



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

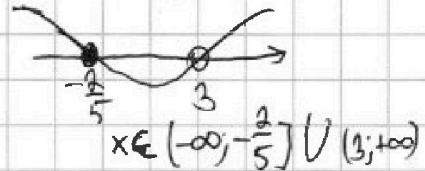
N 1

$$a_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$OДЗ: \frac{15x+6}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+\frac{2}{5}}{x-3} \geq 0$$

$$a_{10} = x+4$$

$$a_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$



Пусть частное между ~~двумя~~ первыми и вторым членами прогрессии равно q , а первый член a_1 , тогда:

$$a_4 = a_1 q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$a_{10} = a_1 q^9 = x+4$$

$$a_{12} = a_1 q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot (x-3)^3}{\sqrt{15x+6}} = (x-3)^2 \quad (a_1 \neq 0, \text{ т.к. } a_1 \neq 0)$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \quad q^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-4; -\frac{2}{5}] \cup (3; +\infty)$$

каждая это м.б. ОДЗ

$$(x-3)^2 = \frac{(15x+6)^2 (x-3)^2}{(x+4)^4} \quad (x \neq 3 \text{ из ОДЗ, поэтому мы можем сократить } (x-3)^2)$$

$$\frac{(15x+6)^2 - (x+4)^4}{(x+4)^4} = 0$$

$$\frac{(15x+6 - x^2 - 8x - 16)(15x+6 + x^2 + 8x + 16)}{(x+4)^4} = 0$$

$$\frac{(x+2)(x+1)(x-5)(x-2)}{(x+4)^4} = 0$$

$$x = -1; x = -2; x = 5; x = 2$$

$$x = 2 \in OДЗ; x = -2 \notin OДЗ$$

Ответ: ~~только~~ -1; 5

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

003: $x \geq -7$

$$x+3z \leq 5 \Rightarrow z \leq \frac{5-x}{3} \Rightarrow z \leq 4$$

$$y-2x-x^2+z \geq 0$$

$$|z| \leq 15$$

$y \geq 20$

$$y \geq 35$$

$$3y - 55 = \sqrt{225 - z^2} \quad y \leq 20$$

$$y \in [20, 35]$$

$$y - 20 + 70 - 2y = \sqrt{225 - z^2}$$

$$y \leq 20$$

$$50 - y = \sqrt{225 - z^2} \quad y > 35$$

$$y = 35$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$x+7-5-x-2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 36+4(35-2x-x^2) \cdot 2 \dots$$

$$-34 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 12\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$17 = 6\sqrt{35-2x-x^2} - \sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$5\sqrt{35-2x-x^2} = 17$$

$$35-2x-x^2 = \left(\frac{17}{5}\right)^2$$

$$x^2+2x-23\frac{11}{25} = 0$$

$$\left(x+1-\frac{\sqrt{611}}{5}\right) \left(x+1+\frac{\sqrt{611}}{5}\right) = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{611}}{5} - 1; \quad x = -\frac{\sqrt{611}}{5} - 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2): $y \geq 35$ $3y - 55 = \sqrt{225-z^2}$ $\sqrt{225-z^2} \leq 15 \Rightarrow y \leq \frac{70}{3}$ но $y > 35$ (2)

$y < 20$ $90 - 3y = \sqrt{225-z^2}$

$90 - 3y > 30$, но $\sqrt{225-z^2} \leq 15$ (2)
у этого случая нет решений

у этого случая нет решений

$y \in [20; 35]$ $y - 20 + 70 - 2y = \sqrt{225-z^2}$
 $50 - y = \sqrt{225-z^2}$

$225 - z^2 \leq 15^2$
 $50 - y \geq 15 \Rightarrow y = 35; z = 0$

П.о. у нас получается уравнение $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$

$-\sqrt{5-x} + \sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} + 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 6$

Возведем все в квадрат:

$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 36 - 24\sqrt{(x+7)(5-x)}$

~~$4(x-5)(x+7) - 24 = -22\sqrt{(x+7)(5-x)}$ (или $-(x-5)(x+7) = t$)~~

~~$4x^2 + 8x - 164 = -22\sqrt{(x+7)(5-x)}$~~

~~$2x^2 + 4x - 82 = -11\sqrt{(x+7)(5-x)}$~~

~~$12 - 2t = 4t^2 + 36 - 24t$~~

~~$4t^2 + 24 - 22t = 0 \Rightarrow 2t^2 + 12 - 11t = 0$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 (программируемо)

$$t_{1,2} = \frac{11 + \sqrt{25}}{4} = 4; 1,5$$

$$\begin{cases} (5-x)(x+7) = 4 \quad (*) \\ (5-x)(x+7) = 1,5 \quad (\uparrow) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (5-x)(x+7) = 1,5 \quad (\uparrow) \end{cases}$$

$$(*) : 35 - 2x - x^2 = 4$$

$$x^2 + 2x - 31 = 0$$

$$(x+1-4\sqrt{2})(x+1+4\sqrt{2}) = 0$$

$$x = 4\sqrt{2} - 1 \quad \text{или} \quad x = -4\sqrt{2} - 1$$

$$(\uparrow) : 35 - 2x - x^2 = 1,5$$

$$x^2 + 2x - 33,5 = 0$$

$$(x+1-\sqrt{34,5})(x+1+\sqrt{34,5}) = 0$$

$$x = \sqrt{34,5} - 1 \quad x = -\sqrt{34,5} - 1$$

$$OD3: (x+7)(5-x) \geq 0$$

$$\cancel{x \in [-7; 5]} \quad x \in [-7; 5]$$

$x \neq -\sqrt{34,5}$ Все корни $\in OD3$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$ знаки будут теми же знака, что $x^2 - 6$

$$t = 1,5 \Rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \Rightarrow x = \sqrt{34,5} - 1 \text{ не будет решением}$$

$$t = 4 \Rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \quad (-4\sqrt{2}) \wedge 5 + 4\sqrt{2} + 1 \Rightarrow x = -4\sqrt{2} - 1$$

$$\text{Ответ: } (-\sqrt{34,5} - 1; 35; 0); (4\sqrt{2} - 1; 35; 0)$$

не будет решением



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x = p - 3$$

$$\cos x \stackrel{dR}{=} t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t - p + 3 - \text{это ур-е кубической параболы} \Rightarrow y_{\text{кв}} \geq 1 \text{ или}$$

Найдем вершину кубической параболы:

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 \geq 0 \Rightarrow \text{Наша ср-ная всегда неотрицательна}$$

$y_{\text{кв}} \downarrow$ ровно 1 корень

III.1. эта параболка непрерывна и определена на всей оси Ox , то её проекция "покроет" всю ось Ox . ↑ Параметр p по сути осуществляет сдвиг вдоль оси Oy ⇒ в точках $f(-1)$ и $f(1)$ будут граничные

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = -10$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = 4$$

Ответ: $p \in [-10; 4]$

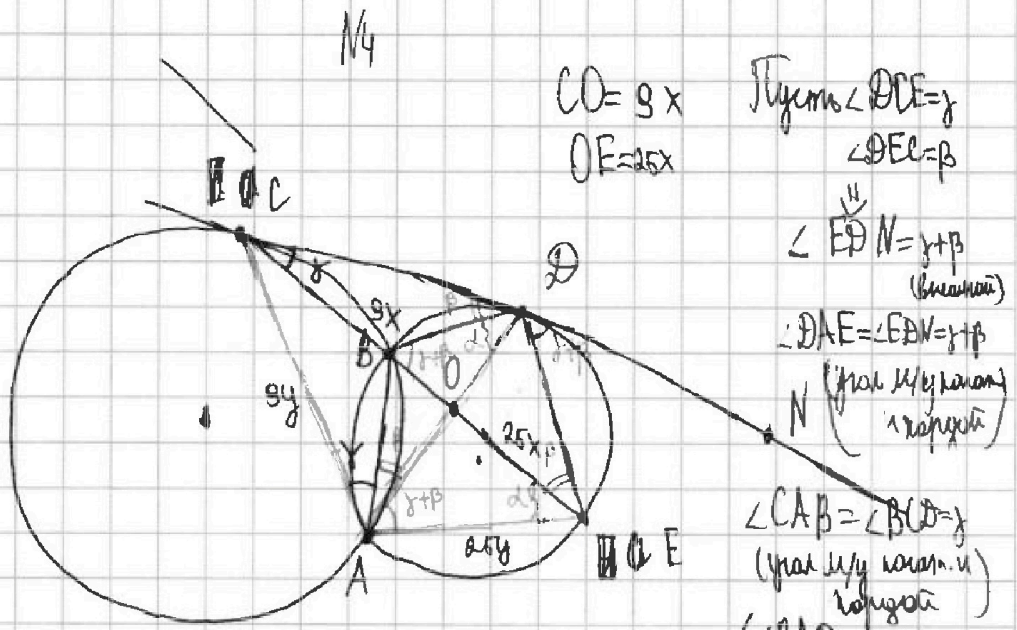


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$CO = 9x$
 $OE = 25x$

Пусть $\angle BCE = \gamma$
 $\angle BEC = \beta$
 $\angle EDN = \gamma + \beta$
(внешний)
 $\angle DAE = \angle EDN = \gamma + \beta$
(углы между касан. и хордой)

$\angle CAB = \angle CED = \gamma$
(углы между касан. и хордой)
($\angle BAD = \angle BED = \beta$)
(опираются на AD)

AD - бис-са $\triangle CAE \Rightarrow \frac{AC}{AO} = \frac{AE}{EO} \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{9}{25}$

Пусть $\angle BDA = \alpha$, тогда $\angle BEA = \alpha$ (опираются на AB)
 $\triangle BDE \sim \triangle COA$ (по двум углам)
 $\angle BDE = \angle COA$
 $\angle BED = \angle OCA$

$\frac{BE}{BD} = \frac{DE}{OC} = \frac{AE}{AC}$

$AD^2 = AE \cdot AC = 9 \cdot 15 \Rightarrow AD = 15y$

$\frac{DE}{DC} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$

Ответ: $\frac{5}{3}$



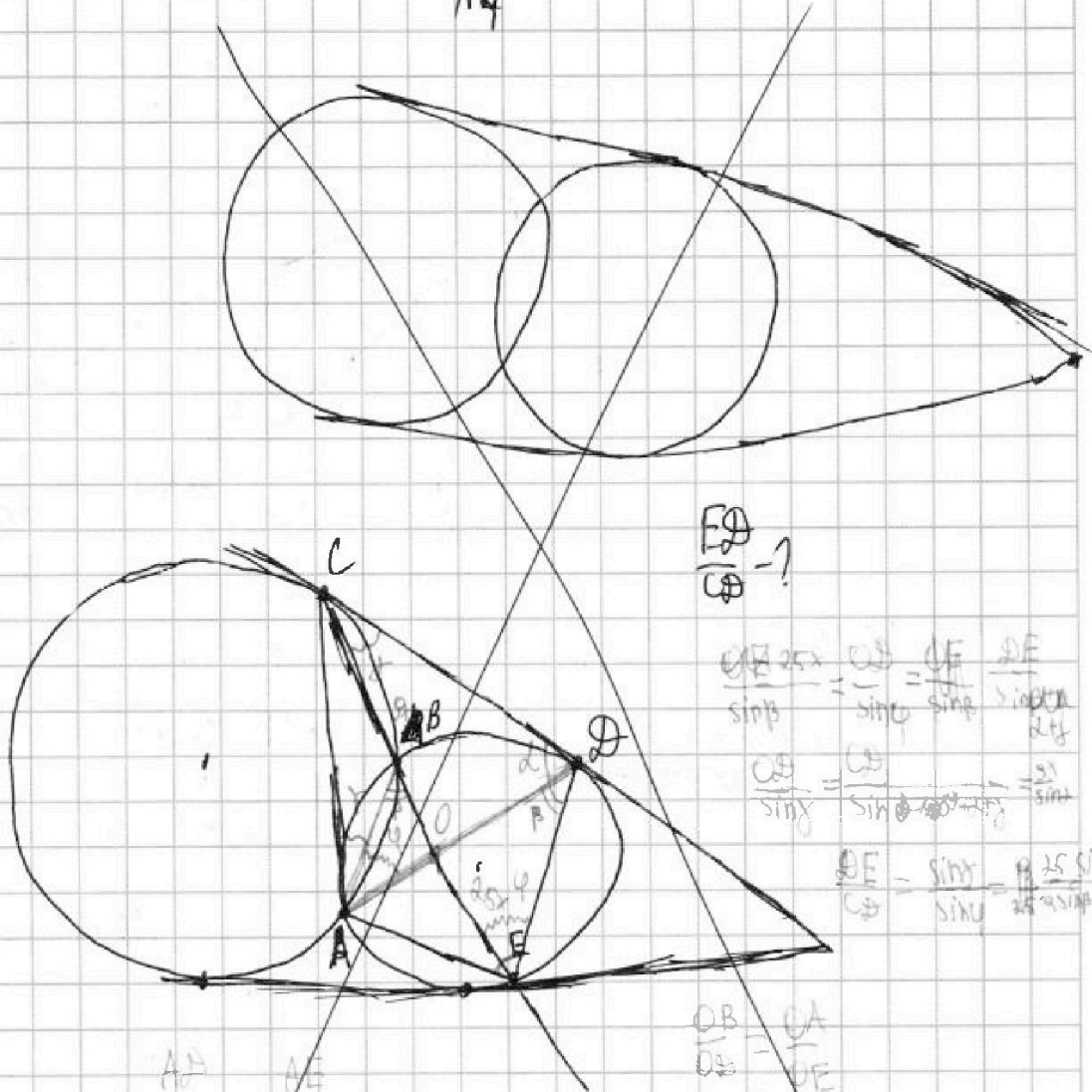
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{CE}{CB} = ?$$

$$\frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{CB}{\sin \beta} = \frac{CE}{\sin \gamma} = \frac{DE}{\sin \delta}$$

$$\frac{CE}{\sin \gamma} = \frac{CB}{\sin \beta} = \frac{25}{\sin \beta}$$

$$\frac{CE}{CB} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{19 \cdot 25 \sin \alpha}{25 \cdot 9 \sin \alpha}$$

$$\frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AE}{\sin \beta}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{CB}$$

$$\frac{8/25}{19/25} = \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{CB}$$

$$CB = AB$$

$$\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CE}$$

$$CB \cdot CE = CA \cdot CE$$

$$\frac{CB}{AE} = \frac{CA}{CE} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{AD \cdot CE}{\sin \beta} = \frac{AE}{\sin \alpha + \beta}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметок

Обозначим центр
к-та за $O(0;0)$

$(x_1; y_1) \leftrightarrow (-x_1; -y_1)$ - симметрия
отн-ко
центра

$(x_1; y_1) \leftrightarrow (\pm x_1; \pm y_1)$ - симметрия, получаемая данными операциями

Предположим заданные м-во симметрично отн-ко центра:

~~$75 \cdot 200$ - кол-во~~ $C_{75 \cdot 200}^4 = C_{15000}^4$ - кол-во способов

выбрать 4 клетки в верной
половине (линии),
которые однозначно
все задать в оставшейся
части

Предположим заданные м-во симметрично отн-ко любой из 2-х осей
2: C_{15000}^4 (выбираем клетки в одной из половин)

Найдём пересечение всех способов (оно будет единственно во всех случаях):

когда есть точки $(\pm x_1; \pm y_1)$ с любой перестановкой знаков. Тогда 1

точка будет задавать 4 группы: это C_{7500}^2 (выбираем две точки в одной

Умнож: $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2 = \frac{3 \cdot 15000!}{4! \cdot (15000-4)!} - \frac{2 \cdot 7500!}{2! \cdot (7500-2)!}$ (из симметрии)

Ответ: $\frac{3 \cdot 15000!}{4! \cdot 14996!} - 7500 \cdot 7499$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$a, b, c \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases}$ - в таком случае $a = b$, но по условию $a > b$ (!!) ~~или $\begin{cases} a - c = -p \\ b - c = p \end{cases}$ \emptyset~~

$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow a - b = (p - 1)(p + 1) \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3}$, иначе $a - b \neq 3 \Rightarrow p = 3$; $a = b + 8$
 $b^2 + b + 8 = 820$
 $\chi b(b + 1) = 28 \cdot 29$
 $b = 28$ или $b = -29$

У нас получаются тройки $(28; 36; 29)$ и $(-29; -21; -28)$

$\begin{cases} b - c = p^2 \\ a - c = 1 \end{cases} \Rightarrow a - b = 1 - p^2 < 0 \Rightarrow a < b$ (!!) , т.к. $a > b$

$\begin{cases} b - c = -1 \\ a - c = -p^2 \end{cases} \Rightarrow a - b = 1 - p^2 < 0 \Rightarrow a < b$ (!!) \downarrow

$\begin{cases} b - c = -p^2 \\ a - c = -1 \end{cases} \Rightarrow b - a = 1 - p^2 \Rightarrow a - b = p^2 - 1 \Rightarrow p = 3$
 $b - c = -9$
 $a - c = -1$

Или у нас получаются тройки $(36; 28; 37)$ и $(-21; -28; -29)$

Ответ: $(28; 36; 29)$; $(-29; -21; -28)$; $(36; 28; 37)$; $(-21; -28; -29)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \\ a - c = -p \\ b - c = -p \\ a - c = p^2 \\ b - c = 1 \\ b - c = p^2 \\ a - c = 1 \\ a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \\ b - c = -p^2 \\ a - c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b = (p - 1)(p + 1) \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3}, \text{ иначе } a - b \neq 3 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} a + c = 3 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 + b \\ b^2 + b + 8 = 820 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 812 = 0$$

$$b^2 + (b + 1) = 28 \cdot 29$$

$$\boxed{b = 28} \cup \boxed{b = -29}$$

$$\boxed{a = 36} \quad \boxed{a = -21}$$

$$\boxed{c = 29} \quad \boxed{c = -28}$$

$$b = 28; \quad b = -29$$

$$a = 36; \quad a = -21$$

$$c = 29; \quad c = -28$$

$$(36; 28; 29) \cup (-21; -28; -28)$$

$$(36; 28; 29) \cup (-21; -28; -20)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$(a; b; c)$

$a; b; c \in \mathbb{Z}$

$a > b$

$$\begin{cases} a-b \neq 1 \\ a+b=820 \end{cases}$$

$(a-c)(b-c)=p^2$

$(820-b^2-c)(b-c)=p^2$

$820-b^2 > b$

$820 > b^2 + b$

$b^2 + b - 820 < 0$

$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+820 \cdot 4}}{2}$

$$\begin{cases} b-c=p & \text{or} & -p \\ 820-b^2-c=p & \text{or} & -p \end{cases}$$

$820-b^2-c = b-c$

$820-b^2-1=0 \Rightarrow b \notin \mathbb{Z}$, м.л. $\sqrt{3281}$ - не квадрат

(3281:17, не квадрат)

$$\begin{cases} b-c=p^2 \\ 820-b^2-c=1 \end{cases}$$

$b-c = -p^2$

$c = b + p^2$

$820-b^2-c=1$

$821=b^2+c$

$821=b^2+b+p^2$

$820-b^2-b=1-p^2$

$b^2+b-819=p^2$

$820 > b^2+b$ (м.л. $a > b$)

$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+(819+p^2) \cdot 4}}{2}$

$b^2+b-819 \leq 0$

$$\begin{cases} 1-c = \pm p^2 \\ 820-b^2-c = p^2 \end{cases}$$

b^2+b+p^2 $820-b^2-b=p^2$

$b^2+b-821+p^2=0$

$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3284-4p^2}}{2}$

$3285-4p^2 = t^2$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos^3 x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^3 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^3 x = p - 3$$

$$\cos x \stackrel{p}{=} t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t - p + 3 = 0$$

$$(t-1)(4t^2 - 2t + 1) - p + 4 = 0$$

Найдем вершину данной кубической параболы:

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$(2t-1)^2 = 0$$

$$t = 0,5$$

П.о. у данной параболы только одна вершина

У ор-ции ~~не~~ ~~одна~~ ~~или~~ ~~корень~~ и т.д. ф-ция кубическая и определена для $\forall x$, но прошивая параболу на $\forall x$ покрывает ее полностью

если мы найдем $f(-1)$ и $f(1)$, то мы решим задачу

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = -10$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = 4$$

$$\text{Ответ: } p \in [-10; 4]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№31 (магдомаше)

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - p + 3 = 0$$

экстремум $t \in [0, 5]$

$$p = \frac{4t^3 - 6t^2 + 3t + 3}{p \in [-10; 4]}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

