



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



- ① [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ , двенадцатый член равен  $2-x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$ .

- ② [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

- ③ [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Существование гол. процесса с такими членами равносильно тому, что имеет решение система:

$$\begin{cases} \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot 9^2 = 2-x \\ (2-x) \cdot 9^6 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot 9^2 = 2-x & (1) \\ \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot 9^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot 9^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

Очевидно, что  $x = -\frac{34}{25}$  — не решение по той же причине, что и в (1) л.ч. равно 0, а правая ч. не равно 0.

~~Решим систему (1) и (2)  $\Leftrightarrow \sqrt{3x+2} \cdot 9^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^3}}$~~

~~$9^8 = \frac{1}{(3x+2)^4}$~~  ООЗ:  $\begin{cases} \frac{25x+34}{(3x+2)^3} \geq 0 \\ (25x+34)(3x+2) \geq 0 \end{cases}$

$x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] \cup (-\frac{2}{3}; +\infty)$

С учетом того, что  $x = -\frac{34}{25}$  — не подходит

~~$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^3}}$~~   $\sqrt{|3x+2|} \cdot 9^8 = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|^3}} \Leftrightarrow$

$9^8 = \frac{1}{|3x+2|^2}$      $9^2 = \frac{1}{|3x+2|}$

Подставим в (1) получим  $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x$

с учетом ООЗ  $\Leftrightarrow \sqrt{|25x+34|} = 2-x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |25x+34| = 4-4x+x^2 \\ -x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \begin{cases} 25x+34 > 0 \\ x \leq 2 \\ 25x+34 = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\frac{34}{25}; 2] & (3) \\ x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] & (4) \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 25x+34 \leq 0 \\ x \leq 2 \\ -25x-34 = 4-4x+x^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x \in (-\frac{34}{25}; 2] \\ x = -1 \text{ — не попадает в } (0; 3) \\ x = 30 \notin (-\frac{34}{25}; 2] \text{ — не подходит} \end{cases} \quad x \in \emptyset$$

$$(4) \begin{cases} x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] \\ x = -2 \text{ — оба подходят} \\ x = -19 \end{cases}$$

$$D = 441 - 38 \cdot 4 = 441 - 152 = 289$$

$$x_1 = \frac{-21 + 17}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-21 - 17}{2} = -\frac{38}{2} = -19$$

Тогда геом. прогрессия существует только при

$$x = -2 \text{ или } x = -19$$

Ответ:  $\{-19; -2\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4x = 18 - 4\sqrt{14} - 24 = -6 - 4\sqrt{14} & x = \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} \\ 4x = -18 - 4\sqrt{14} + 12 = -6 - 4\sqrt{14} \end{cases}$$

Похожую  $y = 18$   $z = 0$  удовлетворяет (2), а

$x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$  и  $x = \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}$  если найдены  
такими, чтобы подходить в (1) и в (2) и  
фигурирует, то проверки не требуется.

$$\text{Ответ: } \left\{ \left( \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}, 18, 0 \right); \left( \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2}, 18, 0 \right) \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

Заметим, что (2) можно переписать так:

$$|y+2| + |18-y| + |y-18| = \sqrt{400-z^2} \quad (2')$$

Поскольку  $\forall a, b \quad |a| + |b| \geq |a+b|$  (неравенство для модулей), то

$$|y+2| + |18-y| \geq |y+2+18-y| = 20$$

А т.к.  $|y-18| \geq 0$ , то левая часть (2')  $\geq 20$ .

Далее, так как  $z^2 \geq 0$ , а значит  $400 - z^2 \leq 400$ ,

т.е. в силу того, что функции корни  $\uparrow$  на  $D_f$ , то

$\sqrt{400-z^2} \leq 20$ . Но тогда р-во (2') возможно лишь если  $y-18=0$ ,  $400-z^2=400$  (т.е.  $z=0$ )

Тогда если система имеет решение, то для нее  $y=18, z=0$ . Очевидно что при них выполнено (1), а из рассуждений выше другие неизвестны.

Найдём теперь  $x$  тогда когда выполняется (1):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2 \cdot 0} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2+0}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+6} > 0$  Тогда перейдем к следующему:  
 $b = \sqrt{3-x} > 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b+7 = 2\sqrt{a^2b^2} \\ a^2+b^2 = 9 \\ a, b > 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \Rightarrow \\ \text{или } a, b > 0 \end{matrix} \quad \begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ a^2+b^2 = 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} \Rightarrow \\ \text{выясняем} \\ \text{из второго} \\ \text{уравнения} \end{matrix}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9 - 7 + b - a$$

$$(a-b)^2 = 2 - (a-b)$$

$$t = (a-b) \quad t^2 + t - 2 = 0 \quad \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

• если  $t = 1$   $a-b = 1$   $a = 1+b$

Подставляем получаем:  $2b^2 + 2b + 1 = 9$

$$b^2 + b - 4 = 0$$

Тогда можем подобрать корни

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \quad a = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$1) b_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \rightarrow a_1 = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \\ \sqrt{3-x} = -\frac{1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$2) b_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \rightarrow a = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$

↑ не подходит  $\forall t \leq 0$

$$\begin{cases} 4(x+6) = 18 + 2\sqrt{17} \\ 4(3-x) = 18 - 2\sqrt{17} \end{cases} \quad x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2} - 6 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$$

~~$x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$~~   $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$  - подходит.

• если  $t = -2$ , то  $a-b = -2$   $a = b-2$

Подставляем получаем:  $5 = 2(b-2)b$

$$5 = 2b^2 - 4b \quad 2b^2 - 4b - 5 = 0 \quad D = 16 + 40 = 56$$

$$1) b_1 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{4} = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} \rightarrow a_1 = \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}$$

$$2) b_2 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{4} < 0 \quad \text{— не подходит}$$

Тогда  $\begin{cases} \sqrt{x+6} = \frac{-2 + \sqrt{14}}{2} \\ \sqrt{3-x} = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(x+6) = (-2 + \sqrt{14})^2 \\ 4(3-x) = 4 + 4\sqrt{14} + 14 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда т.е.  $\sqrt[3]{1-p} = g$   $1-p = g^3$   $p = 1-g^3$ , то

~~решения~~ т.е.  $g = g^3$ :  $E_f = (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$

$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$  — при ~~каждом~~ каждом  
из таких  $p$  имеет хотя бы 1 решение.

Возвращаемся к (2) решим для каждого из

таких  $p$  исходное уравнение:

$$\cos x (1 - \sqrt[3]{1-p}) = -1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \arccos \left( \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$$x = \pm \arccos \left( \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

Поскольку  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$  и

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ , то исходное ур-е можно переписать так:

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

Это можно переписать как

$$\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

или сворачивается по ф-ле  $(a+1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$ :

$$(\cos x + 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x \Leftrightarrow \cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x \quad (1)$$

~~тогда~~

Поскольку  $\cos x = 0$  — не решение (очевидно), то при угле  $x$  то  $\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}$

Поскольку  $\cos x$  принимает значения от  $-1$  до  $1$ ;

то  $g(t) = 1 + \frac{1}{\cos x}$  :  $E_g = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$   
 $\in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку  $CD$  касается

$\omega_1$ , то  $\angle CAB = \angle DCEC$

или угол между

касательной

и хордой и

угол опирающийся

на хорду. Поскольку  $ABDE$  — впис, то

$\angle BAD = \angle BED$  и т.д.  $CD$  касается  $\omega_2$ , то

$\angle CED = \angle CDB$ . Тогда  $\angle DBE = \angle CDB + \angle DCB$

(внешнй угол  $\triangle DBC$ ) т.д.  $ABDE$  — впис, то

$\angle DBE = \angle DAE = \angle CDB + \angle DCB = \angle CAD \Rightarrow$

$AD$  — биссектриса  $\angle CAE$ . Из условия  $CO : CE =$

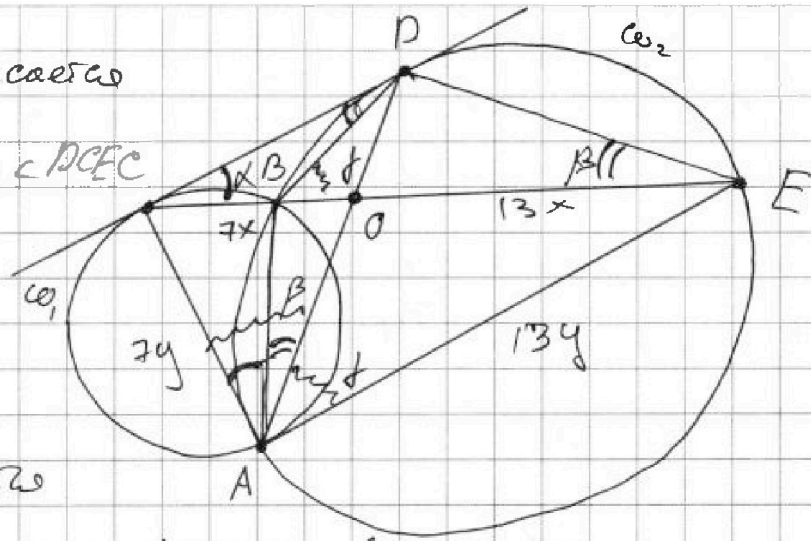
$7 : 20$ . Тогда  $CO = 7x$ ,  $OE = 13x$

Т.к.  $AD$  — биссектриса  $\angle CAE$ , то  $\frac{CA}{AE} = \frac{CO}{OE} = \frac{7}{13}$ .

$\triangle CBD \sim \triangle CDE$  (т.к.  $\angle DCB = \angle DCE$ ,  
 $\angle CDB = \angle CED$ )

$$\frac{CB}{CD} = \frac{BD}{DE} \Rightarrow \frac{DE}{CD} = \frac{BD}{CB}$$

Поскольку  $ABDE$  — впис в  $\omega_2$ , то  $\angle DBO = \angle OAE$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по Th sin для  $\Delta CBD$   $\frac{CB}{\sin \beta} = \frac{BD}{\sin \alpha}$ , где  
 $\alpha = \angle DCE$ ,  $\beta = \angle CED$ . Тогда

$$\frac{DE}{CD} = \frac{BD}{CB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

по Th sin для  $\Delta BDE$   $\frac{DE}{\sin \gamma} = \frac{BD}{\sin \beta} \Rightarrow$

$$BD = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} DE$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{BD}{CB} = \frac{\sin \beta DE}{\sin \gamma CB}, \quad \gamma = \alpha + \beta$$

Тогда т.е.  $\frac{DE}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ , то  $\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \frac{DE}{CB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

~~по Th sin для  $\Delta CAE$~~

по теореме ( $\cdot$ )  $\angle$  отсюда получим  $CD^2 =$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если число  $(a-e)(b-e)$  — квадрат простого  
числа  $p \in \mathbb{P}$ , то либо  $|a-e| = 1$ ,  $|b-e| = p^2$ ,  
где  $p \in \mathbb{P}$ , либо  $|b-e| = 1$ ,  $|a-e| = p^2$ , где  $p \in \mathbb{P}$ ,  
либо  $|a-e| = p$  и  $|b-e| = p$

рр. Рассмотрим случаи:

1)  $|b-e| = |a-e| = p, p \in \mathbb{P}$

если  $b-e \geq 0$  и  $a-e > 0$ , то  $b-e = a-e$ ,  
то  $b > a$  — невозможно. Тогда, т.к.

$b \geq a$ , то  $b-e = p$  и  $a-e = -p$ , но

тогда  $(b-e)(a-e) = -p^2$  — не подходит.

Значит этот случай невозможен

2)  $a-e = 1 \quad b-e = p^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10-й класс.  $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = 2-x$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x > 0 \quad x < 2$$

$$(2-x) \cdot q^6 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \quad q \neq 0$$

$\begin{matrix} 2 \\ \times 14 \\ \hline 52 \\ 57+2=59 \end{matrix}$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$x = -\frac{34}{25}$  — не подходит т.к.  $2-x \neq 0$  тогда

$$\sqrt{3x+2} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^3}} \quad 3x+2 \neq 0$$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad q^2 = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|}}$$

$\begin{matrix} 441 \\ -152 \\ \hline 289 \end{matrix}$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \sqrt{\frac{1}{|3x+2|}} = 2-x \quad x > -\frac{2}{3}$$

~~$\sqrt{25x+34}$~~  если  $3x+2 > 0$ , то  $\frac{3}{4}$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{3x+2}} \quad \begin{matrix} \times 38 \\ 4 \\ \hline 152 \end{matrix}$$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 25x+34 = 4-4x+x^2 \\ 2-x > 0 \end{cases}$$

$$D = 441 - 120 = 321$$

$$289 = 17^2$$

$$x_1 = \frac{-21+17}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-21-17}{2} = -19$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases} \quad x > -\frac{2}{3} \Rightarrow$$

~~$x = 30$~~

$$\sqrt{-25x-34} = 2-x$$

$$\begin{cases} -25x-34 = 4-4x+x^2 \\ x < 2 \end{cases} \quad x^2 + 21x + 38 = 0$$

либо  $x = -19$  либо  $x = -2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

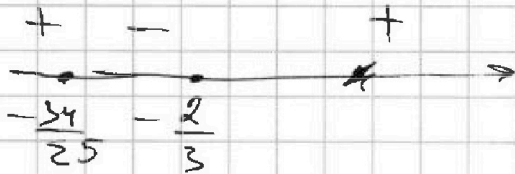
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

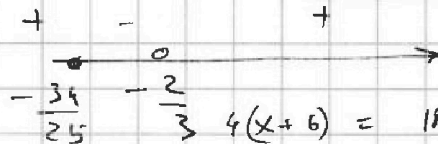
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = \sqrt{|3x+2|}$$

$$(25x+34)(3x+2) > 0$$



$$x \in (-\infty, -\frac{34}{25}) \cup (-\frac{2}{3}, \infty)$$



$$x \geq -\frac{2}{3}$$

$$1+b-\frac{1}{b}+2 = 2(1+b)b$$

$$b = 2(1+b)b$$

$$4 = b + b^2$$

$$4(x+6) = 18 + 2\sqrt{12}$$

$$4x + 24 = 18 + 2\sqrt{12}$$

$$4x = -6 + 2\sqrt{12}$$

$$x = -\frac{3 + \sqrt{12}}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-12| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \wedge \\ 20 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \wedge \\ 20 \end{matrix}$$

$$12 - 4x = 18 - 2\sqrt{12}$$

$$400 = 20^2 = z^2 + y^2$$

$\int$

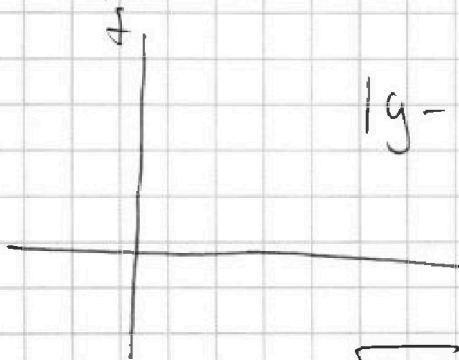
$$|y+2| + |2y-36| \geq |3y-34|$$

$$-4x = 6 - 2\sqrt{12}$$

$$4x = 12\sqrt{12} - 6$$

$$x = \frac{\sqrt{12} - 3}{2}$$

$$|y+2| + |36-2y| \geq |38-y|$$



$$|y-18| = 0 \quad \underline{y=18}$$

$$\underline{z=0}$$

$$\underbrace{|y+2| + |y-18-y|}_{|20|}$$

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

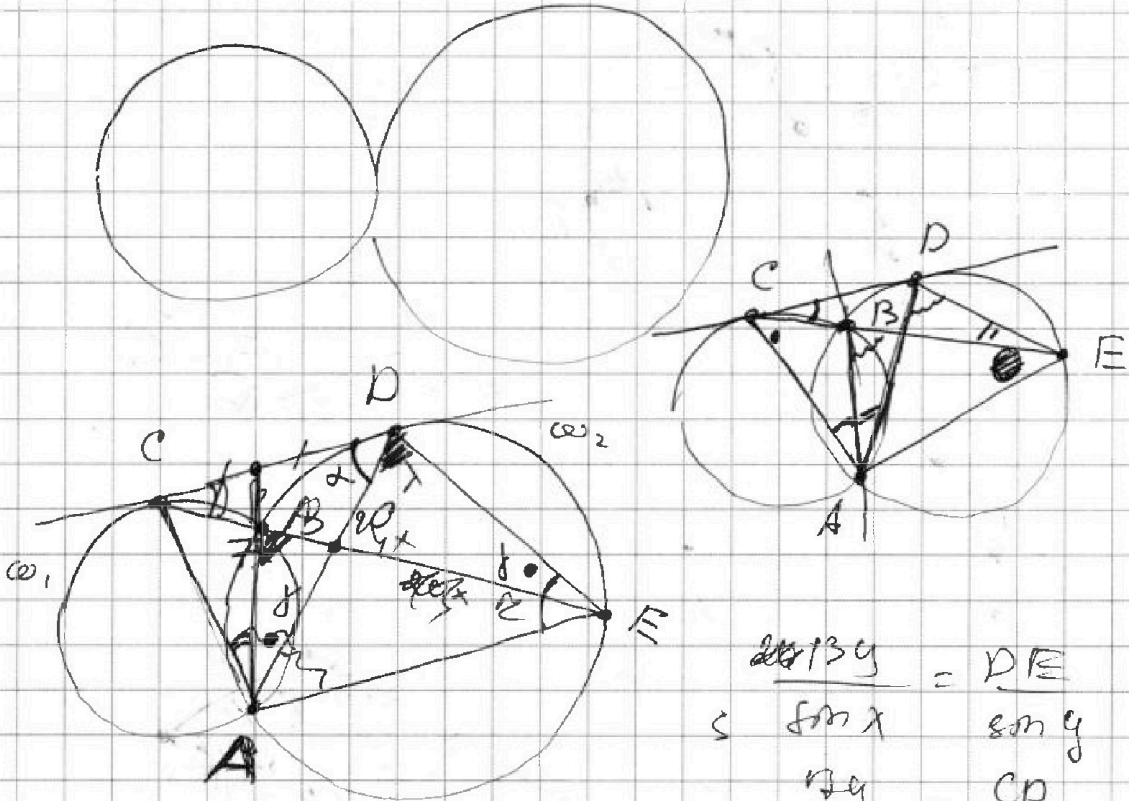


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{DE}{\sin \alpha} = \frac{DE}{\sin \gamma}$$

$$\frac{DE}{\sin \gamma} = \frac{CD}{\sin \gamma}$$

$$\frac{CD}{\sin \alpha} = \frac{7}{20} = \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha}$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{13}{7} = \frac{\sin \beta}{\sin \lambda}$$

$$\frac{DE}{CD} = \frac{13}{7} \frac{\sin \beta}{\sin \lambda}$$

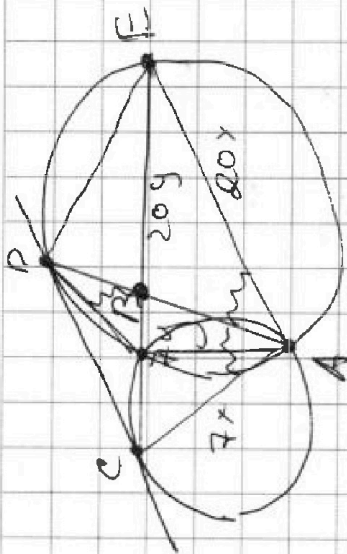
$$\frac{CO}{\sin \alpha} = \frac{DO}{\sin \beta}$$

$$\frac{DO}{\sin \beta} = \frac{OE}{\sin \lambda}$$

$$\frac{CO}{OE} \cdot \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta}$$

$$\frac{DE}{\sin \alpha} = \frac{13 \sin \beta}{7 \sin \lambda}$$

$$\frac{DE}{\sin \alpha} = \frac{13 \sin \beta}{7 \sin \lambda}$$



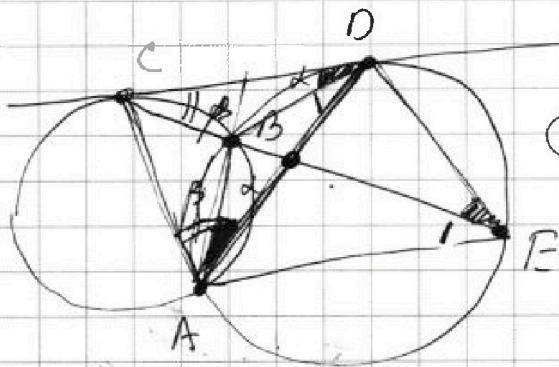


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

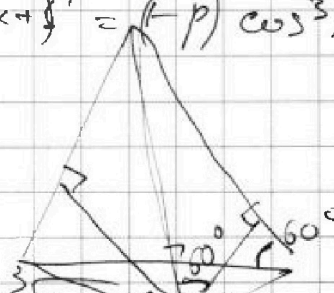
СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



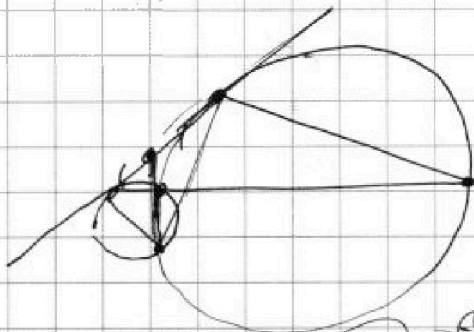
$$\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = (p+1)$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$$



$$(\cos x + 1) = \sqrt[3]{1-p} \cos^3 x$$

$$\cos x$$



$$\sqrt[3]{1-p} = 1 + \frac{1}{\cos x}$$

$x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

$$b = \frac{5}{2} \cdot a = \frac{10}{a}$$

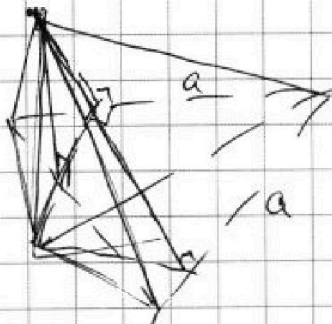
$$c = \frac{6}{2} \cdot a = \frac{12}{a}$$

$$\frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 4$$

$$\sqrt{3} a^2 = 16$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt[4]{3}}$$



$$12 \cos \alpha - 5 \cos \beta = 4$$

$$\begin{cases} 12 \frac{4}{\sqrt[4]{3}} - 5 \frac{x}{b} = 4 \\ 6 \sqrt[4]{3} = 2y \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

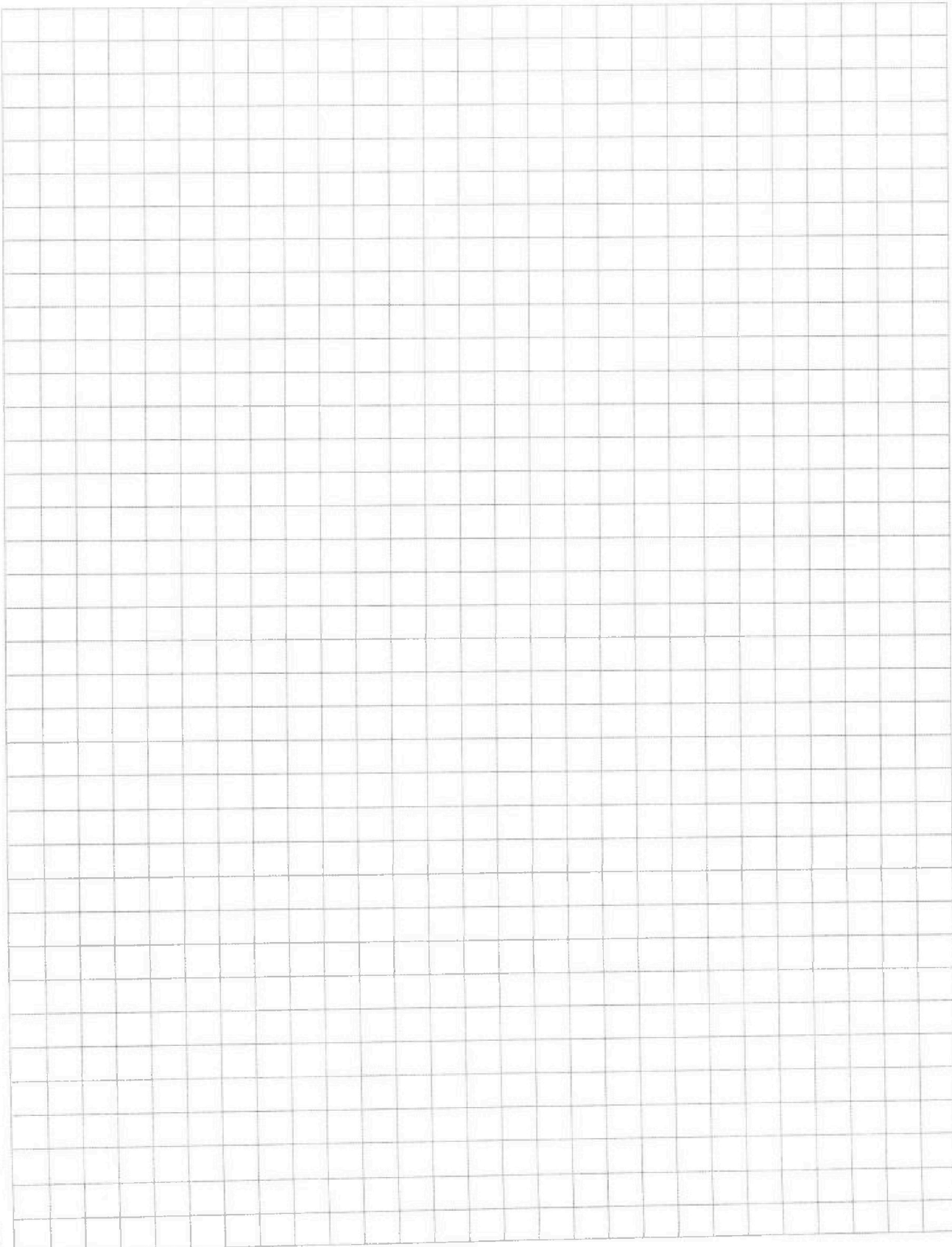
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!









На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = b - 2$$

$$4 - 4\sqrt{14} + 14 = 18 - 4\sqrt{14}$$

$$(b-2)^2 + b^2 = 9 \quad 2b^2 - 4b + 4 = 9$$

$$2b^2 - 4b = 5$$

$$2b^2 - 4b - 5 = 0$$

$$D = 16 + 40 = 56$$

$$4x = -6 - 4\sqrt{14} \quad x = \frac{-6 - 4\sqrt{14}}{4} = -\frac{3}{2} - \sqrt{14}$$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0 \quad p = ?^2 \quad \text{имеет реш}$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$\cos x \neq 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$p = \frac{-3 \cos^2 x - 3 \cos x - 1}{\cos^3 x} = -\frac{3}{\cos x} - \frac{3}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^3 x}$$

$$t = \frac{1}{\cos x} \quad t \in (-1; 1) \setminus \{0\} \quad f(t) = -\frac{3}{t} - 3t - t^3 + 3$$

$$p = f(t) \quad t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$f(t) = -3t - 3t^2 - t^3$$



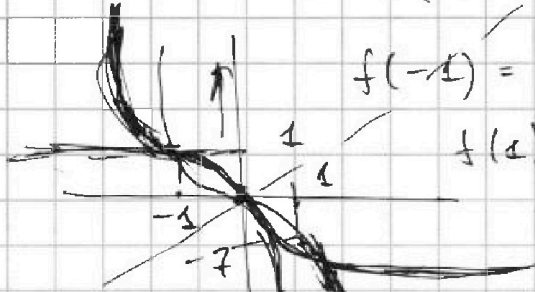
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = -3t - 3t^2 - t^3 = -t(3 + t + t^2)$$



$$f(-1) = 3 - 3 - (-1) = 1$$

$$f(1) = -3 - 3 - 1 = -2$$

$$f'(t) = -3 - 6t - 3t^2 = -3(1 + 2t + t^2) = -3(t+1)^2 < 0$$

$$p \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$$

$$\sqrt[3]{p} \cos x$$

$$p = -3t - 3t^2 - t^3$$

$$t \in [-1, 1]$$

$$t = 0 \text{ не рен}$$

$$(\cos x + 1)^3 + (p-1) \cos x = 0$$

$$p-1 \cos x = (\cos x + 1)^3$$

$$\sqrt[3]{(1-p)} \cos x = (\cos x + 1)$$

$$\sqrt[3]{(1-p)} = \left( \frac{\sqrt[3]{t}}{q^2} + \frac{1}{q} \right)$$

p

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + p - (p) + 1 = 0$$

$$\cos^2 x (p \cos x + 3) + 3$$