



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

По условию, для  $x \in \mathbb{R}$  есть  $a, r \in \mathbb{R}$ :  $a_n := a \cdot r^{n-1}$

$$a_4 = ar^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}, \quad a_{10} = ar^9 = x+4, \quad a_{12} = ar^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

Тогда  $\frac{a_{12}}{a_4} = r^8 = (x-3)^2 \Rightarrow |x-3| = r^4$

$$a_{12} \cdot a_4 = a^2 \cdot r^{14} = \frac{|15x+6|}{|x-3|} = \frac{|15x+6|}{r^4}$$

$$\Rightarrow (x+4)^2 = (ar^9)^2 = a^2 r^{18} = |15x+6|$$

По условию,  $x \neq 3$  и  $(x-3)(15x+6) > 0$ , т.е.  $\begin{cases} x > 3 \\ x < -\frac{2}{5} \end{cases}$   
- допустимые значения  $x$ .

1.  $x > 3$

$$x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 5$$

2.  $x \leq -\frac{2}{5}$

$$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_1 = -22, x_2 = -1$$

Предоставим для каждого решения прогрессию:

$$x = 5: \quad a = 9 \cdot 2^{-\frac{3}{4}}, \quad r = 2^{\frac{1}{4}} \quad \text{— у.у. условия}$$

$$x = -22: \quad a = 18 \cdot 5^{-\frac{9}{2}}, \quad r = 5^{\frac{1}{2}} \quad \text{— у.у. условия}$$

$$x = -1: \quad a = 3 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}, \quad r = 2^{\frac{1}{2}} \quad \text{— у.у. условия}$$

Ответ:  $-22, -1, 5$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

Положим  $t := \sqrt{225-z^2}$  и заметим, что  $|t| \leq 15$ .

1.  $y \geq 35$   $y-20 + 2(y-35) = 3(y-30) = t$ ,

при этом  $3(y-30) \geq 15$  и  $t \leq 15 \Rightarrow t = 15, z = 0, y = 35$ .

2.  $20 \leq y < 35$   $-y + 50 = t$ , при этом  $-y + 50 > 15$  X.

3.  $y < 20$   $90 - 3y = t$ , при этом  $90 - 3y > 30$  X.

Подставим  $y = 35$  и  $z = 0$  в 1-е уравнение:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

Положим  $a = \sqrt{x+7}$ ,  $b = \sqrt{5-x}$ , тогда  $a^2 + b^2 = 12$ ,

$$a - b + 6 = 2ab$$

Обозначим  $d = a - b$ , тогда  $d + 6 = 2ab$ ,

$$d^2 = (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 6 - d, \quad d^2 + d - 6 = 0$$

$$d_1 = -3, \quad d_2 = 2$$

1.  $d = -3$   $ab = \frac{3}{2}$ ,  $b = a + 3$   $x = a^2 - 7 = \frac{3}{2} - 3a + 7$

$$a^2 + 3a - \frac{3}{2} = 0, \quad a_{1,2} = \frac{3}{2}(-1 \pm \sqrt{2}) \quad x_{1,2} = -1 \pm \frac{9}{2}\sqrt{2}$$

при этом  $x_1 > 5$  (т.к.  $9\sqrt{2} > 12, \sqrt{2} > \frac{4}{3}$ ) и

$x_2 < -7$  (т.к.  $\frac{9}{2}\sqrt{2} \ll 6$ ) - корней нет.

2.  $d = 2$   $ab = 4$ ,  $b = a - 2$ :  $a^2 - 2a - 4 = 0$   $a_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$

$x = a^2 - 7 = 2a + 3 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{5}$  - подходят под условие.

Ответ:  $x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{5}$ ,  $y = 35$ ,  $z = 0$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

Задача №3  $\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$ ,  $p \in \mathbb{R}$

Положим  $t = \cos x$  и воспользуемся формулами двойного и тройного угла:

$$4t^3 - 3t + 6t = 3(2t^2 - 1) + p$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - 3 = p$$

Заметим, что  $4t^3 - 6t^2 + 3t - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(2t-1)^3$ , т.е.

$$\frac{1}{2}(2t-1)^3 - \frac{5}{2} = p \Rightarrow (2t-1)^3 = 2p+5$$

Так как  $-1 \leq t \leq 1$ ,  $-27 \leq 2p+5 \leq 1$ , ~~-27~~  $-16 \leq p \leq -2$ .

Тогда  $2t-1 = \sqrt[3]{2p+5}$ ,  $t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{2p+5}$ .

Окончательно,  $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{2p+5}\right) + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Ответ:  $-16 \leq p \leq -2$ ,  $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{2p+5}\right) + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

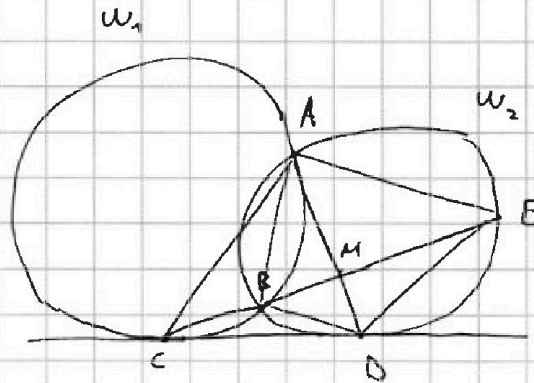
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$CM : ME = 9 : 25, ED : CD = ?$$

Из  $\pi$ -ки об угле между касательной и секущей,



$$\angle ACD = \pi - \angle ABC = \angle ABE = \angle ADE \quad (\text{окр-ть } w_1, \text{ } CD \text{ и } AC)$$

$$\angle ADC = \angle AED \quad (\text{окр. } w_2, \text{ } CD \text{ и } AD)$$

Отсюда  $\triangle DCA \sim \triangle EDA$ .  $\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$

Из  $\pi$ -ки о касательной и секущей,  $\triangle CBA \sim \triangle CDE$ .

$$\angle CAD = \pi - \angle ACD - \angle ADC = \pi - \angle ADE - \angle AED \Rightarrow AM - \text{бисс. } \triangle CAE, \quad = \angle DAE$$

Тогда  $\frac{AC}{AE} = \frac{CM}{ME} = 9/25$ . Из подобия  $AD^2 = AC \cdot AE$ ,

Тогда  $AD^2 = AC^2 \cdot \frac{9}{25}$ ,  $AD = \frac{3}{5} AC$ .

Обратно,  $\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$ .

Ответ:  $\boxed{3:5}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

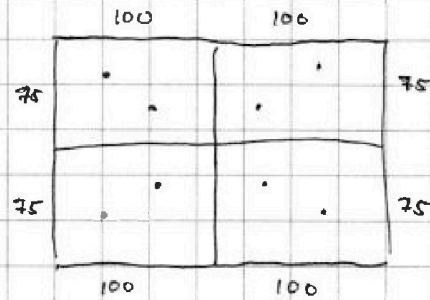
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

Ответит на данный вопрос  
(трёх)  
для каждой из симметрий по



отдельности: заметим, что каждая такая конструкция из 8-ми точек будет однозначно задаваться 4-мя точками в фиксированном прямоугольнике  $150 \times 100$ .

Тогда для каждой отдельной симметрии ответ:  $C_{15000}^4$ .

Если же конструкция удовлетворяет любым двум симметриям одновременно, то, несложно увидеть, что она обладает всеми тремя симметриями и однозначно задаётся двумя точками в фиксированном прямоугольнике  $75 \times 100$ , тогда всего таких конфигураций:  $C_{7500}^2$ .

Окончательно, по формуле включения-исключения в данном случае общее количество конфигураций:  $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$ .

Ответ:  $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

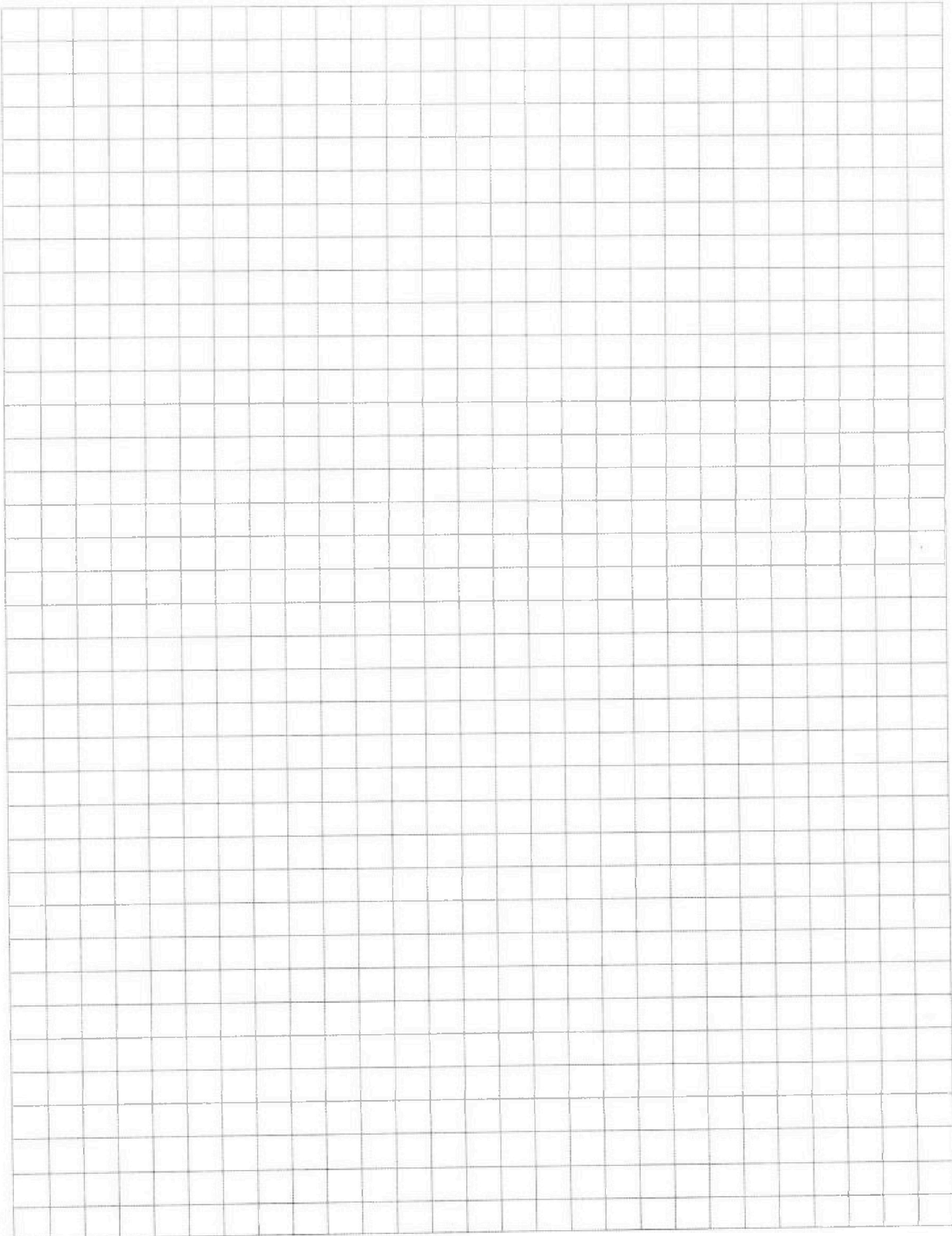
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \quad x \in \mathbb{R} \quad a, r \in \mathbb{R} \quad a_1 = a \quad a_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$a_4 = a \cdot r^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \quad a \cdot r^3 = x+4 \quad a_{12} = a \cdot r^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = r^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow |x-3| = r^4$$

$$(x-3)(15x+6) \geq 0 \quad + \quad - \quad + \quad x > 3 \vee x \leq -\frac{2}{5}$$

$$x = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$$

$$a_{12} \cdot a_4 = a^2 \cdot r^{14} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \cdot \sqrt{(15x+6)(x-3)} = \frac{|15x+6|}{|x-3|} = \frac{|15x+6|}{r^4}$$

$$\Rightarrow a^2 \cdot r^{18} = (a \cdot r^9)^2 = (x+4)^2 = |15x+6|$$

$$1. \quad x > 3 \quad x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 5$$

$$2. \quad x \leq -\frac{2}{5} \quad x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_1 = -22, \quad x_2 = -1$$

$$r^2 = \frac{9\sqrt{2}}{9}$$

$$x = 5: \quad r^4 = 2, \quad r = \sqrt[4]{2}$$

$$x-3=2 \quad 15x+6 = 81 = (x+4)^2 = 9^2$$

$$9 = a \cdot r^3 = a \cdot 2^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{2} \Rightarrow a = \frac{9}{4\sqrt{2}}$$

$$a \cdot r^3 = \frac{9}{2^{\frac{3}{4}}}$$

$$a^2 \cdot r^{20} = 9 \cdot 9\sqrt{2}$$

$$2^5$$

$$a \cdot 2^{\frac{20}{4}} = 9 \cdot 2^{\frac{1}{4}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -1 \quad x - 3 = -4 = -2^2 \quad r = \sqrt{2} \quad a \cdot r^3 = 3$$

$$15x + 6 = 20 - 3^2 \quad a = \frac{3}{2^{\frac{3}{2}}}$$

$$x = -22 \quad x - 3 = -5^2 \quad r = \sqrt{5} \quad a \cdot r^3 = 18$$

$$15x + 6 = -18^2 \quad a = \frac{18}{5^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sqrt{2} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{array} \right. \quad 225 = 45 \cdot 5 = 15^2$$

$$x \geq -7 \quad x + 3z \leq 5$$

$$y - 2x - x^2 + z \geq 0$$

$$-45 \leq 3z \leq 45$$

$$x - 45 \leq 5$$

$$y + 1 - (x+1)^2 + z \geq 0$$

$$-7 + 3z \leq 5$$

$$x \leq 50$$

$$7 \leq x \leq 50$$

$$3z \leq 12$$

$$z \leq 4$$

$$+6 \leq x+1 \leq 51$$

$$5^2 \leq (x+1)^2 \leq 51^2$$

$$-51^2 \leq -(x+1)^2 \leq -5^2$$

$$1) y \geq 35 \quad y - 20 + 2y - 70 = 3y - 90 = t$$

$$3(y - 30) = t$$

$$2) y \downarrow 20 \leq y \leq 35$$

$$\Rightarrow y = 35, t = 15, z = 0$$

$$y - 20 - 2y + 70 = -y + 50$$

$$15 \leq$$

$$\leq 30$$

$$(X)$$

$$3) y < 20 \quad 90 - 3y = 3(30 - y) = t$$

$$-y > -20 \quad 30 - y > 20$$

$$\otimes$$

$$y = 35, z = 0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$18 + 6 = 2ab$$

$$18 + d = (a+b)^2$$

$$(x+7)(5-x) = 35 - 2x - x^2$$

$$a - b + 6 = 2ab$$

$$a^2 = x+7 \quad b^2 = 5-x$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 12 - 6 - (a-b)$$

$$a^2 + b^2 = 12$$

$$d = a - b$$

$$d^2 + d - 6 = 0$$

$$d = \frac{1}{2}(-1 \pm 5)$$

$$d_1 = -3$$

$$d_2 = 2$$

$$1+24$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \quad a^2 + b^2 = 12 \quad d = a - b \quad 1) d = -3 \quad ab = \frac{3}{2}$$

$$a^2 = x + 7$$

$$b^2 = 5 - x$$

$$a - b = -3$$

$$a - b = -3$$

$$b = a + 3$$

$$a(a+3) = \frac{3}{2}$$

$$a^2 + 3a - \frac{3}{2} = 0 \quad a_{1,2} = \frac{1}{2}(-3 \pm 3\sqrt{5})$$

$$D = 9 + 9 = 2 \cdot 3^2$$

$$a_1 = \frac{3}{2}(1 + \sqrt{2})$$

$$a_2 = \frac{3}{2}(\sqrt{2} - 1)$$

$$x = a^2 - 7 = \frac{3}{2} - 3a - 7$$

$$2) d = 2 \quad b = a - 2 \quad ab = 4$$

$$a(a-2) = 4 \quad a^2 = 2a + 4$$

$$x \geq -7, x \leq 5$$

$$a^2 - 2a - 4 = 0$$

$$D = 4 + 16 = 20 \quad a_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$x_1 = \frac{3}{2} - 7 + \frac{3}{2}(1 + \sqrt{2})$$

"

$$-1 + \frac{3}{2}\sqrt{2} \leq 5$$

$$x = a^2 - 7 = 2a + 4 - 7 = 2a - 3$$

$$x_2 = \frac{3}{2} - 7 - \frac{3}{2}(\sqrt{2} - 1) = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{2} \geq -7$$

$$3\sqrt{2} \leq 12$$

$$3\sqrt{2} \leq 4$$

$$\text{False} \quad \otimes$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2} \leq 6$$

$\otimes$

$$3\sqrt{2} \leq 12$$

$$x_3 = -3 + 2(1 - \sqrt{5}) = -1 - 2\sqrt{5} \geq -7$$

Ответ:

$$x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{5} \leq 6$$

$$\sqrt{5} \leq 3 \quad \otimes$$

$$x_4 = -3 + 2(1 + \sqrt{5}) = -1 + 2\sqrt{5} \leq 5$$

$$2\sqrt{5} \leq 6 \quad \checkmark$$

$$y = 35$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{3} \quad p \in \mathbb{R} \quad \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$4t^3 - 3t + 6t = 3(2t^2 - 1) + p$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4t^3 + 3t - 3(2t^2 - 1) = p$$

$$t = \cos x \quad |t| \leq 1$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$t \in \mathbb{R} \quad -4 \leq p \leq -3 - 3 = -6 \leq 4$$

$$p \geq -4 - 6 - 3 - 3 = -16$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad t = \frac{a+b}{2}$$

$$p = \frac{1}{2}(2t-1)^3 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} 8 \left(\frac{t}{2} - 1\right)^3 = 8 \frac{1}{2} (8t^3 - 3 \cdot 4t^2 + 3 \cdot 2t - 1) = 4t^3 - 6t^2 + 3t - \frac{1}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



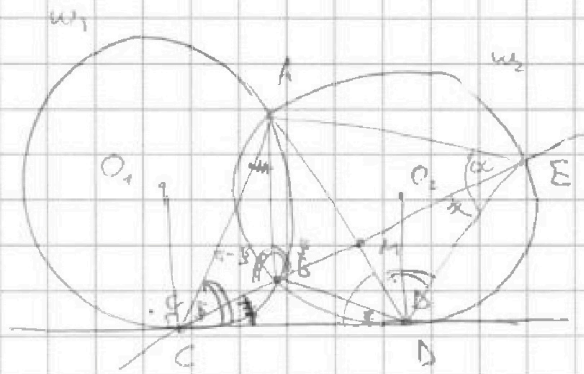
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3} \quad t = \cos x \quad |t| \leq 1 \quad p = \frac{1}{2}(2t-1)^3 - \frac{5}{2} \quad (2t-1)^3 = 2p+5$   
 $t = -1 \quad (2t-1)^3 = -27 \quad 2p+5 \geq -27, p \geq -16$   
 $t = 1 \quad (2t-1)^3 = 1 \quad 2p+5 \leq 1, p \leq -2$   
 $2t-1 = \sqrt[3]{2p+5} \quad t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{2p+5}$   
 $\cos x = t \quad x = \pm \arccos t + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 $-16 \leq p \leq -2$

$\sqrt{4} \quad \angle D : \angle CD = ?$   
 $CM : ME = 9 : 25$



$CD^2 = CB \cdot CE = BC \cdot CE$

$\angle ADC = \angle AED$

$\angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOC = \angle ADE$

$\angle AOC = 2\pi - \angle CO_1A = 2\pi - 2\angle ABC = 2(\pi - \angle ABC) = 2\angle ABE = 2\angle ADE$

$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADE \Rightarrow \triangle DCA \sim \triangle EDA$

$AD^2 = AC \cdot AE$

$\frac{DC}{ED} = \frac{EA}{BC} = \frac{DA}{CA} = \frac{EA}{DA}$

$S = \frac{1}{2} AE \cdot ED \cdot \sin \alpha$   
 $= \frac{1}{2} AC \cdot CD \cdot \sin \beta$   
 $= \frac{1}{2} AB \cdot BE \cdot \sin \beta$

$\angle ECD = \angle BAC$

$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACE = 2\pi$

$\angle ECD + \angle ABC + \angle ACE = 2\pi \quad \frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AE}{\sin \beta}$

$\beta + \pi - \beta = \pi$

$\angle CDB = \angle CEA$

$\angle CBD = \alpha + \beta$

$\triangle CBD \sim \triangle CEA$

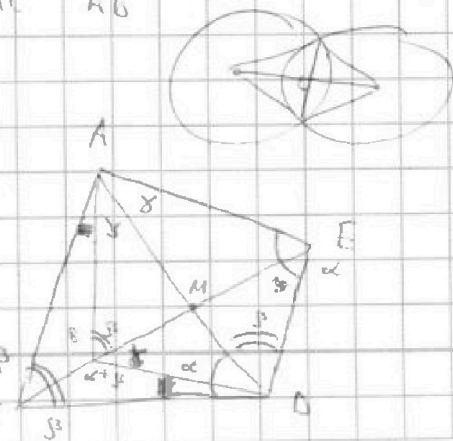
$\frac{BC}{CB} = \frac{BD}{CE} = \frac{CD}{AE}$

$\frac{CM}{ME} = \frac{9}{25} = \frac{AC}{AE}$

$\varphi = \angle ADB \quad \varphi + 2\beta + \beta = \pi$

$\frac{CD}{DE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AD}$

$\angle BCD = \alpha + \beta = \pi - \varphi - \beta + \beta = \pi - \varphi$   
 $\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \alpha}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4  $\frac{AC}{AE} = \frac{3}{25}$

$AE = \frac{25}{9} AC$

$\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{\sin B}{\sin C}$

$\frac{BC}{CD} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE}$

$\frac{CD}{DE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AD} = \frac{5}{3}$

$AD^2 = AC \cdot AE$   
 $CD^2 = BC \cdot CE$

$AD^2 = AC^2 - \frac{4}{25}$

$AD = \frac{2}{3} AC$

$\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

$AD^2 = AC \cdot AE = AC^2 \cdot \frac{25}{9}$

№5 8 кр. центр, верт. т.р.

$C_{100-150}^4$

$3 C_{100-150}^4$

центр + верт. т.р.:

$C_{75-100}^2$

центр + т.р.:

$C_{75-100}^2$

верт. т.р.:

центр + верт. т.р.:

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

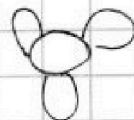
$- 2P(A \cap B) - 2P(A \cap C) - P(B \cap C) +$

$2P(A \cap B \cap C)$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(B) -$

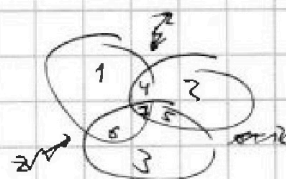
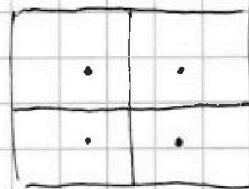
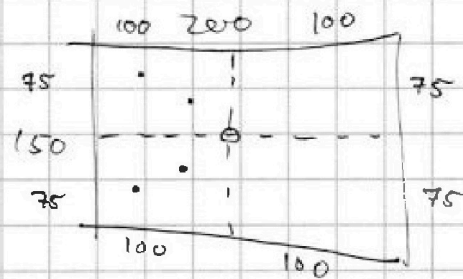
$P(B \cap C) - P(A \cap C)$

$3 C_{100-150}^4 - 2 C_{75-100}^2$



$3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 4 + 6 = 31$

21



$1 + 4 + 6 + 7$

$2 + 4 + 5 + 7$

$3 + 5 + 6 + 7$

$1 + 2 + 3 + 2 \cdot (4 + 5 + 6) + 3 \cdot 7$

$(4+7) - 7 + (5+7) - 7 + (6+7) - 7$

$- 18 + 21 = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

