



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

v_1 - первый член пр-и, q - ее знаменатель
 $\Rightarrow v_4 = v_1 \cdot q^3$ $v_{10} = v_1 \cdot q^9$ $v_{12} = v_1 \cdot q^{11}$
 если хотя бы одно из них = 0, то и ост. тоже равны 0, т.е. $\begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \\ x = -\frac{6}{15} \end{cases}$ * - решений нет \Rightarrow

$v_1, v_4, v_{10}, v_{12}, q \neq 0$

тогда $\left(\frac{v_{12}}{v_{10}}\right)^3 = (q^2)^3 = q^6 = \frac{v_{10}}{v_4}$

необходимое \rightarrow равно $\left(\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}\right)^3 = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$(15x+6)^2 = (x+4)^4$

$15x+6 = (x+4)^2$

$15x+6 - x^2 - 8x - 16 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$x = 5$

$x = 2$ - не удовл. ОДЗ

- ответ

ОДЗ. отсюда:

$x \neq -4$

$x \neq -\frac{6}{15}$

+ из ур. *

$x \neq 3$

$\frac{15x+6}{(x-3)^2} > 0$

$\frac{-\frac{6}{15}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\textcircled{2} |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

Δ $\textcircled{2}$: прав. часть $\in [0; 15]$, $z \in [-15; 15]$
 Δ левую часть. (шаре реш. кем)

1) $y \leq 20$

$$20-y+70-2y = 90-3y; \quad 0 \leq 90-3y \leq 15$$

$$0 \leq 30-y \leq 5$$

2) $y \geq 35$

$$0 \leq 3y-90 \leq 15$$

$$0 \leq y-30 \leq 5$$

$y \leq 35$, не удов. усл. $y \geq 35 \Rightarrow$ ед. реш. $y=35$

$25 \leq y$, что не удов. усл. $y \leq 20$

3) $20 \leq y \leq 35$

$$0 \leq 50-y \leq 15$$

$$y \geq 35 \Rightarrow y=35$$

Макс. $y=35$ - ед. реш.-е где y . Тогда керем или систему.

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2+z} \\ 15z = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$\Rightarrow z=0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$x \in [-7; 5]$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} &= a, \quad \sqrt{5-x} = b \\ a - b + 6 &= 2ab \Rightarrow 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &> 0 && \text{при } x > -1 \\ &< 0 && \text{при } x \leq -1 \end{aligned}$$

Положа

при $x \leq -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &= -\sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} \\ &= -\sqrt{12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{2\sqrt{(x+7)(5-x)}} = a, \quad a > 0$$

$$-\sqrt{12-a} = a-6$$

$$\sqrt{12-a} = 6-a, \quad a \leq 6$$

$$12-a = 36 + a^2 - 12a$$

$$a^2 - 11a + 24 = 0$$

$$a = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} *$$

$$\cancel{a=8}$$

$$a=3$$

$$(\sqrt{x+7})(\sqrt{5-x}) = \frac{9}{4}$$

$$35 - 2x - x^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$x^2 + 2x - 32\frac{3}{4} = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{32\frac{3}{4}}$$

$$= -1 \pm \frac{\sqrt{135}}{2} = -1 \pm \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left\{-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0\right\} \cup \left\{-1 - 2\sqrt{5}; 35; 0\right\};$$

$$\left\{-1 + \frac{3\sqrt{15}}{2}; 35; 0\right\}; \left\{-1 - \frac{3\sqrt{15}}{2}; 35; 0\right\}$$

при $x \geq -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} &= \sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} \\ &= \sqrt{12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{12-a} = a-6, \quad a \geq 6$$

$$12-a = 36 + a^2 - 12a$$

$$a = 8 \quad \cancel{a=3}$$

$$(\sqrt{x+7})(\sqrt{5-x}) = 16$$

$$35 - 2x - x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+19}}{2} *$$

$$x = -1 \pm 2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\} \cos x = a, \quad a \in [-1; 1]$$

$$\Rightarrow f(a) = 4a^3 - 6a^2 + 3a + 3$$

$$f'(a) = 12a^2 - 12a + 3 = 3(4a^2 - 4a + 1) = 3 \cdot (2a - 1)^2$$

$$\begin{array}{c} f' \\ \hline f \end{array} \begin{array}{c} + \\ + \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{c} a \\ \hline \frac{1}{2} \end{array}$$

$$f'(a) = 0 \text{ только при } a = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow f(a)$ — возрастающая непрерывная

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{6 \cdot \frac{1}{4}}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 3 \frac{1}{2}$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$\Rightarrow f(a)$ принимает значения от -10 до 4

на промежутке $[-1; 1]$, причем каждое ровно 1 раз

\Rightarrow ~~уравнение~~ уравнение имеет решение при $\forall p \in [-10; 4]$, причем при каждом p — единственное решение

$$4a^3 - 6a^2 + 3a + 3 = p$$

$$8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = 2p - 7$$

$$(2a - 1)^3 = 2p - 7$$

$$\Rightarrow 2a - 1 = \sqrt[3]{2p - 7}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p - 7} + 1}{2}, \quad p \in [-10; 4]$$

$$x = \pm \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{2p - 7} + 1}{2} \right) + 2\pi k \quad \text{где } p \in [-10; 4]$$

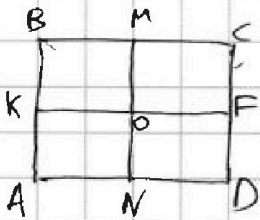


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Выберем 4 клетки \in BCFK; где сим-ии отн. KF (она идет по границе клеток) однозначно канон. составили клетку \cup AKFD

$$\Rightarrow \text{кол-во сп-в} = C_{75 \cdot 200}^4 = C_{15000}^4$$

2) Для сим-ии отн. MN (она тоже идет по границе клеток) выберем 4 клетки \in ABMN, и однозначно составили клетку \cup MCDN

$$\Rightarrow \text{кол-во сп-в} = C_{100 \cdot 150}^4 = C_{15000}^4$$

3) Для сим-ии отн. O - проведем диаг. AC; и 4 клетки

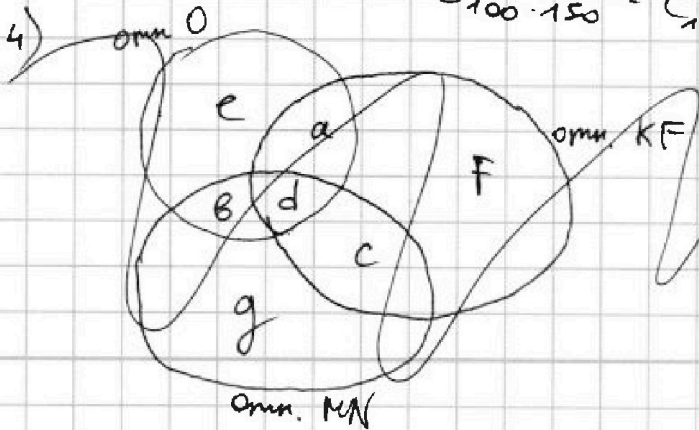
3.1) на AC нет закраш. кт к - тогда в ΔABC 4 кт кт, и однозначно состав. клетку \cup ΔACD

$$\text{кол-во сп-в} =$$

Заметим,

3) Для сим-ии отн. O - выберем 4 клетки в AKFD, составили канон. одну отн. O - они лежат в KBCF

$$\text{кол-во сп-в} = C_{100 \cdot 150}^4 = C_{15000}^4$$



Посмотрим, когда какие буквы перекрываются.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ есть $\Sigma a, b, c, d, e, f, g.$

~~или~~

$$3 \cdot C_{150000}^4 - (a+b+c) - 2d =$$

$$= 3 \cdot C_{150000}^4 - (a+d) - (b+d) - (c+d) + d$$

~~Найдём недостающие нам значения.~~

~~$(c+d)$ * ~~нам~~ получим, если выберем~~

Заметим, что

Ответ есть $3 \cdot C_{150000}^4 - X$, где X - события, которые мы посчитали неск-о раз.

Найдём X .

Заметим, что если клетки симметричны отн. O и MN , то они сим-ны и отн. KF ; аналогично сим-я отн. O и KF вылет сим-но отн. MN , а сим-я отн. MN и KF - отн. O .

Тогда кол-во способов выбрать такие клетки = кол-во ввзят 2 в $KFMO$, или однозначно заданные от-е.
оно равно $y = C_{75000}^2$

$\Rightarrow X = 2 \cdot C_{75000}^2$ (в каждом случае 1, 2, 3 мы посчитали 1 раз)

\Rightarrow Ответ = $3 \cdot C_{150000}^4 - 2 \cdot C_{75000}^2 =$

$= \frac{3 \cdot 150000!}{4! \cdot 149996!} - \frac{2 \cdot 75000!}{74998!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a &> b \\ a - b &\neq 3 \\ (a - c)(b - c) &= p^2 \\ a + b^2 &= 820 \end{aligned}$$

$$1) \exists a \equiv \frac{k}{3}, b \equiv r$$

$$a + b^2 \equiv \frac{820}{3} \equiv 1$$

$$\Rightarrow \text{если } r = 1, 2 \Rightarrow b^2 \equiv 1, a \equiv 0 \Rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow \text{если } r = 0 \Rightarrow b^2 \equiv 0, a \equiv 1 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow \text{или } a, \text{ или } b : 3$$

$$2) \nexists (a - c)(b - c); \text{ чтобы око было}$$

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

нет, т.к. тогда $a \leq b$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases}$$

нет, т.к. $a = c + b - c$

$$\begin{cases} a - b = p^2 - 1 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\nexists a - b = p^2 - 1$$

$$\begin{cases} a - b = p^2 - 1 \\ c = a + 1 \end{cases}$$

$$\text{если } p \geq 3$$

$$\text{если } \exists p = 3m + k$$

$$\text{если } k = 1, 2 \quad p^2 - 1 \equiv 1 - 1 \equiv 0$$

$$\text{но } a - b \neq 3 \Rightarrow p = 3m$$

$$\text{тогда } p = 3$$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ c = a + 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{cases} a = 820 - b^2 \\ 820 - b^2 - b = 8 \\ c = b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 820 - b^2 \\ a - b = 8 \\ c = a + 1 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 812 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{3249}}{2}$$

$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 37 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -20 \end{cases}$$

$$b = \frac{-1 \pm 57}{2}$$

$$\begin{cases} b = 28 \\ a = ~~36~~ \\ c = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -29 \\ a = -21 \\ c = -30 \end{cases}$$

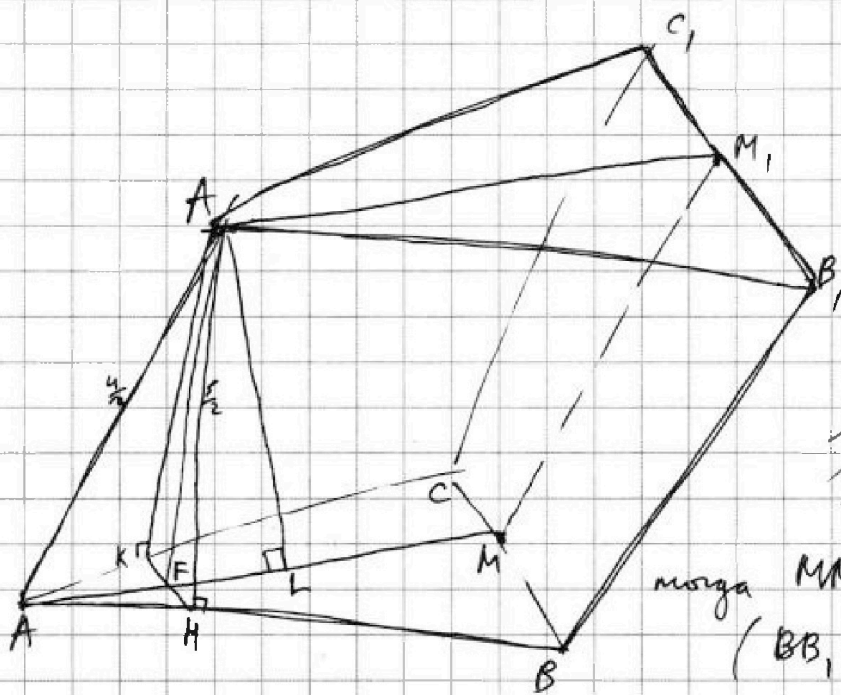


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABB_1A_1} = S_{ACC_1A_1} = 5$$

$$S_{KBVC} = 4$$

$$S_{\triangle ABC} = AB = 2$$

$h_{\text{пирамиды}} = ?$

1) $\square M, M_1$
- сер. BC и B_1C_1

тогда $MM_1 = BB_1$, $MM_1 \parallel BB_1$,
(BB_1C_1C - параллелограмм)

$\Rightarrow MM_1 = AA_1$, $MM_1 \parallel AA_1$,
(\square AA_1M_1M - параллелограмм и $AA_1 \parallel MM_1$)

2) тогда AA_1M_1M - параллелограмм

AM, AM_1 - высоты равност. $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

3) $\square A_1H \perp AB$; $A_1K \perp AC$; $A_1K = A_1H = \frac{S_{ABB_1A_1}}{AB} = \frac{5}{2}$

тогда $\triangle AA_1H = \triangle AA_1K$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow \angle A_1AH = \angle A_1AK$

4) Проведен KH ; $\square KH \perp AM = F$; тогда $KH \parallel BC$
 $\triangle AKH \sim \triangle ABC$ - равност. $KF = FH$

$AM \perp KH$

5) $AF \perp KH$, т.к. F - сер. KH , $A_1K = A_1H \Rightarrow AF$ -

6) $\Rightarrow KH \perp (A, AM)$ по признаку \perp -ти $np.$ и $np.$ \perp - высота и медиана
 $\Rightarrow KH \perp MM_1$ (по опред.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7) \Rightarrow MM_1 \perp BC \text{ (т.к. } BC \parallel KH) \Rightarrow BB_1 \perp BC$$

$\Rightarrow MM_1$ — высота BCC_1B_1 , BCC_1B_1 — прямоугольник

$$MM_1 = \frac{4}{2} = 2 = AA_1$$

8) по т. Пифагора в $\triangle AA_1M$ найдем $AK = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow FK = \frac{3}{4}, AF = \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{9}{16}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}, AF = \frac{\sqrt{91}}{4}$$

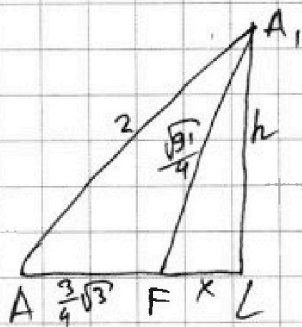
9) $\angle A_1L \perp AM$ в т.т. (AA_1M)

т.к. $KH \perp (AA_1M) \Rightarrow KH \perp A_1L$

$\Rightarrow A_1L \perp (ABC)$ (по признаку \perp -ти пр-ой и KH -ти)

$\Rightarrow A_1L$ — иск. высота

10) $\triangle AA_1L$; $\angle A_1L = h$, $FL = x$



$$\begin{cases} \frac{91}{16} = h^2 + x^2 & (1) \\ 4 = h^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} + x\right)^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1-2): \frac{91-16}{16} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \left(2x + \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$\frac{75}{16} \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}} = 2x + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

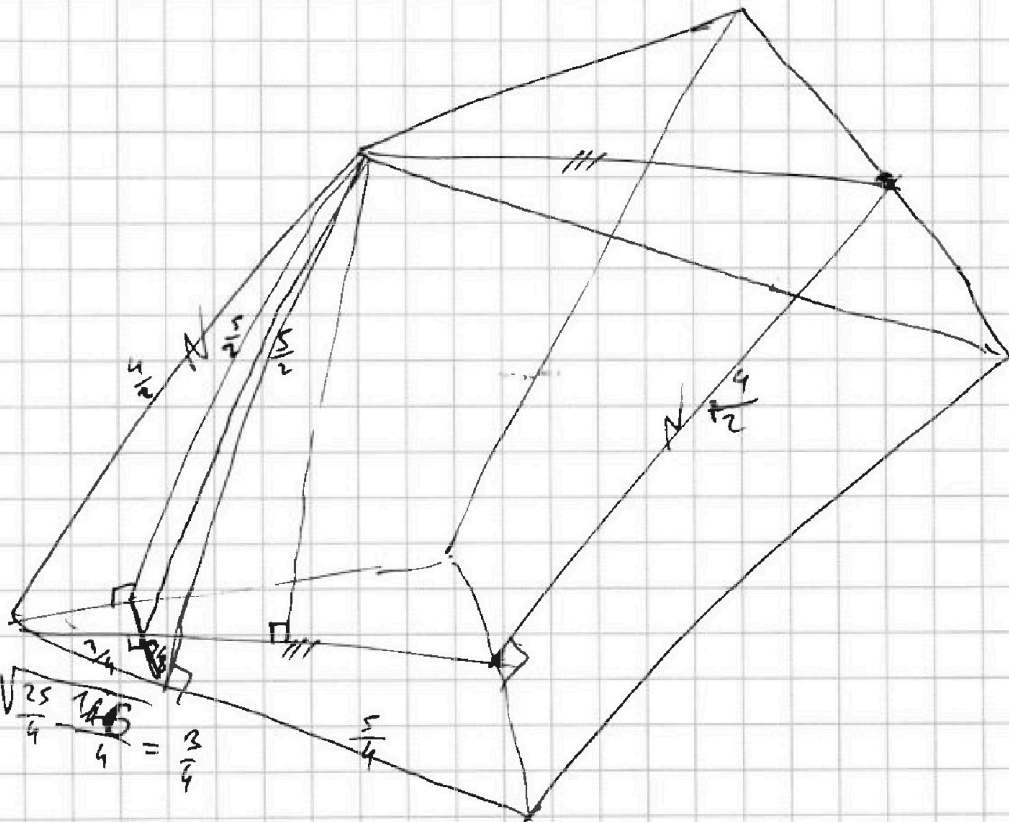
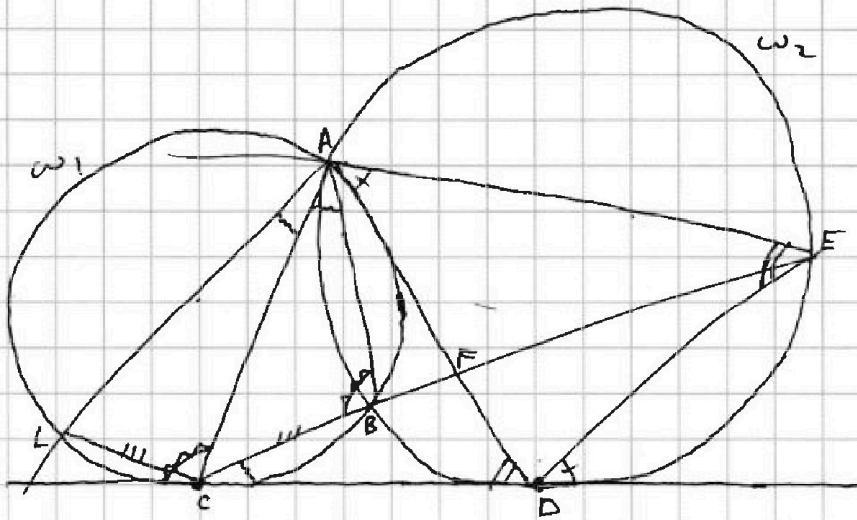


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$

$(a-b) \div 3$

$(a-d)(b-d) = d^2$

$135 = 5 \cdot 27$

$a + b^2 = 820 \equiv 1$

$a = 3k + m$
 $b = 3n + f$

$v - 2 + 5 \equiv 1 \Rightarrow v = \frac{2-}{2} = x$
 $a + b^2 \equiv 1$

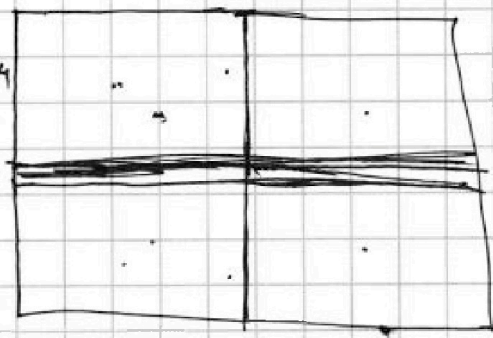
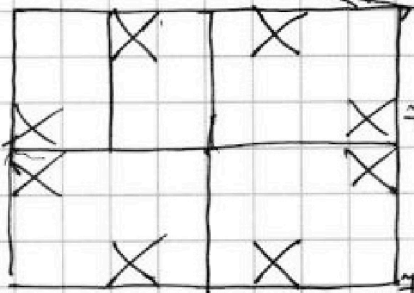
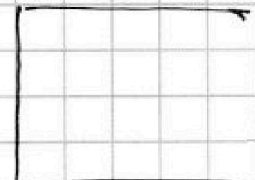
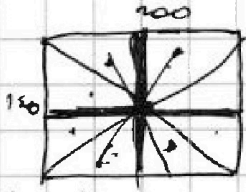
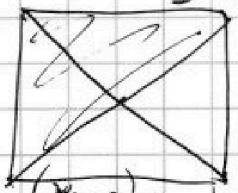
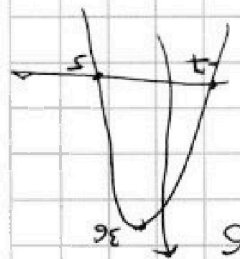
~~$m + f \equiv 0$~~
 ~~$m - f \equiv 1$~~
 ~~$m - f \equiv 2$~~

$m = 2$
 $f = 1$
 $m = 0$
 $f = 1$

elif $f = 2, f^2 \equiv 1 \Rightarrow m = 0$

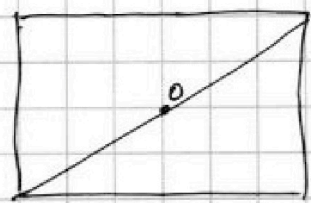
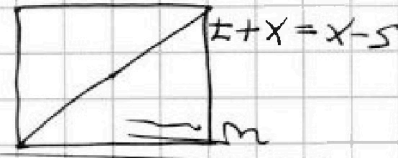
elif $f = 1, f^2 \equiv 1 \Rightarrow m = 0$

elif $f = 0, f^2 \equiv 0 \Rightarrow m = 1$



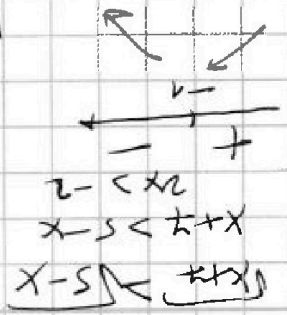
$9 + 9 - 9$

$v - 2 = x, x_2 = -2$



$\frac{x-5}{x} = \frac{x-5}{\sqrt{x^2}}$

$\frac{x-5}{x} = \frac{x-5}{\sqrt{x^2}}$



$9 + 21 - 21$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q^6 = \left(\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \right)^3 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$$

$x \neq -4$
 $x \neq -\frac{6}{15}$

$$(15x+6)^2 = (x-3)(x+4)^2$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

~~$\sqrt{x+7}$~~ $z \in [-15; 15]$

~~$y \in$~~ $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 20 & 35 & & \end{matrix}$

1) $20-y+70-2y = 90-3y, y < 20$ $90-3y < 15$

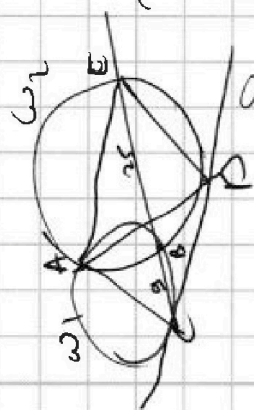
2) $y-20+70-2y = 50-y, y \in [20, 35]$ $5y > \frac{90-15}{3} = 25$

3) $y > 35:$ $3y-90$ $50-y \leq 15$
 $y \geq 45$

$3y-90 < 15$
 $y < -\frac{75}{3}$

$$a(1-2b) + \frac{1}{2}(1-2b) = -5\frac{1}{2} \quad (2\sqrt{x+7}+1)(1-2\sqrt{5-x})$$

$$(a+\frac{1}{2})(1-2b) = -11 \quad 5 \geq x \geq -7$$



$$a(1-b) + (1-b) = -5 \quad 35-2x-x^2 > 0$$

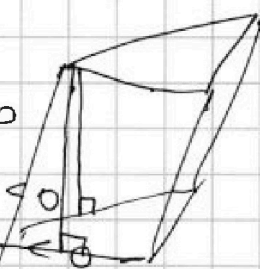
$$(a+1)(1-b) = -5 \quad x^2+2x-35 < 0$$

$$a-b+6-3ab+ab \quad (x-5)(x+7) < 0$$

(a

$$x \in [-7; 5]$$

$$a(1-2b) + (6-b) = 0$$





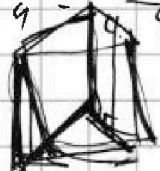
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$



$$16a^3 - 24a^2 + 12a + 1 = \frac{13}{4} = 0$$

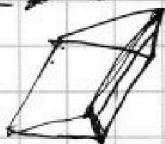
$$16a^3 - 24a^2 + 12a - 1 = 0$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(16a^2 - 20a + 2)$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(16a^2 + 28a + 2) = 0$$

$$a - b = (p-1)(p+1) \sqrt{\frac{16}{4}}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{8}{4} + \frac{3}{2} + 3$$



$$a = \frac{-7 \pm \sqrt{49-8}}{8}$$

820

$$\frac{184}{36} 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = 0$$

$$b_4 = b_1 \cdot q^3$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)(8a^2 - 8a + 2)$$

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{11}$$

$$\frac{8}{29} \times 29 = 251$$

$$4a^3 - 6a^2 + 3a + (3-p) = 0$$

$$\left(\frac{b_{12}}{b_{10}}\right)^3 = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = \frac{b_{10} \cdot q^2}{b_4} = \frac{5}{9}$$

$$p = -10$$

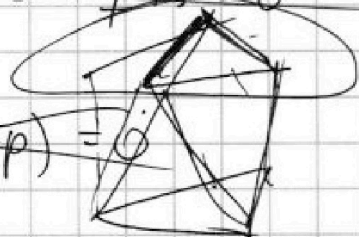
$$\frac{28}{24} = \frac{7}{6}$$

284

$$4 \cos^2 x + 3 \cos x + 6 \cos^2 x + 13 = 0$$

$$\cos x = \frac{91}{4}$$

$$(4a^3 - 4a^2 + 12a) - (2a^3 + 12a - 3 + p) = 0$$

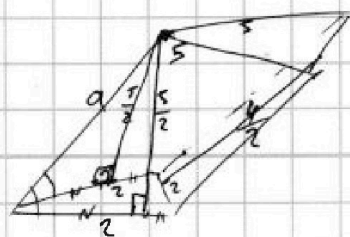


$$\arccos \frac{1}{2} = 60^\circ = -60^\circ$$

$$\frac{1}{2}(8a^3 - 12a^2 + 6a - 1) = p + 3 \frac{1}{2}$$

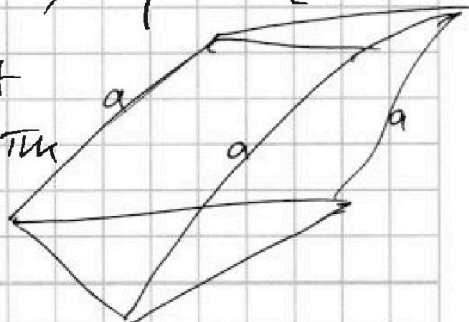
$$(2a-1)^3 = 2p-7$$

$$x = \arccos m + 2\pi k$$



$$\frac{812}{3248}$$

$$\frac{57}{57} = \frac{399}{285}$$



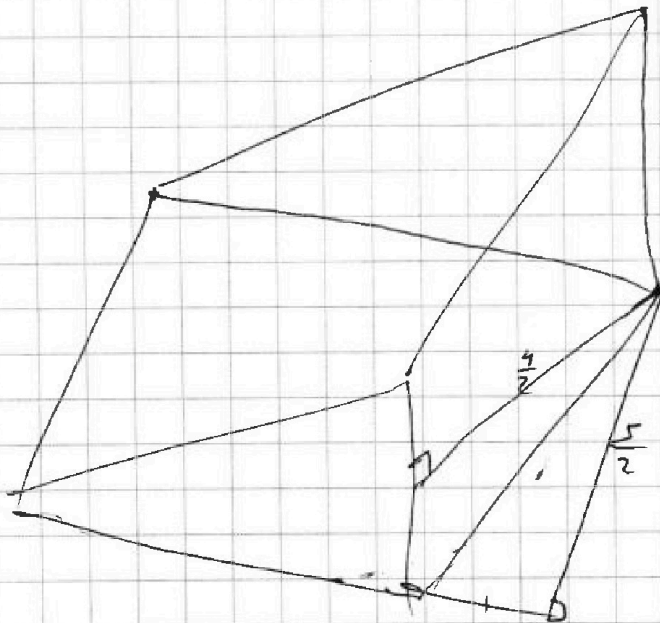


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

