



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$, тринадцатый член равен $5 - x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11

$$1. \begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ (13x-35)(x+1) \geq 0 \end{cases}$$

m.k. unaware
the consequence

$$\lim \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$$

2. Рассмотрим для какого-то x_0 существует
максимальная промежуток α . Тогда имеем $b_n = b_0 \alpha^{n-1}$, тогда:

$$b_7 = b_1 \alpha^6 = \sqrt{\frac{13x_0 - 35}{(x_0 + 1)^3}} \quad b_{13} = b_1 \alpha^{12} = 5 - x_0 \quad b_{15} = b_1 \alpha^{14} =$$

$$= \sqrt{(13x_0 - 35)(x_0 + 1)} \quad \text{with } \begin{cases} b_1 \neq 0 \\ x_0 \neq \frac{35}{13} \Rightarrow b_6 \neq 0, b_{15} \neq 0 \end{cases} \quad b_7 \neq 0, b_{15} \neq 0$$

$$q^8 = \frac{b_{15}}{b_7} = \frac{\sqrt{(13x_0 - 35)(x_0 + 1)}}{\sqrt{\frac{(13x_0 - 35)}{(x_0 + 1)^3}}} = \sqrt{\frac{(13x_0 - 35)(x_0 + 1)}{\frac{(13x_0 - 35)}{(x_0 + 1)^3}}} = \sqrt{(x_0 + 1)^4} = |(x_0 + 1)|^2$$

$$= (x_0 + 1)^2$$

$$|q|^4 = \sqrt{q^8} = \sqrt{(x_0+1)^2} = |x_0+1|$$

$$q^2 = \sqrt{q^4} = \sqrt{|y_0 + 1|}$$

$$\text{解} \quad |x_0 + 1| \cdot \sqrt{|x_0 + 1|} = q^4 q^2 = q^6 = \frac{b_{13}}{b_7} = \frac{5 - x_0}{\sqrt{\frac{13x_0 - 35}{(x_0 + 1)^3}}}$$

$$|x_0+1| \sqrt{|x_0+1|} = \frac{5-x_0}{\sqrt{\frac{13x_0-35}{(x_0+1)^3}}} \quad | \cdot \sqrt{\frac{13x_0-35}{(x_0+1)^3}} \neq 0$$

$$(x_0 + 1) \cdot \sqrt{x_0 + 1} \cdot \frac{13x_0 - 35}{(x_0 + 1)^3} = 5 - x_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{(y_0+1)^3(13x_0-35)}{(y_0+1)^3}} = 5-x_0$$

$$y_0+1 > 0 \Rightarrow y_0 > -1 \Rightarrow |y_0+1| = y_0+1 \\ \Leftrightarrow x_0 \in \left[\frac{35}{13}; +\infty \right)$$

$$\sqrt{\frac{(y_0+1)^3(13x_0-35)}{(y_0+1)^3}} = 5-x_0$$

$\sqrt{13x_0-35} = 5-x_0$ в левой части возрастающая функция, в правой убывающая, значит уравнение имеет не более 1 корня. $x_0=3$ корень, значит он единственен.

$$y_0+1 < 0 \quad x_0 < -1 \Rightarrow |y_0+1| = -y_0-1 \\ \Rightarrow x_0 \in (-\infty; -1)$$

$$\sqrt{\frac{-(y_0+1)^3(13x_0-35)}{(y_0+1)^3}} = 5-y_0$$

$$\sqrt{35-13x_0} = 5-x_0 \text{ при } x_0 \in (-\infty; -1], \text{ но } 5-x_0 > 0,$$

$$\text{значит } (*) \Leftrightarrow 35-13x_0 = (5-x_0)^2$$

$$35-13x_0 = 25-10x_0+x_0^2$$

$$x_0^2+3x_0-10=0$$

2) др

$$(x_0+5)(x_0-2)=0$$

$$\begin{cases} x_0 = -5 \in (-\infty; -1) \\ x_0 = 2 \notin (-\infty; -1) \end{cases} \Rightarrow x_0 = -5$$

$$2) x_0 = \frac{35}{13} \quad b_7 = b_{15} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow [b_1 = 0 \Rightarrow b_{13} = 0 = 5-x_0 = \\ q = 0 = 5 - \frac{35}{13} \neq 0]$$

Противоположно $\Rightarrow x_0 \neq \frac{35}{13}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит такая геом. прогрессия имеет
издевствование только при $x_0 = 3$ и $x_0 = -5$

Примерка: $y_6 = 3$

$$b_1 = \frac{1}{32} \quad q = \sqrt{2}$$

$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = \frac{1}{32} \cdot (\sqrt{2})^6 = \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{4}{4^2}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \sqrt{\frac{13x_0 - 35}{(x_0 + 1)^3}}$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = \frac{1}{32} \cdot (\sqrt{2})^{12} = 2 = 5 - x_0$$

$$b_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \frac{1}{32} \cdot (\sqrt{2})^{14} = 4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{(13x_0 - 35)(x_0 + 1)}$$

$$y_6 = 3$$

$$b_1 = \frac{5}{432} \quad q = \sqrt{2}$$

$$b_7 = b_1 \cdot \sqrt{2} \cdot q^6 = \frac{5}{432} \cdot (\sqrt{2})^6 = \frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \sqrt{\frac{-100}{-64}} = \sqrt{\frac{13x_0 - 35}{(x_0 + 1)^3}}$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = \frac{5}{32} \cdot (\sqrt{2})^{12} = 10 = 5 - x_0$$

$$b_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \frac{5}{32} \cdot (\sqrt{2})^{14} = 20 = \sqrt{100 \cdot (-4)} = \\ = \sqrt{(13x_0 - 35)(x_0 + 1)}$$

Ответ: ~~160~~ ~~160~~ ~~160~~ $-5 ; 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2-z^2} \quad (2) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \quad (1) \end{array} \right.$$

$$(1) |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \quad z^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{169-z^2} \leq \sqrt{169} = 13$$

$$\begin{aligned} (1) \quad y &\leq -1 : |y+1| + 3|y-12| = -(y+1) - 3(y-12) = \\ &= -y-1 - 3y+36 = -4y+35 \quad \text{m. n. } y \leq -1, \text{ то} \\ &-4y+35 \geq -4+35 = 31 > 13 \end{aligned}$$

$$|y+1| + 3|y-12| \geq 31 > 13, \text{ но } \sqrt{169-z^2} \leq 13 \Rightarrow$$

$\Rightarrow y \leq -1$ корней не получим

$$\begin{aligned} (2) \quad -1 < y < 12 : |y+1| + 3|y-12| = y+1 - 3(y-12) = \\ &= -2y+37, \text{ m. n. } -1 < y < 12, \text{ то} \end{aligned}$$

$$-2y+37 > -2 \cdot 12 + 37 = 13, \text{ а } \sqrt{169-z^2} \leq 13 \Rightarrow$$

$\Rightarrow -1 < y < 12$ не получим

$$3) \quad y = 12 : |y+1| + 3|y-12| = |12+1| + 3|12-12| = 13$$

$$13 = \sqrt{169-z^2} \Rightarrow z = 0$$

$$4) \quad y > 12 : |y+1| + 3|y-12| = (y+1) + 3(y-12) =$$

$$4y-35 \quad \text{m. n. } y > 12, \text{ то}$$

$$4y-35 > 4 \cdot 12 - 35 = 13 \quad \text{а } \sqrt{169-z^2} \leq 13,$$

значит $y > 12$ не получим.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

многа единственное решение (1) : $y=12 z=0$

$$(2) \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$y=12 \quad z=0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(4-x)(x+3)}$$

$$\sqrt{x+3} = a \quad \sqrt{4-x} = b \quad a, b \geq 0$$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \text{ (3)} \\ a^2 + b^2 = 7 \text{ (4)} \end{cases}$$

$$(3) a - b + 5 = 2ab \quad 5 = 2ab - (a - b)$$

$$(4) a^2 + b^2 = 7 = 2 + 2ab - (a - b)$$

$$(a - b)^2 + (a - b) - 2 = 0$$

$$(a - b + 2)(a - b - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ a = b + 1 \end{cases}$$

$$a = b - 2 : \quad (3) \quad a - b + 5 = 2ab$$

$$b - 2 - b + 5 = 2(b - 2)b$$

$$3 = 2b^2 - 2b^2 - 4b$$

$$2b^2 - 4b - 3 = 0 \Rightarrow b = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} > 0$$

$$b = \frac{2 - \sqrt{10}}{2} < 0 \text{ неподходит}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \quad a = b - 2 = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}$$

$$2) a = b + 1$$

$$(3) a - b + 5 = 2ab$$

$$b + 1 - b + 5 = 2(b + 1)b$$

$$b = 2(b^2 + b)$$

$$b^2 + b - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} > 0 \\ b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \text{ ненадежен} \end{cases} \Rightarrow b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

~~$b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$~~

$$a = b + 1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} + 1 = \frac{\sqrt{13} + 1}{2}$$

$$1) a = \frac{\sqrt{10} - 2}{2} \quad b = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$$

$$\sqrt{y+3} = \frac{\sqrt{10} - 2}{2} > 0 \quad \sqrt{4-x} = \frac{2 + \sqrt{10}}{2} > 0$$

$$y+3 = \frac{14 - 2\sqrt{10}}{4} \quad 4-x = \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \quad 14 + 4\sqrt{10}$$

$$y+3 = \frac{7 - 2\sqrt{10}}{2} \quad 4-x = \frac{7 + \sqrt{10}}{2}$$

$$x = \frac{1 - 2\sqrt{10}}{2} \quad y = \frac{1 - 2\sqrt{10}}{2} \leftarrow \text{равны}$$

$$x \neq 1, \quad y = \frac{1 - 2\sqrt{10}}{2}$$

$$2) a = \frac{\sqrt{13} + 1}{2} \quad b = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

$$\sqrt{y+3} = \frac{\sqrt{13} + 1}{2} > 0 \quad \sqrt{4-x} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} > 0$$

$$y+3 = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4}$$

$$y+3 = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$$

$$y = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$4-x = \frac{14 - 2\sqrt{13}}{2}$$

$$4-x = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \leftarrow \text{равны}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \left[\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \right]$$

Ответ: $\left(\frac{1-2\sqrt{10}}{2}; 12; 0 \right); \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; 12; 0 \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p/2$$

$$8 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 6 \cos x - 6 = 2p$$

$$(2 \cos x + 1)^3 - 1 - 6 = 2p$$

$$(2 \cos x + 1)^3 = 2p + 7$$

$$p = \frac{(2 \cos x + 1)^3 - 7}{2} \quad (1)$$

$$t = 2 \cos x + 1, \quad t \in [-1; 3]$$

~~cos x >= 0~~ ^{m.k. cos x <= 0}

$$p = \frac{t^3 - 7}{2} \quad (2)$$

$$\cos x = \frac{t-1}{2}, \quad \text{если } t \in [-1; 3], \quad \text{то } \cos x \leq 0,$$

тогда если (1) имеет утверждение

о том, что (1) имеет хотя бы один

корень относительно x равносильно

тому, что (2) имеет корень относительно

t , где $t \in [-1; 3]$

$$(2) p = \frac{t^3 - 7}{2} \quad \frac{t^3 - 7}{2} \text{ возрастает, так как } t^3$$

m.k. $t \in [-1; 3]$ и $\frac{t^3 - 7}{2}$ возрастает, то

$$\frac{t^3 - 7}{2} \in \left[\frac{(-1)^3 - 7}{2}, \frac{(3)^3 - 7}{2} \right] \quad \frac{t^3 - 7}{2} \in [-4; 10]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

м.к. $\frac{t^3 - 4}{2} \in [-4; 10]$, то решен y (2) будут
если
картина относительно t таково если
 $r \in [-4; 10]$. Значит (1) будем иметь
решения таково при $r \in [-4; 10]$

(*) и м.к. одна $\cos x = \frac{t-1}{2}$ и $t \in [-1; 3]$, то
 $\frac{t-1}{2} \in [-1; 1]$ и тогда $\cos x = \frac{t-1}{2}$ имеет
решения относительно x .

Ответ: $r \in [-4; 10]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

1) Количество раскрасок симметричных относительно центра.

250



Разделим прямоугольник на 2 со стороны 100x250 средней линией симметрии, соединяющей середину сторон противоположных, между собой их верхний и нижний ряд (см. рис.)

Теперь разделим клемки на изображенного прямоугольника на пары симметричные относительно центра, всего пар $\frac{200 \cdot 250}{2} = 100 \cdot 250$.

Ясно, что если одна клемка из пары в верхнем прямоугольнике, то другая в нижнем и наоборот, значит все клемки верхнего прямоугольника в разных парах. ~~всего 100 пар~~ Всего 100 пар в верхнем прямоугольнике 100·250

Т.к. есть с каждой клемкой в закраску и в центральном симметрическом, то если одна клемка из пары закрашена, то и другая, поэтому количество центральных симметричных раскрасок равно числу способов выбора 4 пары

Все клемки верхнего прямоугольника в разных парах и каждая пара содержит клемку верхнего прямоугольника, то

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

выбирал клемку верхнего присоединения или выбирал пару, значит количество способов выбрать четверть пары равно количеству присоединений и верхних клемок верхнего присоединения, а способы выбрать четверть клемки верхнего присоединения: $C_4^4 = 1$

Количество цветных страниц симметричных раскрасок: $C_4^4 = 1$

2) Количество раскрасок симметричных относительно средней линии соединяющей средины сторон цветной 200.



Разобьем пару присоединений на 2 средней линии, подавши их верхней и нижней.

Разобьем клемки на пару симметричные относительно этой средней линии.

Я чую, что если одна клемка из пары в раскраске, то и вторая тоже.

если одна клемка лежит в верхней присоединении, то ее пара в нижней и наоборот; все клемки верхнего присоединения в нижних парах.

Т.к. в раскраске обе клемки пары, то количество раскрасок, равно количеству способов выбрать пару, т.к. каждая пара содержит клемку верхнего присоединения, и все клемки верхнего присоединения в разных парах, то количество способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

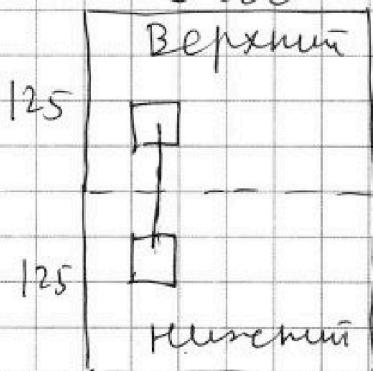
СТРАНИЦА
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

квадрато, пару равно количеству способов
квадрато клемки верхнего приподнятое клемки
способов квадрато 4 клемки: $C_4^{100 \cdot 250}$

Количество раскрасок симметрическими
относительно средней линии соединяющей
середину сторон одинаково 200:
 $C_4^{100 \cdot 150}$

3) Количество раскрасок симметрическими
относительно средней линии соединяющей
середину сторон одинаково 250.
 C_{200}^{200}



Акако Разобьем пам право
уголок средней линии
на 2, получим их верхний
и нижний.

Аналогично предыдущему
пункту можем убедиться,
что количество раскрасок
равно количеству способов
квадрато 4 клемки верхнего приподнятое
клемки. Количество способов квадрато
клемки: $C_4^{200 \cdot 125}$

Количество раскрасок симметрическими
относительно средней линии соединяющей
середину сторон одинаково 250: $C_{200}^{200 \cdot 125}$

4) Количество раскрасок с несимметрическими
симметриями.

Если раскраска имеет две симметрии,
то она имеет и третью, т.к. клемки
из двух симметрий являются третьей симметрией



На одной странице можно оформлять только **одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

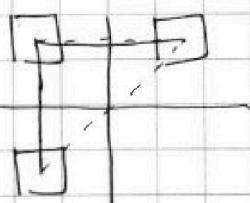
СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

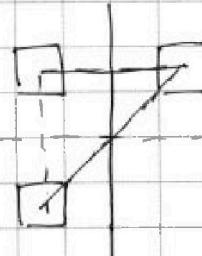
(см. рис.1), значит нахожу такую раскраску

Что насчитали 3 раза в
каждой из симметрий

Количество раскрасок:

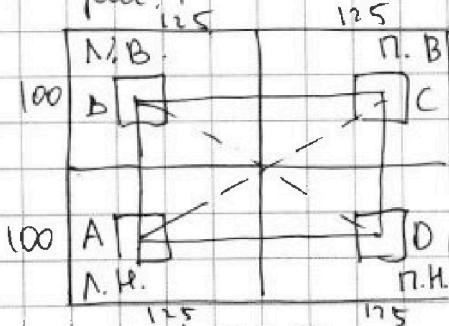


Разобьем прямоугольник
предмета на 4 квадрата
и соотношения 100×125 ,
находим их левый верхний,
правый верхний, левый нижний
правый нижний (см. рис.2)



Составим в клетке 6 ч
4 клетки поглощенные из нее
одной из 3 симметрий,
если если клетка A в четырех
клетках B, то клетка B в четырех
не клетки A. Такие
образы будут, тогда нечетные
не пересекаются, значит
что разбили клетки

нашего прямоугольника
на четверти такие,



Пусть для клетки A
три клетки 6 четверти
B, C, D; тогда ясно, что
6 четверти CB будут:

рис.2 A, C, D; 6 четверти C: A, B, D; 6 четверти D: A, B

Тогда у нас тогда что разбили клетки
нашего прямоугольника на четверти
непересекающиеся, такие, что 3 четверти
из четвертей симметрии четвертой
разномножено одной из 3 симметрий.

Ясно, что если клетка из 6 пасьянса



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

то вся четверка в раскраске, тогда количество раскрасок равно количеству способов выбрать 2 четверки, т.е. C_{100}^2 . Ясно, что в каждой четверке есть клетка из левого верхнего квадранта и все клетки левого верхнего квадранта присоединяются в разные четверки. Тогда количество способов выбрать 2 четверки равно количеству способов выбрать две клетки верхнего левого квадранта. Способов выбрать клетки: $C_{125 \cdot 100}^2$

такая раскраска с некоторыми симметриями: $C_{125 \cdot 100}^2$ и все 6x6 полосами 3 роя, тогда в эту раскраску с симметрией:

$$C_{100 \cdot 250}^4 + C_{100 \cdot 250}^4 + C_{125 \cdot 200}^4 - 2 \cdot C_{125 \cdot 100}^2 =$$

$$= 3 C_{\frac{200 \cdot 250}{2}}^4 - 2 C_{\frac{200 \cdot 250}{4}}^2$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{\frac{200 \cdot 250}{2}}^4 - 2 C_{\frac{200 \cdot 250}{4}}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$(a-c)(b-c) = p^2 > 0$; где p -простое число
тогда $a-c$ и $b-c$ ^{и не равны} одного знака,
учитывая, что $a > b$, имеем

$$\begin{cases} c > a > b \\ a > b > c \end{cases}$$

$$1) a > b > c \Rightarrow a-c > 0 \quad b-c > 0 \quad \text{так.}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

Умнож. p -простое и $a-c > 0 \quad b-c > 0$

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = p+c \\ b = p+c \end{cases} \quad \text{или } b > a \text{ не подходит}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c+p^2 \\ b = c+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c+1 \\ b = c+p^2 \end{cases} \quad \text{м.к. } p \geq 2, \text{ но } b > a \text{ не подходит}$$

$$\text{значим: } a = p^2 + c \quad b = 1$$

$$a-b = p^2 - 1$$

Решим $p \equiv 1 \pmod{3}$ или $p \equiv 2 \pmod{3}$, тогда $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 : 3 \Rightarrow a-b : 3 \text{ не подходит}$$

значим $p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p : 3$, но м.к. p -простое

$$n : 3, \text{ но } p = 3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 9 + c \quad b = 1 + c$$

$$a + b^2 = 560$$

$$9 + c + (1 + c)^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$(c + 25)(c - 22) = 0$$

$$\begin{cases} c = -25 \\ c = 22 \end{cases} \quad \begin{cases} c = -25 : \\ c = 22 : \end{cases} \quad \begin{cases} a = -16 \\ a = 31 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -24 \\ b = 23 \end{cases}$$

$$2) c > a > b \quad c - a > 0 \quad c - b > 0$$

$$(a - c)(b - c) = (c - a)(c - b) = p^2$$

|| № 4 m.v.p простое и $c - a > 0$
 $c - b > 0$

$$\begin{cases} c - a = p \\ c - b = p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c - p \\ b = c - p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^2 \end{cases}$$

\Rightarrow $a < b$ не подходит

$$\begin{cases} c - a = p^2 \\ c - b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a < b \text{ не подходит} \\ b < a \text{ не подходит} \end{cases}$$

$a - b = p^2 - 1$ аналогично пункту 61) доказуем

$$\text{тако} \quad p = 3. \quad a = c - 1 \quad b = c - 2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$c - 1 + (c - 2)^2 = 560$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c - 1 + c^2 - 16c + 61 = 560$$

$$c^2 - 15c - 480 = 0$$

$$(c - 32)(c + 15) = 0$$

$$\begin{cases} c = 32 \\ c = -15 \end{cases} \quad \text{a)} \quad c = 32 : \alpha = 31 \quad b = 23$$

$$\begin{cases} c = 32 \\ c = -15 \end{cases} \quad \text{б)} \quad c = -15 : \beta = -16 \quad b = -24$$

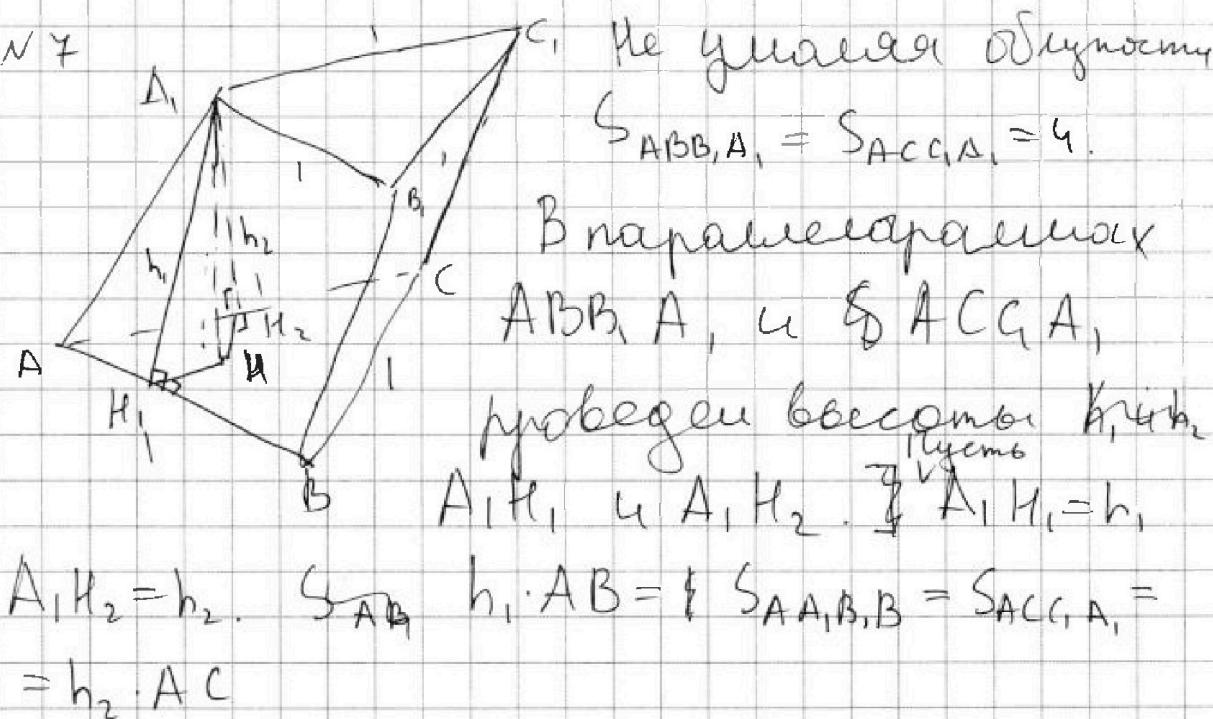
Ответы: (-16; -24; -25) (31; 23; 22)
(31; 23; 32) (-16; -24; -15)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = AB = 1 \Rightarrow h_1 = h_2$$

Пусть H - проекция A_1 в плоскость ABC . По теореме о трех перпендикулярах $HH_1 \perp AB$ и $HH_2 \perp AC$.

A_1H -сторона
 $A_1H_1 = h_1 = h_2 = A_1H_2$ $\Rightarrow \triangle A_1H_1H = \triangle A_1H_2H$ по гипotenuse и катету \Rightarrow
 $\angle A_1H_1H = \angle A_1H_2H$
 $\Rightarrow HH_1 = HH_2$ HH_1 и HH_2 расстояния

от H к AB и AC соответственно \Rightarrow

$\Rightarrow H$ лежит на биссектрисе угла BAC .

т.к. ABC -ртс с, то биссектрисы и
 высота $\Rightarrow AH \perp BC$. по теореме о 3
 перпендикулярах $AA_1 \perp BC$, т.к. $AA_1 \perp BB_1$, т.к.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$B_1B, B_1BC \Rightarrow BB_1C, C - \text{треугольник}$.

$$S_{BB_1C} = BB_1 \cdot BC = 3$$

$$BB_1 = 3$$

Задача № 2

Кон



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b q^{n-1} = x_n$$

$$x_7 = b q^6$$

$$x_{15} = b q^{14}$$

$$x_{15} = b q^{14}$$

$$\frac{x_{15}}{x_7} = \sqrt{\frac{(13x-35)(x+1)^3}{(x+1)^3}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = \sqrt{(x+1)^4} = \sqrt{(x+1)^2}$$

$$q^8 \cancel{x^8}$$

$$q^8 = (x+1)^2$$

$$\frac{y_{13}}{x_7} = q^6$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = \sqrt{|(x+1)|^3}$$

$$q^4 = |x+1|$$

$$q^2 = \sqrt{|x+1|}$$

$$x_0 = 3$$

$$\sqrt{\frac{4}{4^3}} = 2$$

$$13x_0 - 35 = 5 + 25 - 10x_0 + x_0^2$$

$$\frac{1}{4} \quad 2 \quad 4$$

$$x_0^2 - 23x_0 + 60 = 0$$

$$x_0 = 4 = \sqrt{2}$$

$$(x_0 - 20)(x_0 - 3)$$

$$-65 - 35 = -100$$

$$-5+1 = -4$$

$$\frac{1}{32}$$

$$\sqrt{\frac{-100}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{100}{4^3}} = \frac{10}{2^3} = \frac{10}{8} = 5 - x_0 = 10$$

$$\sqrt{-100}(-4) = 20 \quad 5_2$$

$$b_{15} = 20 = b_1 \cdot (\sqrt{2})^{14} =$$

$$\frac{2}{015+2} = b_1 \cdot 2^2 = 128$$

$$81 = b \cdot 8 + 1 = 0$$

$$015+2$$

$$\frac{20}{128} = \frac{5}{432}$$

$$(9-10)-9 = t = -9 + 10$$

$$01$$

$$802 = 5 + 9 - 10 = -5 + 9 = 4 \neq$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x+z-x^2} \\ |y+1| + 3|y-12| < \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 3 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+x+z-x^2} + \sqrt{4-x-z}$$

$$x+3+25+10\sqrt{x+3}=4y+4x+4z-4x^2+4-y-\frac{z^2}{4}+$$

$$(x^2+3)(x-4) = (x+3) + 4\sqrt{y+x+z-x^2} \cdot \sqrt{4-y-z}$$

$$y^2+2y+1+3y^2-72y+3 \cdot 144 + 6|y+1||y-12|=169-z^2$$

$$4y^2-70y+433$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 35 \\ \times 35 \\ \hline 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 433 \\ - 169 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 333 \\ - 69 \\ \hline 273 \\ \quad 9 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 273 \\ \times 9 \\ \hline 245 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times 225 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$4y^2-70y+264+6|y+1||y-12|=-z^2 \quad \frac{-16}{1056}$$

$$2y^2-35y+132+3|y+1||y-12|=(-\frac{z^2}{3})$$

$$D=35^2-6 \cdot 132=1225-1056=225-56=175=$$

$$=169 \quad \frac{35 \pm 13}{4} = \boxed{\frac{12}{\frac{11}{3}}} \quad y=12 \quad z=0$$

$$x=0 \quad y=12$$

$$(y-12)(2y-11)-3(y+1)(y-12)$$

$$(y-12)(-y-4)=-(y-12)(y+4)$$

$$y \leq -1 \quad -y-1-3y+36=-4y+35$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a > b \geq c$$

$$c > a > b$$

$$\text{II } a > b > c$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 47 \\ \hline 329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 168 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$b-c = 1 \quad b = (+1)$$

$$a-c = p^2$$

$$a = p^2 + c$$

$$a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \neq 3$$

$$\begin{array}{r} 17+47 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$a = 9+c$$

$$p \equiv 1 \equiv 2$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 32 - 15 \end{array} \begin{array}{r} 17-47 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$a+b = 560$$

$$p=3$$

$$269+4\cdot480$$

$$1660+$$

$$a(b+18c+c^2) + 1 + 2c + c^2 + 9 + c = 560 + 320$$

$$(a-c)(b-c) \quad c > a > b$$

$$(c-a)(c-b)$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline \end{array}$$

$$2109$$

$$c-a=1$$

$$c = a+1, \quad a = c-1$$

$$c-b = p^2 \quad b = c-p^2$$

$$c = p^2 + b$$

$$a-b = p^2 - 1$$

$$p=3$$

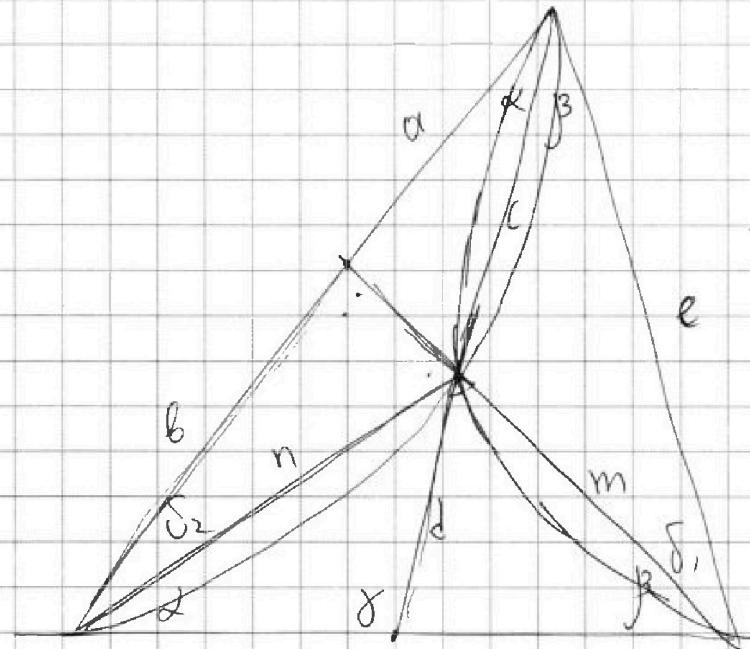


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\gamma + \beta$$

$$\frac{a}{\sin(\gamma + \beta)} =$$

$$24 \rightarrow 2 \quad 16 \\ 20 \quad 30$$

$$D = 14^2 - 4 \cdot 480$$

$$\frac{\sin \beta}{d} = \frac{\sin \gamma}{m}$$

$$\frac{m}{\sin \alpha} = \frac{n}{\sin \beta}$$

$$c = \frac{m \sin(\beta + \gamma - \alpha)}{\sin \beta} \quad d = \frac{m \sin \beta}{\sin \alpha} \quad (c + d) = \frac{x \sin(\beta + \delta)}{\sin \beta}$$

$$((c+d) = \frac{y m \sin(\beta - \gamma + \alpha)}{\sin \beta \sin(\beta + \delta)}$$

$$(c+d)d = \frac{m x \sin(\beta + \delta)}{\sin \gamma}$$

$$\delta = 2\beta + x - \alpha$$

$$a+b = \frac{x \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$\delta = \gamma - 2\beta$$

$$\delta_1 = 180 - \gamma = 2\alpha + \delta_2$$

$$\delta_2 = 180 - \gamma - 2\alpha$$

$$180 - (180 - \gamma - 2\alpha + \alpha + \beta) = \\ = \gamma + \delta - \beta$$

$$\begin{aligned} \frac{b}{\sin(\alpha + \beta)} &= \frac{h}{\sin(\gamma + \delta - \beta)} \\ b &\propto \end{aligned}$$

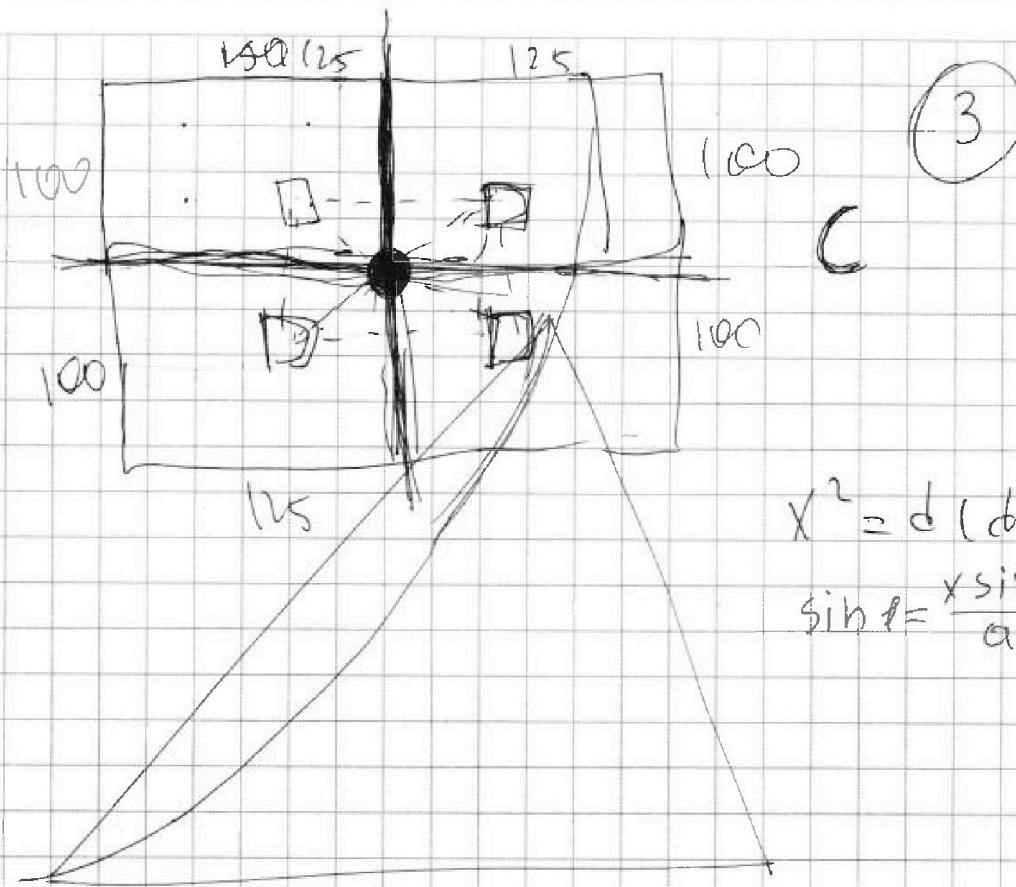


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

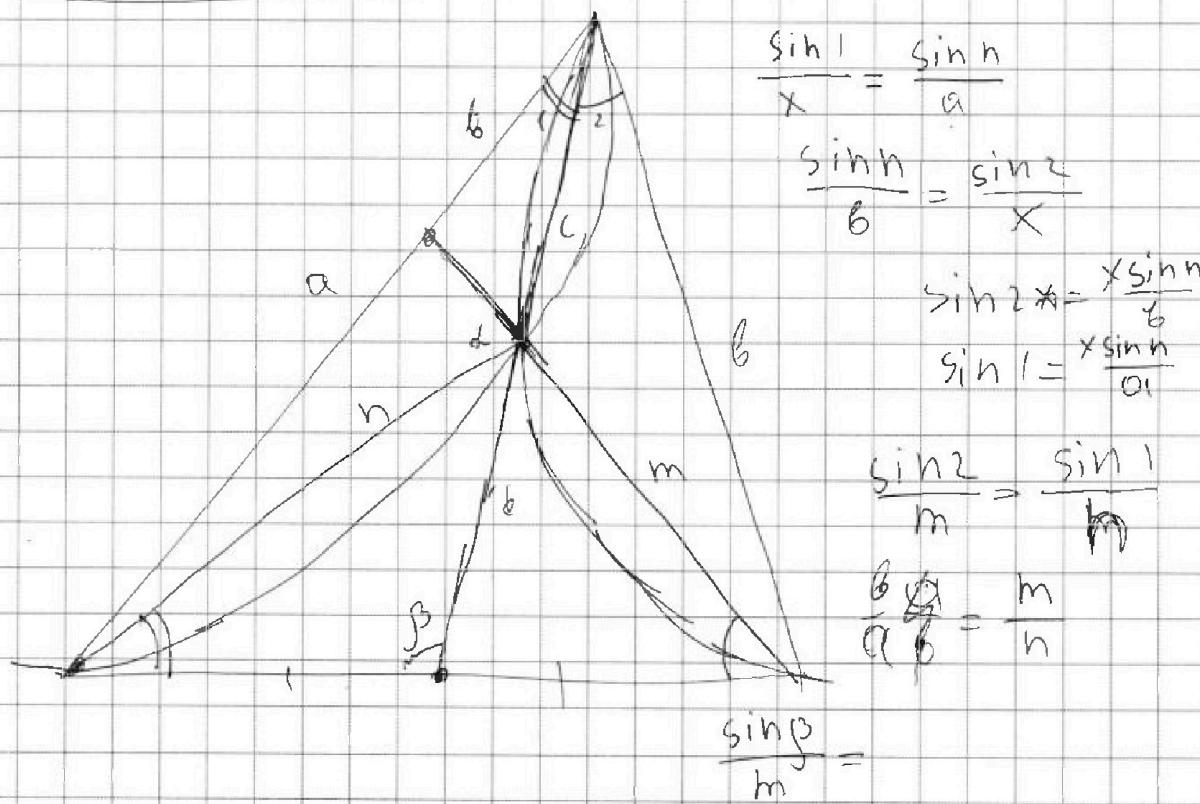
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 = d(d+c)$$

$$\sin \alpha = \frac{x \sin \beta}{a}$$



$$\frac{\sin \alpha}{x} = \frac{\sin \gamma}{a}$$

$$\frac{\sin \gamma}{b} = \frac{\sin \epsilon}{x}$$

$$\sin \epsilon = \frac{x \sin \gamma}{b}$$

$$\sin \alpha = \frac{x \sin \gamma}{a}$$

$$\frac{\sin \gamma}{m} = \frac{\sin \alpha}{h}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{m}{h}$$

$$\frac{\sin \beta}{m} =$$

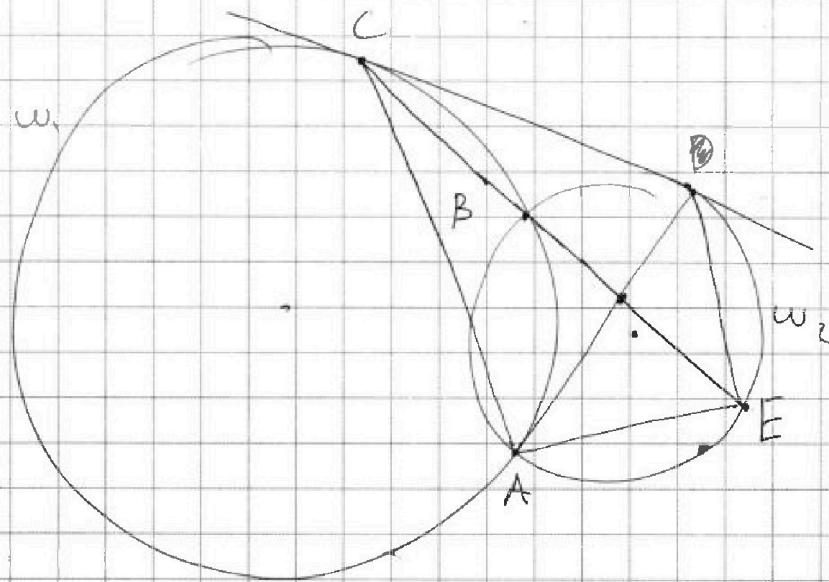


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

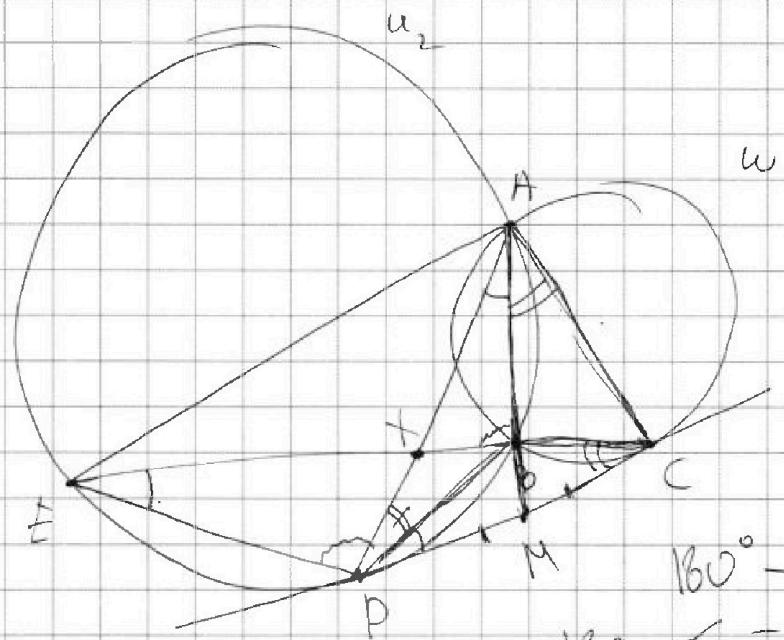
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AM^2 - MP^2$$

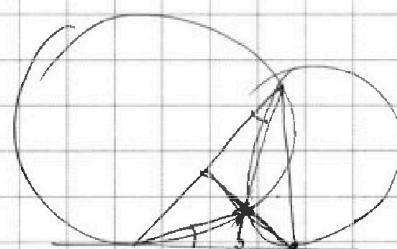


$$\begin{aligned} AB \cdot AM &= MP^2 \\ AX \cdot AD &= \\ &= AX^2 + EY \cdot Y^2 \end{aligned}$$

$$160^\circ - 2\delta - \alpha$$

$$160 - \delta + \alpha$$

$$-\delta - \alpha = \alpha$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 6 \cos(3x) &= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \\ &= (2 \cos^2 x - 1)(\cos x) - 2 \cos x \sin^2 x = \\ &= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = \\ &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x \end{aligned}$$

$$3 \cos^2 x = 3 \Rightarrow 6 \cos^2 x - 3$$

$$6 \cos x$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p+3$$

$$f(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t^2 + 4t + 1) = 3(2t+1)^2$$

$$\begin{aligned} 8 \cos^3 x + 18 \cos^2 x + 8 \cos x &= 2p+6 \\ (2 \cos x + 1)^3 + -1 &= 2p+6 \\ (2 \cos x + 1)^3 &= 2p+7 \\ (2t+1)^3 &= 2p+7 \quad t \in [-1; 1] \quad -\frac{1}{2} \\ -1 & \quad 2 \quad 7 \end{aligned}$$

9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

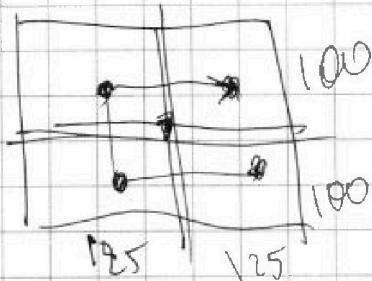
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



41

$$C_4 \cdot$$
$$+ 100 \cdot 250$$

$$C_{100 \cdot 250} \cdot C_{100 \cdot 250 - 2} \cdot C_{100 \cdot 250 - 4}$$

$$\frac{((200 \cdot 250)!)^4 \cdot C_{100 \cdot 250 - 6}}{(200 \cdot 250)(200 \cdot 250 - 2)(200 \cdot 250 - 4)} =$$
$$\cdot (200 \cdot 150 - 6) \cdot \frac{1}{4!}$$

250!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!