightarrow c = b-1$ ; Другая

т.к.  $a-b \not\equiv 3 \Rightarrow a-b \equiv 1$  или  $2$ , но т.к.  $p^2 = (a-c) \cdot 1$

$= a-c = a-b+1$ , то  $p^2 \equiv 2$  или  $0$ , но квадратов не могут быть сравнимых с  $2 \Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow p : 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow p = 3$  т.к.  $p$  - простое  $\Rightarrow p^2 = 9 \Rightarrow a-b = 8 \Rightarrow b = a-8 \Rightarrow$

$\Rightarrow a + b^2 = a + (a-8)^2 = a^2 - 15a + 64 = 560 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 31$  или  $a = -16 \Rightarrow$

a	b	c
31	23	22
-16	-24	-23

Другая  $a-c = -1 \Rightarrow c = a+1$   
 $b-c = -p^2$

$p^2 = -(b-c) = -b+c = a-b+1 \Rightarrow a-b = 8 \Rightarrow b = a-8 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 31$  или  $a = -16 \Rightarrow$

a	b	c
31	23	32
-16	-24	-15

Ответ:  $(31, 23, 22), (-16, -24, -23), (31, 23, 32), (-16, -24, -15)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+1|+3|y-12| \quad (1) \quad \text{№2}$$

I  $y \in (-\infty; -1] \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -4y + 35 - \text{убав.} \Rightarrow \min \text{ знач. при } y = -1 = 39$

II  $y \in [-1; 12] \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -2y + 37 - \text{убав.} \Rightarrow \min \text{ знач. при } y = 12 = 13$

III  $y \in [12; +\infty) \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 4y - 35 - \text{возр.} \Rightarrow \min \text{ знач. при } y = 12 = 13$

$\Downarrow$

$\min \text{ знач. (1)} = 13$ , замечаем что  $\sqrt{169 - z^2} \geq 13 \Rightarrow$  (2)

$\Rightarrow (1) = (2)$  только при  $y = 12$  и  $z = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{9+x-x^2+z^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+12}$$

$$= 2\sqrt{(x+3)(4-x)} \Rightarrow \text{поз } x+3 = a \Rightarrow 4-x = -a+7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a - (-a+7) + 5 = 2a(-a+7)$$

$$2a - 7 + 5 = 2a(-a+7)$$

$$x-1 = -a^2 + 7a \Rightarrow a^2 - 6a - 1 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = 3 \pm \sqrt{10} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \pm \sqrt{10}$ , но т.к.  $x+3$  и  $4-x$  — положительные бо-

ржения то  $-3 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = -\sqrt{10}$  — не подходит, т.к.

$-\sqrt{10} < -3 \Rightarrow \text{Ответ: } x = \sqrt{10}; y = 12; z = 0.$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

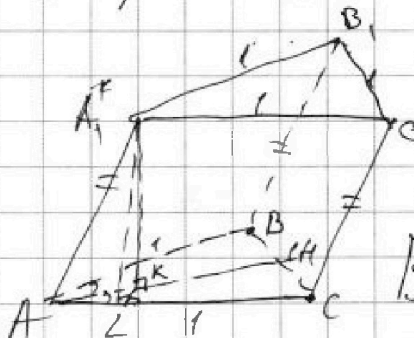
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

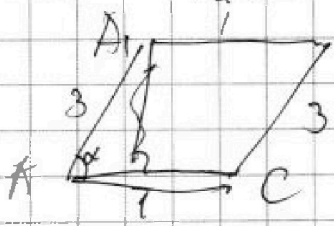
№7

Рассмотрим боковые стороны пирамиды, которые равны, они имеют вид  $n/2$ , т.к. у нее 2 стороны пирамиды (по окружностям) и равны 1 (по углу). Тогда эти 2  $n/2$  имеют общее боковое ребро, тогда т.к. все пирамиды равны и  $BOO A_1$  - ~~одна~~ боковая и  $AB=AC$



то и  $\angle A_1AC = \angle A_1AB \Rightarrow$  высота опущенная из  $A_1$  на плоскость  $AB_1C_1$  попадет на биссектрису угла  $B_1A_1C_1 \Rightarrow B_1$  и  $C_1$  равноудалены от  $A_1H \Rightarrow B_1C_1 \perp B_1A_1C_1 \Rightarrow$  т.к.

площади  $A_1B_1C_1 = S_{A_1B_1C_1} = S_{A_1B_1B_2} = 4$  то площадь  $S_{B_1C_1B} = 3 \Rightarrow$  ~~т.к.~~  $BB_1 = 3 \Rightarrow$  н/р  $A_1B_1C_1$  имеет вид.



$\Rightarrow$  т.к.  $S_{A_1B_1C_1} = 4$  то  $A_1H \cdot A_1C_1 \cdot \sin \alpha = 4 \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot \sin \alpha = 4 \Rightarrow \sin \alpha > 1 \Rightarrow$  такого

н/р не может существовать  $\Rightarrow$  ~~задача~~  
 $\Rightarrow$  такой пирамиды не может существовать  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  задача некорректна.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если же предположить, что в задаче были бы стороны не 4, 4, 3, а 4, 3, 3 то. Тогда  $CL_1 = BL_1 = AL_1 = 4$  (из  $\triangle CL_1B_1$ ) тогда  $\sin \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow$  тогда  $AL = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3 \Rightarrow AL = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7} \Rightarrow$  т.к.  $\angle LAK = 30^\circ$  то  $AK = AL : \cos 30 = \frac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$  т.к.  $AA_1K$  -  $\triangle$  то  $AK = \sqrt{4^2 - \frac{20}{3}} = \sqrt{\frac{20}{3}} = 2\sqrt{\frac{5}{3}}$ , а  $AK$  - это и есть искомая высота ~~на~~ ~~прямой~~.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. At the top, there are conditions:  $x \geq -3$  and  $z \leq 7$ . Below these, a boxed equation is written:  $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$ . To the left of this box, there are several algebraic manipulations:  $(x+3)(4-x-z)$ ,  $4x - x^2 - xz + 12 - 3x - 2z$ , and  $-x^2 + x - (x+3)z + 12$ . Below the boxed equation, there are several geometric diagrams, including a 3D rectangular prism with dimensions 3, 3, and 1, and a 2D rectangle with dimensions 3 and 1. A coordinate system is also shown with axes x and z. The work includes various other equations and calculations, such as  $a = x + z$ ,  $\sqrt{a-z+3} - \sqrt{4-a} + 5 = 2\sqrt{y+a-(a-z)^2}$ , and  $\sqrt{169 - (y-x)^2}$ . At the bottom, there are more complex expressions like  $(y+1)^2 + 9(y-12)^2 + 9(y+1)(y-12) = 169 - z^2$  and  $4a^2 + 6a^2 + 3a - 3 - p = 0$ . The page is filled with scribbles and corrections.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \alpha = \frac{3}{4}$

$16 - 9 = 7$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\sqrt{16 - \frac{9 \cdot 8}{3}}$

$\frac{16}{3}$

$\frac{4 \cdot 8}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{5}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1     2     3     4     5     6     7

СТРАНИЦА \_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solution on grid paper for a system of equations. The main system is:

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

The solution proceeds through several steps:

- Eliminating  $c$  from the system leads to  $a+b = 2p^2$ .
- Substituting  $b = 2p^2 - a$  into the third equation  $ax^2 + 2bx + c = 0$  results in a quadratic equation in  $x$ :  $4x^2 + 6x - 1 = 0$ .
- The discriminant of this quadratic is calculated as  $D = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 36 + 4 = 40$ .
- The solutions for  $x$  are  $x = \frac{-6 \pm \sqrt{40}}{2} = -3 \pm \sqrt{10}$ .
- Further analysis shows that  $x = -3$  is a root of the original cubic equation, which is then factored as  $(x+3)(4x^2 + 6x - 1) = 0$ .
- Additional algebraic manipulations involve solving for  $a$  and  $b$  using the quadratic equation  $a^2 - 6a - 1 = 0$ .
- The final result indicates that the solution set is  $x = -3$ .

Other handwritten notes include:

- $a+b = 2p^2$
- $a - b + 5 = 2a(-a+p)$
- $8a - 2 = 2a(-a+p)$
- $4x^3 + 6x^2 + 3x - p - 3 = 0$
- $4x^2 + 6x - 1 = 0$
- $4x^2 - 35 = \sqrt{189} / 2^2$
- $66y^2 - 220y + 35 = 169 - 2^2$
- $6 + 2\sqrt{10} = 2$
- $3 \pm \sqrt{10} = x + 3 \Rightarrow x = \dots$
- $a - b - 2ab + 5 = 0$
- $(1 - 2a)a + b + 5 = 0$
- $2 = x$
- $5 = x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

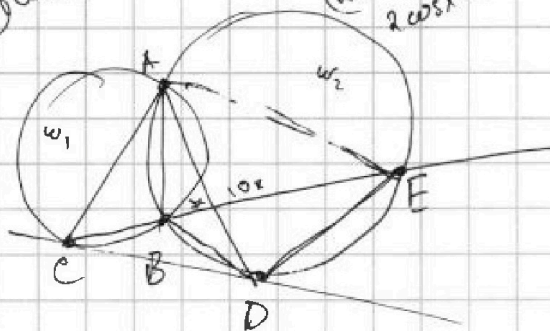
$$\cos 3x = \cos(2x+x) =$$

$$\frac{2\cos^2 x - 1}{2} \cos x - \frac{\sin 2x \sin x}{2 \sin x \cos x} =$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$0 = 4 \frac{3\sqrt{3}}{8} - 3 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$-4 \leq p \leq 10$$

$$p = 10 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$p = -3 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$p = -4 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4a^3 + 6a^2 + 3a - 3 - p = 0$$

$$x \begin{array}{c|c|c} 4 & 6 & 3 \\ \hline 4 & 4+6 & \end{array} \begin{pmatrix} -p-3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4 \left( \frac{p^2 - 6p + 9}{4} + \frac{6p - 12}{2} + 3 \right)$$

$$a(4a^2 + 6a + 3)$$

$$p^2 - 6p + 9$$

$$a \in p - 2$$

$$4x^2 + 6x + 3$$

$$4x^3 + 6x^2 + 3x - p - 3 = 0$$

$$4p^2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$(2a + 1)^2 =$$

$$24a + 12$$

$$2a + 1$$

$$-\frac{1}{8} \cdot 4 \quad -4 \geq p$$

$$\frac{1}{x^2} \cdot 3$$

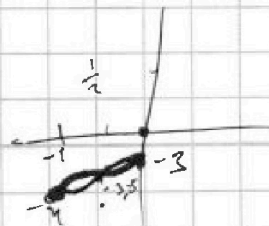
$$-4 + 6 - 3 = -1$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{4}$$

$$p = 4a^3 + 6a^2 + 3a - 3$$

$$12a^2 + 12a + 3 = 0$$

$$4a^2 + 4a + 1 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

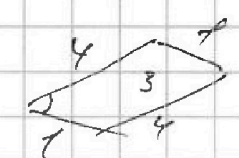
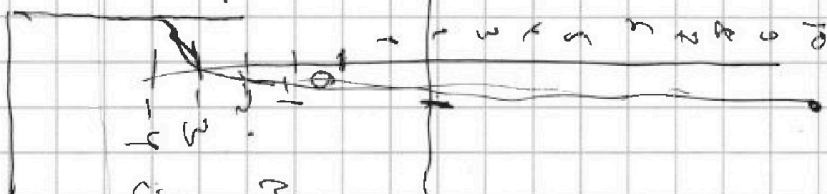
$$3+4+5+4+4=20$$

$$(3+4+5+5+4+4+6) \quad 31 - 16 = 15$$

$$\sqrt{x+3^2} - \sqrt{4-x-2^2} + 5 = 2 \quad y+x-x^2+z^2$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{(12-z)(13+z)}$$

$$-4+6-3-5$$



$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$a-c = b-c, \text{ т.к. } \alpha > \beta$$

$$4 \cdot \sin \alpha = 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 560 \\ -264 \\ \hline 496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 496 \\ +4 \\ \hline 1984 \\ -225 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 47 \\ 147 \\ \hline 500 \\ 329 \\ \hline 829 \end{array}$$

$$48-35=13$$

$$a-c = p^2 \quad b=c+1$$

$$a-b/3 \Rightarrow a-b = \frac{2}{3}$$

$$y+1-3y+36 \quad a+b^2=560$$

$$a-(b-1) = a-b+1 = p^2$$

$$p^2 = 9 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow p^2 = 9$$

$$a = (a-b)^2 = 560$$

$$a^2 - 15a + 64 = 560$$

$$a^2 - 15a + 496 = 0$$

$$D = 47^2$$

$$a_{1,2} = \frac{15 \pm 47}{2}$$

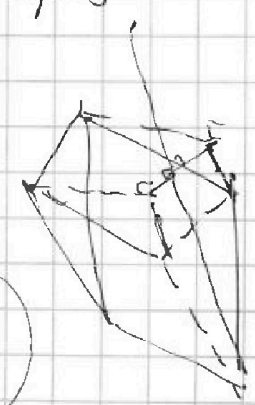
$$a-b+1=9$$

$$a-b=8$$

$$b=a-8$$

$$\frac{31}{-16}$$

a	b	c
31	23	22
-16	-24	-23





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k^{11} = x+1 \Rightarrow k^2 = \sqrt{x+1}$$

$$k^4 = -x-1 \Rightarrow k^2 = \sqrt{-x-1}$$

$$0: (2x+x) =$$

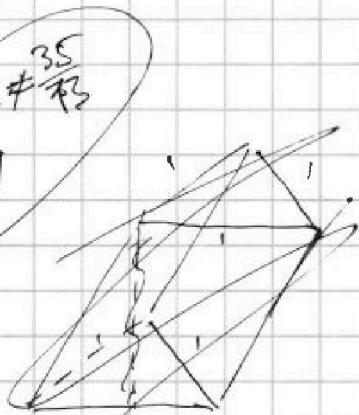
$$2\cos^2 x - 1$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\frac{\sqrt{13x-35}}{\sqrt{x+1}}$$

$$\frac{\sqrt{13x-35}}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{x+1}$$



$$\frac{a_{15}}{a_7} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{(x+1)^3} = (x+1)^2 = k^8 \Rightarrow k^4 = \pm(x+1)$$

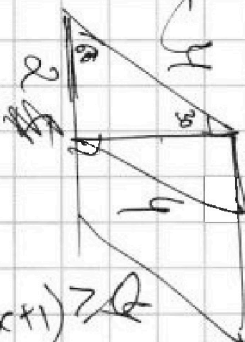
$$a_2 = ka_1, a_7 = k^6 a_1$$

$$a_{13} = k^{12} a_1, a_{15} = k^{14} a_1$$

$$2\sqrt{5}$$

$$16-4$$

$$\sin \alpha = \frac{a_2}{a_1} = k$$



$$\frac{\sqrt{13x-35}}{\sqrt{x+1}} \geq 0$$

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$

$$a_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$529 - 240 = k^2$$

$$a_{15} \cdot a_7 = k^{20} a_1^2 = \sqrt{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^2}} \Rightarrow \frac{23 \pm 17}{2} =$$

$$\Rightarrow \sqrt{k^{20} a_1^2} = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}}$$

$$= \frac{20}{13}$$

$$x^2 - 13x + 160 = 0$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} \cdot (x+1) \cdot (x+1)$$

$$\sqrt{13x-35} = 5-x$$

$$13x-35 = x^2 - 10x + 25$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1     2     3     4     5     6     7    СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I - черт. пр.  
II - черт. пр.  
III - черт. пр.

$f'(x) = 2ae^x + 2a + 3$

$f''(x) = 24a + 12$

$\frac{15-2}{21^3}$

$\frac{21 \cdot \sqrt{21}}{21^3}$

$\frac{21 \cdot \sqrt{21}}{21^3} = \frac{\sqrt{21}}{21^2}$

$\frac{10 \sqrt{x+3} - 10 \sqrt{4-x-2^2} - 21(x+3)(4-x-2^2) - 9(y+x^2+2^2)}{21^3}$

$\frac{100 \cdot 2500}{21^3} = \frac{250000}{9261}$

$k^2 = -\sqrt{-(x+1)} < 0$

$k^2 = -\sqrt{-(x+1)} < 0$

$k^2 = -\sqrt{-(x+1)} < 0$

$X < -1$      $X \geq -1$

$k^4 = -X-1$      $k^4 = X+1$

$1.3 \cdot \sin \alpha = 4$

$8 \cdot 110 = 80$

$250000 \cdot 249999 \cdot 24 \cdot 999$

$250000 - 249999 - 249999 \cdot 249997$

$250000 - 249999 - 124999$

$40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 4$