



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) a -тый член, k -шая прогрессия

$$ak^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$ak^8 = x+3$$

$$ak^{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

Заметим что все $\neq 0$, иначе все $= 0$

$$\begin{cases} 25x-9=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Rightarrow ?!$$

$$k^8 = \frac{ak^{11}}{ak^6} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$k^4 = \left| \frac{1}{x-6} \right|$$

$$k^2 = \sqrt{\frac{1}{|x-6|}}$$

$$ak^6 \cdot k^2 = x+3$$

$$\sqrt{25x-9} \cdot \frac{1}{|x-6|} = x+3$$

$$1) \ x-6 > 0 \Rightarrow \sqrt{25x-9} = x+3$$

$$25x-9 = x^2+6x+9$$

$$x^2-19x+18=0$$

$$\begin{cases} x=1 - \text{корень} \\ x=18 - \text{корень} \end{cases}$$

$$2) \ x-6 < 0 \Rightarrow \sqrt{9-25x} = x+3$$

$$9-25x = x^2+6x+9$$

$$x^2+31x=0$$

$$\begin{cases} x=0 - \text{корень} \\ x=-31 - \text{корень} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \{0; 1; -31\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$|y+4| + 4|y-5| \quad \begin{array}{l} \downarrow \text{на } (-\infty; -4] \\ \downarrow \text{на } [-4; 5] \\ \uparrow \text{на } [5; +\infty) \end{array}$$

т.к. $z \geq 0$ экв. $4+y-4(y-5) = -3y+24$

$$\min_{y=5} b$$

$$|5+4| + 4|5-5| = 9$$

с др. стороны

$$z \geq 0 \Rightarrow \sqrt{81-z^2} \leq \sqrt{81} = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=5; z=0$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$x \in [-5; 1]$$

$$\sqrt{x+5} = a$$

$$\sqrt{1-x} = b$$

$$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=c \end{cases}$$

$$(a-b)^2 = 6-4-a+b = 9-(a+b)$$

$$ab=t$$

$$t^2+t-9=0 \quad \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$$

1) $t=1 \Rightarrow a=b+1$

$$b^2+2b+1+b^2=6 \Rightarrow 2b^2+2b-5=0 \quad b = \frac{-2 \pm \sqrt{4+40}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$$

$$b > 0 \Rightarrow \text{мажор } b = \frac{-1 + \sqrt{11}}{2} \Rightarrow a = 1-x = b^2 = \frac{1-2\sqrt{11}}{4} \quad x = \frac{\sqrt{11}-4}{2} \text{ - не } x$$

2) $t=-2 \Rightarrow a=b-2 \quad b^2+4+b^2=6 \Rightarrow b^2-2b-1=0 \Rightarrow b=1 \pm \sqrt{2}; b > 0 \Rightarrow b=1+\sqrt{2}$

$$1-x=b^2=3+2\sqrt{2} \quad x = -2\sqrt{2}-2 \text{ - не } x \quad x = \sqrt{2}-2 \text{ - не } x$$

$$1-x=b^2=3+2\sqrt{2} \quad x = -2\sqrt{2}-2 \text{ - не } x \quad \text{Ответ: } \left(\frac{\sqrt{11}-4}{2}; 5; 0\right) \cup (-2\sqrt{2}-2; 5; 0)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p \cdot 4 \cdot \cos^3 x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$4(p \cdot \cos^3 x + 3 \cos x) = 4(3 \cos^2 x + 1)$$

$$p \cdot \cos^3 x + 3 \cos x - 3 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos^3 x - 1) = 0$$

$$\cos x = t$$

$$(p-1)t^3 = (1-t)^3$$

$$\begin{cases} t=0 \\ p-1 = \left(\frac{1-t}{t}\right)^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0=1 \text{ ?!} \\ p-1 = \left(\frac{1-t}{t}\right)^3 \end{cases}$$

$$t \in [-1; 1] \Rightarrow \frac{1-t}{t} = \frac{1}{t} - 1 \in (-\infty; -2] \cup [0; \infty)$$

$$p-1 = \left(\frac{1-t}{t}\right)^3 \in (-\infty; -8] \cup [0; \infty)$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; \infty) \quad \text{углы любого периода } \mathbb{Z} \text{ корней}$$

$$\sqrt[3]{p-1} = \frac{1}{t} - 1 \Rightarrow \frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1} + 1 \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$\text{корень } \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

или $p \in (-\infty; -7] \cup [1; \infty)$

$$\text{Ответ: } p \in (-\infty; -7] \cup [1; \infty), \quad x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \right) + 2\pi k, \quad \text{где } k \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем для каждого типа симметрии сколько положений подходит, оно равно кол-ву способов закрасить $\frac{8}{2} = 4$ клетки на половине прямоугольника все клетки которой переходит в др. половину. Заметим что для каждой раскраски строится обратная к ней раскраска всего ^{прямоу.} на кот. выделена вобранная симметрия $\frac{400 \cdot 100}{2} = 2 \cdot 10^4$

↓
для каждой симметрии подходит $\binom{4}{2} \cdot 10^4$ раскрасок прямоугольника

⚡ сколько раскрасок под ≥ 2 симметрии, заметим, что если 2 симметрии выполнены \Rightarrow выделена и 3-я \Rightarrow достаточно показать сколько раскрасок 3-ми симметриями \Rightarrow как-то = кол-во сп-бов закрасить $\frac{8}{4} = 2$ клетки в четверти прямоу. (контр. нитки левые 50×250 клеток образующие т.к. прямоу. 50×250) = $\binom{2}{10^4}$

т.к. строится биекция на все подраскраски по 3 раза \Rightarrow всего $3 \cdot \binom{4}{2} \cdot 10^4 - \binom{2}{10^4}$

Ответ: $3 \binom{4}{2} \cdot 10^4 - 2 \binom{2}{10^4}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$710 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 2 \pmod{3} \quad (+)$$

$$a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3} \quad (\otimes) \Rightarrow a - b \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow ?!$$

$$a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b - a \equiv 2 \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a-c < b-c$$

$$1) \quad a-c=1 \quad b-c=p^2$$

$$b-a=p^2-1 \Rightarrow p^2 \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow p=3$$

$$b = a + 8$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+2808}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-1 \pm 53}{2} = -27; 26$$

$$b = -19; 34 \quad c = -28; 25$$

$$2) \quad a-c = -p^2 \quad b-c = -1$$

$$b-a = p^2 - 1 \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p=3$$

$$b = a + 8 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0 \Rightarrow a = -27; 26$$

$$b = -19; 34 \quad c = -18; 35$$

$$3) \quad a-c = -p \quad b-c = p$$

$$\Rightarrow b = 2p + a \quad 2p \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a^2 + a + 2p \equiv 710 \pmod{3}$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4(710-2p)}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1+4(x+2p)} \in \mathbb{Z} : 2$$

$$p \neq 3 \Rightarrow \begin{cases} p \geq 5 \\ p=2 \end{cases} \quad p=2 \text{ не может} \Rightarrow p \geq 5$$

$$\sqrt{1+4(x+2p)} = x \in \mathbb{Z} < 53$$

$$53^2 - x^2 = (53-x)(53+x) > 0$$

$$\parallel \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{4} \\ x \equiv 1 \pmod{8} \end{cases} \quad \begin{matrix} k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k+1 \end{matrix}$$

$$(26-k)(26+k) = p-8$$

rem *rem* только если p=2

$$(26-k)(27+k) = p-8$$

$$p=2 \text{ не может} \quad p=2 \text{ не может}$$

левая часть : 2 $\Rightarrow p-8 : 2 \Rightarrow p=2 \Rightarrow ?!$

Ответ: $(-27; -19; -18) \cup (26; 34; 25) \cup$
 $(-27; -19; -18) \cup (26; 34; 35)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x - 6 \cos 2x + 10$$

$$\begin{aligned} 0 < 1 \\ p < 1 \\ -p < 4 \\ p \in (-7, 1) \end{aligned}$$

$$0 = 4$$

$$p \cdot 4 \cdot \cos^3 - p \cdot 3 \cos + 3p \cos + 12 \cos =$$

$$= 12 \cos^2 - 6 + 10$$

$$\begin{aligned} 402 \cdot 4 = \\ = 2808 \end{aligned}$$

$$4(p \cdot \cos^3 + 3 \cos) = 4(3 \cos^2 + 1)$$

$$p \cdot \cos^3 + 3 \cos - 3 \cos^2 - 1 = 0$$

$$p \cdot \cos^3 + 3 \cos - 3 \cos^2 - 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 + (\cos-1)^3 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 = (\cos-1)^3$$

$$p-1 = \left(\frac{\cos-1}{\cos}\right)^3 = \left(\frac{1}{\cos} - 1\right)^3$$

$$(p-1) = \frac{1}{\cos} (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$a-c=p$$

$$b-c=p$$

$$a=2p, b-a=2p$$

$$\begin{aligned} (a-c) &= 1 \\ b-c &= p^2 \end{aligned}$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$a-c = -p^2$$

$$b-c = -1$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$a-c = -p$$

$$b-c = p$$

$$b = a + 2p$$

$$p = \frac{1}{3}$$

$$a^2 + a + p = 710$$

$$a(a+1)$$

$$b = a + 4$$

$$a$$

$$\begin{aligned} a-c &= 2 \\ b-c &= 2 \end{aligned}$$

$$b-a = 2p$$

$$b-a = 10$$

$$b-a = 14$$

$$b-a = 22$$

$$b-a = 26$$

$$b-a = 34$$

$$p = \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

каждый вершина вне основания — S
 проведем в каждой грани высоты
 из S и спроецируем высоты на основание (перпендикулярно)

$S \rightarrow O$ высоты \rightarrow перпендикулярны из O

Из каждой высоты в грани $= h_a, h_b, h_c$

h_a и h_b в грани с равной площадью основания

этих граней равны $\Rightarrow h_a = h_b$

основание в грани с h_c \Rightarrow площадь, что h_c меньше в $\frac{2}{3}$ раза

$$\Rightarrow h_c = \frac{2}{3} h_a$$

A', B', C' — точки в основании на ~~краях~~ основании,
 куда падают высоты граней из S

$$SA' = SB'; SO = SO; SO \perp SA'; SO \perp SB' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle SA'O = \triangle SB'O \Rightarrow OA' = OB' \Rightarrow O \text{ на биссектрисе}$$

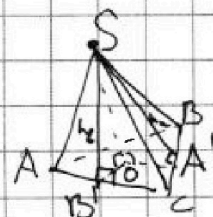
$\angle ACB \Rightarrow$ углы граней SBC и SAC с основанием

\angle равны, пусть это \angle

углы грани SAB с основанием $= \beta$

$$\Rightarrow S_{ABC} \text{ по пр-н площади}$$

$$1 = 6 \cdot \cos \angle + 2 \cdot \cos \beta$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m.k \quad SO=SO \Rightarrow h_c \sin \beta = h_a \sin \alpha$$

$$\frac{2}{3} \sin \beta = \sin \alpha$$

$$\frac{2}{3} \sin \beta = \sin \alpha$$

$$1 = 6 \cos \alpha + 2 \cos \beta$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{4}{9} \sin^2 \beta = \frac{4}{9} (1 - \cos^2 \beta)$$

$$6 \cos \alpha = 1 - 2 \cos \beta$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{(1 - 2 \cos \beta)^2}{36}$$

$$1 = \frac{4}{9} - \cos^2 \beta \cdot \frac{4}{9} + \frac{1 + 4 \cos^2 \beta - 4 \cos \beta}{36}$$

$$36 = 16 - 16 \cos^2 \beta + 1 + 4 \cos^2 \beta - 4 \cos \beta$$

$$12 \cos^2 \beta + 4 \cos \beta - 19 = 0$$

$$\cos \beta = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 19 \cdot 12}}{24} = \frac{-4 \pm \sqrt{4 + 19 \cdot 12}}{12} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 19 \cdot 3}}{6}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{58}}{6} < -1$$

$$\cos \beta > 1 \Rightarrow \cos \beta \text{ не существует}$$

$$h = SO = V = h_{ABC} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot h_c \cdot \sin \beta = \frac{1}{3} \sin \beta \cdot \frac{2}{3} \cdot a \leftarrow \text{сторона основания}$$

$$1 = S_{ABC} = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a / 2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow V = \frac{4}{3\sqrt{3}} \cdot \sin \beta =$$

$$= \frac{4}{3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$$

$$\sin \beta > 0, m.k \in (0, \pi)$$

Ответ:
несуществует



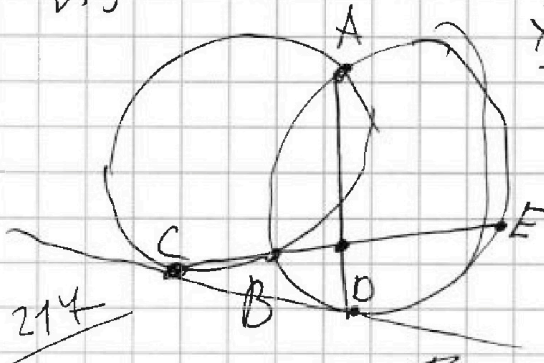
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

259



$$\frac{19}{38} \times \frac{9}{2} = \frac{190}{76} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{19}{2} \times \frac{3}{54} = \frac{19}{36}$$

$$\frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a}{2} = \frac{19}{217}$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$3 \cos \alpha = \frac{1}{2} \cos \beta$$

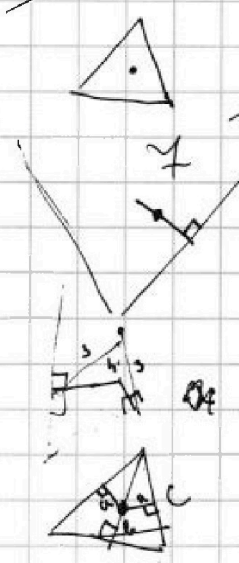
$$3 \sin \alpha = 2 \sin \beta$$

$$y = 4 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^2 \frac{\beta}{4}$$

$$8 = 3 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \frac{1}{4}$$

$$8 = 3 - \cos^2 \alpha \cos^2 \frac{\beta}{4}$$

214



$$(x-x_1)^2 + (y-r_2)^2 = r_2^2$$

$$x^2 + (y-r_1)^2 = r_1^2$$

$$x^2 + y^2 - 2r_1 y = 0$$

$$x^2 - 2x x_1 + x_1^2 + y^2 - 2y r_2 = 0$$

$$x = \sqrt{2r_1 y - y^2}$$

$$2r_1 y - y^2 - 2x_1 \sqrt{2r_1 y - y^2} + x_1^2 + y^2 - 2y r_2 = 0$$

$$2r_1 y + x_1^2 - 2y r_2 = 0$$

$$2y(r_1 - r_2) + x_1^2 - 2x_1 \sqrt{2r_1 y - y^2} = 0$$

$$4y^2(r_1 - r_2)^2 + x_1^4 + 4y(r_1 - r_2)x_1^2 - 2x_1^2 y(2r_1 - y) = 0$$

$$4y^2(r_1 - r_2)^2 + y(4(r_1 - r_2)^2 x_1^2 - 2x_1^2(2r_1 - y)) + x_1^4 = 0$$

$$\frac{6}{c} \cos \alpha = a \quad \frac{6}{c} \sin \alpha = h \quad \frac{4}{c} \cos \beta = b \quad \frac{4}{c} \sin \beta = h$$

$$8 \cos \alpha + 2 \cos \beta = 1$$

$$\cos \beta = \frac{1}{2} - 3 \cos \alpha$$

$$\frac{3 \cos \alpha}{2 \sin \beta} = 1$$

$$3 \sin \alpha = 2 \sin \beta$$

$$\sin \beta = \frac{3}{2} \sin \alpha$$

$$\frac{1}{4} \cos \beta = \frac{1}{4} \cos \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ak^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$ak^8 = x+3$$

$$ak^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$k^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$k^4 = \frac{1}{|x-6|}$$

$$k^2 = \sqrt{\frac{1}{|x-6|}}$$

$$\begin{array}{l|l} 1+\sqrt{2} & 8 \\ 3+2\sqrt{2} & 6 \\ 2\sqrt{2} & \end{array}$$

$$\frac{9}{25} \quad 6$$

$$\frac{3-\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{|x-6|}} = x+3$$

$$-x = \frac{8-2\sqrt{11}}{5}$$

$$-p \quad x = 7$$

$$0 \quad 1$$

$$p \quad 1$$

$$1) x > 6 \Rightarrow \sqrt{25x-9} = x+3$$

$$\sqrt{11}-4 \quad 2$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6(\cos 2x) + 10$$

15.

$$\cos 3x = 4\cos^3 - 3\cos$$

$$25x-9 = x^2+6x+9$$

$$x^2-19x+18=0$$

$$(x-1)(x-18)=0$$

$$x=18$$

$$p \cdot 4t^3 - 3t + 3pt + 12t = 2) x < \frac{9}{25}$$

$$= 12t^2 + 4$$

$$\sqrt{9-25x} = x+3$$

$$pt^3 - 3t + 3pt + 12t - 4 = 0 \quad 9-25x = x^2-6x+9$$

$$3pt^2 - 24t + 3p + 9 = 0$$

$$x^2+19x=0$$

$$x(x+19)=0$$

$$p \cdot (\cos 3x + 3\cos x) + 12\cos = 6\cos 2x + 10$$

$$3 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 =$$

$$= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$p \cdot 4\cos^3 + 12\cos = 12\cos^2 + 4$$

$$p \cdot 4\cos^3 = 4(3\cos^2 - 3\cos + 1)$$

$$p \cdot \cos^3 = 3\cos^2 - 3\cos + 1$$

$$(p+1)\cos^3$$

$$3p\cos^2$$

$$6\cos - 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C_{2 \cdot 10^4}^4 \cdot 3 - C_{10^4}^2$$

$$a^2 + b = 710 >$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2} \Rightarrow a^2 \neq -|a|$$

$$y=5 \quad z=0$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 =$$

$$= 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$x \leq 1 \quad x \geq -5$$

$$(1-x)(5+x) =$$

$$= -x^2 - 4x + 5$$

$$- \quad \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

$$a-c = -p \Rightarrow a = c-p$$

$$b-c = -1 \Rightarrow b = c-1$$

$$x = -1$$

$$4\sqrt{6} =$$

$$a; b < \sqrt{6}$$

$$x+5 > 1-x \Rightarrow x > -3$$

$$\sqrt{x+5} = a \quad \sqrt{1-x} = b$$

$$a-b+4 = 2ab$$

$$a^2 - b^2 = 12ab - 24$$

$$(a+b)^2 = a-b+10$$

$$(a-b)^2 = 2+b-a$$

$$2) a=b+2 \quad 2b^2+4b+1=6$$

$$2b^2+4b$$

$$1) a=b+1$$

$$b^2+2b+1+b^2=6$$

$$a \equiv 0 \Rightarrow \begin{array}{l} 2\sqrt{6} - 1 + \sqrt{11} \\ 12 - 2\sqrt{11} \end{array}$$

$$a \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 2$$

$$a \equiv 1 \Rightarrow b \equiv 1$$

$$a \equiv 2 \Rightarrow b \equiv 1$$

$$a \equiv 0 \quad b \equiv 2$$

$$a \equiv 2 \quad b \equiv 1$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{array}{l} a-c=1 \Rightarrow a=c+1 \\ b-c=p \Rightarrow b=c+p \end{array} \quad p \equiv 0 \quad 3$$

$$a-b \equiv 2 \Rightarrow b-a \equiv 2$$

$$b-a = p-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p=3$$

$$C^2+2C+1+0+3=710$$

$$C^2+3C-706=0$$

$$b=a+2$$

$$a^2+a+2=710$$

$$a^2+a=708$$

$$a(a+1)$$

$$\begin{array}{r} \times 25.2 \\ 125 \\ \hline 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 708 = \\ 2 \cdot 354 = \\ = 4 \cdot 177 = \\ = 4 \cdot 3 \cdot 59 \end{array}$$

$$a^2 - b^2 = x^2 + 0 + x + 5 - x^2 - x - 1 = 12x - 24$$

$$a^2 = x+5 \quad a^2 + b^2 = 6$$

$$b^2 = 1-x$$

$$a-b=t \quad t^2 = 2-t$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t=1$$

$$t=-2$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$$