



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^4}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть $b_1, b_1q, b_1q^2, \dots, b_1q^{n-1}$ - геометрическая прогрессия с седьмым членом $\sqrt{25x-9}$, девятым - $x+3$, 15-ым - $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$

ОДЗ:

$$(25x-9)(x-6) \geq 0$$

Ограничение: $x \neq \frac{9}{25}$, ибо иначе не соблюдается геом. прогрессия.

$$\frac{25x-9}{(x-6)^3} > 0, \quad x \neq 6$$

Учитывая ОДЗ:

Тогда:

$$\begin{cases} b_1q^6 = \sqrt{25x-9}(x-6) \\ b_1q^8 = x+3 \\ b_1q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^2 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \\ b_1q^8 = x+3 \end{cases}$$

$$q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

значит $b_1 = \frac{x+3}{q^8} = (x+3)(x-6)^2$

$$q^{14} = (q^8)^{\frac{14}{8}} = (q^8)^{\frac{7}{4}} = \left(\frac{1}{(x-6)^2}\right)^{\frac{7}{4}} = \frac{1}{(x-6)^{\frac{7}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^7}}$$

$$b_1q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{(x+3)(x-6)^2}{\sqrt{(x-6)^7}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$(x+3)(x-6)^2 \geq 0, \quad x > -3$$

$$\frac{((x+3)(x-6)^2)^2}{(x-6)^7} = \frac{25x-9}{(x-6)^3} \quad - \text{возведём в квадрат,}$$

и обе части больше 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2(x-6)^4 = (25x-9)(x-6)^4, \quad x-6 \neq 0$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases}$$

Проверим $x=1$

$\sqrt{25}$ $(25-1-9)(1-6) = 16 \cdot (-5) = -80 < 0$ - не подходит

2) $x=18$ $(25 \cdot 18 - 9)(18-9) = 441 \cdot 9 > 0$, $18 > -3$ и

$\frac{25 \cdot 18 - 9}{18 - 6} > 3$ по условию выполняется 1-ому

неравенству, т.е. тоже выполняется.

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-y-4z} + y = 2\sqrt{y-4x+x^2+z} \quad (1) \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1) \quad 81-z^2 > 0, \quad z^2 \leq 81, \quad z \in (-9; 9], \quad x \geq -5$$

Возведём в квадраты (обе части ≥ 0)

$$y^2 + 8y + 16 + 4(y^2 - 10y + 25) + 81(y+4)(y-5) = 81 - z^2$$

$$5y^2 - 32y + 116 + 81y^2 - 8y - 201 = 81 - z^2$$

$$(1) \quad y^2 - y - 20 \geq 0, \quad y \in (-\infty; -4] \cup [5; +\infty)$$

$$5y^2 - 32y + 116 + 8y^2 - 8y - 160 = 81 - z^2$$

парабола, ветви вверх

$$13y^2 - 40y - 44 \geq 81 - z^2, \quad \text{вершина } 13y^2 + 40y - 44, \quad y_0 = \frac{40}{26}$$

не входит в область рассматриваемого случая.

т.е. минимум в 1-й из крайних точек 4 или 5

$$\text{При } y=5 \quad 13 \cdot 25 - 40 \cdot 5 - 44 = 81 \geq 81 - z^2$$

$$81 - z^2 \leq 81, \quad \text{т.е. возможно только если } z=0$$

$$\text{При } y=4 \quad 13 \cdot 16 - 40 \cdot 4 - 44 = 324 > 81 - \text{невозможно.}$$

Значит, минимум достигается при $y=5$ в

данном случае. Тогда z может равняться

только 0.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

Возведем в квадрат, обе части неотрицательны
создадим -
(какая же переменная и в какую часть)

$$6 + 2\sqrt{5-4x-x^2} = 4(\sqrt{5-4x-x^2})^2 + 16\sqrt{5-4x-x^2} + 16$$

$$\sqrt{5-4x-x^2} = 1$$

гон. условие:

$$6 - 2t = 4t^2 - 16t + 16$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} \text{ и}$$

$$4t^2 - 14t + 10 = 0$$

$$2\sqrt{5-4x-x^2} = 1 \text{ знака}$$

$$\frac{D}{4} = 49 - 40 = 9$$

$$t_1 = \frac{7+3}{4} = \frac{10}{4}, \quad t_2 = \frac{7-3}{4} = 1$$

$$1) \sqrt{5-4x-x^2} = 1, \quad 5-4x-x^2 = 1$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0 \quad \frac{D}{4} = 8, \quad x_1 = -2 + 2\sqrt{2}, \quad x_2 = -2 - 2\sqrt{2} < -5 \text{ - не}$$

не подходит, подходит

$$2) \sqrt{5-4x-x^2} = 10$$

$$16(5-4x-x^2) = 100 \quad 80 - 64x - 16x^2 = 100$$

$$-16x^2 - 64x - 20 = 0$$

$$4x^2 + 16x + 5 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 64 - 20 = 44$$

$$x_1 = \frac{-8 + \sqrt{11}}{4}, \quad x_2 = \frac{-8 - \sqrt{11}}{4} = -2 - \frac{\sqrt{11}}{4}, \quad \sqrt{11} > 3$$

не подходит (< -5) ← } 3 или 4
не подходит (< -5) ← } 2, 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим: $x = -2 + 2\sqrt{2}$

$$x = -2 + 2\sqrt{2} \quad \sqrt{(-2 + 2\sqrt{2}) + 5} + \sqrt{1 - (-2 + 2\sqrt{2})} + 4 = 2$$

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = -2, \quad (\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1) = -2, \quad 2 - 2 =$$

неверно. не подходит.

$$x = -2 - 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(-2 - 2\sqrt{2}) + 5} + \sqrt{1 - (-2 - 2\sqrt{2})} + 4 = 2$$

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + 4 = 2, \quad \sqrt{2} - 1 + (1 + \sqrt{2}) = -2$$

$-2 = -2$ - верно! Подходит.

Таким образом, $(-2 - 2\sqrt{2}; 5; 0)$ - подходит.

Ответ: ~~1~~ $(-2 - 2\sqrt{2}; 5; 0)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

на области опр. $\xi(t)$ - непрерывная функция,
так что для каждого p обязательно
каждётся соответствующее t .

$$\text{т.е. } \cos v = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \implies \begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi k \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) = 6 \cos 2x + 10 - 12 \cos x$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos x) = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10 - 12 \cos x$$

$$4 \cos^3 x p = 12 \cos^2 x - 12 \cos x + 4 \quad \cos x \geq 0 - \text{точно}$$

$$p = \frac{3}{\cos x} - \frac{3}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^3 x} \quad \text{иначе } 0 = 4 - \text{не верно}$$

$$\frac{p}{\cos x} = t, \quad t \neq 0 \quad t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \quad p = 3t - 3t^2 + t^3 = f(t)$$

$$f'(t) = 3t^2 - 6t + 3 = 3(t^2 - 2t + 1) = 3(t-1)^2 \quad \text{произ-}$$

водная всегда не отрицательна, минимум в т.т. таким образом, функция ~~убывающая~~ убывающая на своей

области определения. И.е. $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$[1; +\infty)$, $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.

Заметим также, что $p = (t-1)^3 + 1$

$$p = (t-1)^3 + 1 \quad (t-1)^3 = p-1, \quad t-1 = \sqrt[3]{p-1}$$

$$t = \sqrt[3]{p-1} + 1 \quad \text{обр. замена.}$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{p-1} + 1, \quad \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = \frac{-1 + 53}{2} = 26 \quad a_2 = \frac{-1 - 53}{2} = -27$$

Если $a = 26$, то $b = 26 + 8 = 34$, $c = a - 1 = 25$

$$|a - c| |b - c| = |1 - 9| = 8 = 3^2 - \text{подходит}$$

Если $a = -27$, $b = -27 + 8 = -19$, $c = a - 1 = -28$

$$|a - c| |b - c| = |1 - 27 + 28| | -19 + 28 | = 9 = 3^2 - \text{подходит}$$

Ответ: (26; 34; 25); (-27; -19; -28)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b. (a; b; c), a < b, b - a \neq 3, (a - c)(b - c) = p^2$$

$$a^2 + b = 710$$

целыми

Делителями числа p^2 (p - простое), являются $1, -1,$

$$p, -p, p^2, -p^2$$

$$(a - c)(b - c) = p^2, b - c > a - c, \Rightarrow \text{вариант если}$$

$$a - c = b - c = p \text{ или } -p \text{ невозможно}$$

Тогда:

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases} \textcircled{2} \quad b - c > a - c, \text{ а } -p^2 < -1 - \text{ вариант } \textcircled{2}$$

также невозможно.

Значит,

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = a - 1 \\ c = b - p^2 \end{cases} \quad \text{Тогда: } b - p^2 = a - 1$$

$$b - a = p^2 - 1, \text{ но если } p = 3, \text{ то } p^2 - 1 = 0, \text{ и}$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3} \text{ а значит } b - a$$

кратно 3, что противоречит условию.

единственно возможный вариант - $b - a = 3^2 - 1 = 8$

$$b = a + 8$$

$$a^2 + b = 710, \quad a^2 + a + 8 = 710, \quad a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 + 702^2 = 2809253^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) y^2 - y - 20 < 0, y \in (-4; 5)$$

$$5y^2 - 32y + 116 - 8y^2 + 8y + 160 = 81 - z^4$$

$$-3y^2 - 24y + 276 = 81 - z^2, -3y^2 - 24y + 276 - \text{парабола,}$$

ветви вниз, максимум в $y_0 = -\frac{24}{6} = -4$, тогда мини-

мум в точке $y = 5$, но оно рассмотрено в 1), при $y = 5$ обнуляется выражение под модулем

единственно возможный случай - $y = 5, z = 0$

Подставим в (0):

003:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}, x \geq -5, x \leq 1$$

Пусть $\sqrt{x+5} = a, \sqrt{1-x} = b, a > b, b \geq 0$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 6 \\ a + b + 4 = 2ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 6 \\ a = b(2a+1) + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 6 \\ b = \frac{a-4}{2a+1} \end{cases}$$

$$\frac{a^2 + a - 4}{(2a+1)^2} = 6, a \neq 0,5, \text{ иначе } 6 + 4,5 = 6, 4,5 = 0 - \text{но верно}$$

$$a^2(2a+1)^2 + a - 4 = 6(2a+1)^2$$

$$4a^4 + 4a^3 + a^2 + a - 4 = 24a^2 + 24a + 6$$

$$4a^4 + 4a^3 - 23a^2 + 23a - 2 = 0, a = 1 - \text{подходит}$$

4,5

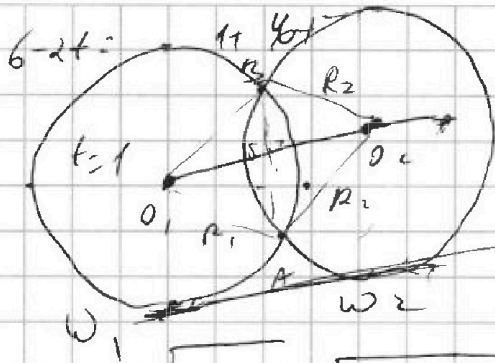


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \frac{4}{L} = -2 \quad 5 + 8 - u = 9 \\ a - c = 1 \\ b - c = p^2 \\ a - c = p \\ b - c = p \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} a &= c + 1 \\ b &= c + p^2 \\ c &= b - p^2 \end{aligned} \right.$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = \dots$$

$$4(y - 4x - x^2 + 2) \quad y - (x-2)^2 + 2$$

$$1 + \sqrt{2} - 1\sqrt{2} \quad a < b, \quad (b-a) \neq 3 \quad (a-c)(b-c) \neq p^2$$

$$\sqrt{a-c} = p \quad a < b \quad a < b, \quad b \neq a \quad (a-c)(b-c) \neq p^2$$

$$-2 + 2\sqrt{5} + 5 = 3 + 2\sqrt{5} \quad a = b \quad b = 1 \quad a = 2 \quad 26 \quad c = 26 - 1 = 25$$

$$(b-a) \neq p^2 \quad a - c = 1 \quad a - c = 3 \quad b - c = p^2$$

$$368 - 442 \quad b - c = p^2 \quad 2(1 + \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - 1) = \dots \quad a - 1 = b - p^2$$

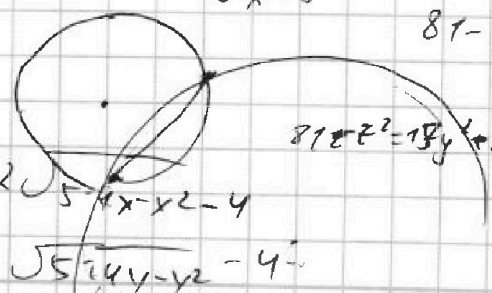
$$= 2 \quad (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) \quad b - a = 3 \quad b - a = p^2 - 1 \quad 159 \quad 265 \quad 4009$$

$$168 + 8 - 2\sqrt{2} \quad 5 \quad \sqrt{x+5} = \dots \quad x^2 = -y - 4$$

$$(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) \cos 3x + 3p \cos x + 4 \cos$$

$$(1 + \sqrt{2}) \sqrt{2\sqrt{2}} \quad |y+4| + |3+4|y-5|$$

$$325 - 244 \quad \sqrt{x+5} \quad y^2 + 8y + 16 + 4y^2 - 40y + 100 = 5y^2 - 32y + 116$$



$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2 \quad 5 - x - x^2 - 4$$

$$\sqrt{x-5} = 2 \sqrt{5-4y-y^2-4}$$

$$81 - 2^2 = y^2 + 8y + 16 + 4y^2 - 40y + 100$$

$$81 - 2^2 = 18y^2 + 32y + 116 - 41 + 8 - 1y \quad \frac{32}{10} = 3.2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x > -5 \quad z \in [-9; 9] \quad y - (x+2)^2 + z - 11 = 0$$

$$y - 4x - x^2 + z \quad (y - (x+2)^2 + 4 + z) = y - 4x - x^2 + z - 4 + 4 = y - 4x - x^2 + z$$

$$x + 4z \leq 1 \quad 1 - 2\sqrt{y-2} \quad \sqrt{x+5} \quad \frac{1}{2} \sqrt{x-5} \cdot \sqrt{1-x}$$

$$y - 4x - x^2 + z + 1 \geq 2\sqrt{(y-2)(x+5)}$$

$$\sqrt{y - 4x - x^2 + z} \geq \sqrt{2(y-2)(x+5)}$$

$$2 \sqrt{y - 4x - x^2 + z} \geq 2 \sqrt{(y-2)(x+5)}$$

$$3 \rho \cos 3\gamma + 3(\rho+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\rho(4t^3 - 3t) + 3(\rho+4)t = 6(t^2 - 1) + 10$$

$$4\rho t^3 - 6t^2 + 12t - 4 = 0 \quad t \in [-1; 1]$$

$$1) \rho t^2 - 2t + 2 = 0 \quad f'(t) = 6 \cos 2x \in [-1; 1]$$

$$2) \rho t^3 - 4\rho \cos 3\gamma - 6 \quad [6; 16] \quad 12 \cos 3\gamma = 6 \cos 2x + 10$$

$$6 \cos 2x + 10 = 0 \quad 12 \cos 3\gamma = 6 \cos^2 \gamma + 4$$

Корни $\begin{cases} x_0, \\ x_0 + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad 6 \cos 2x - 2 + 10 = 0$

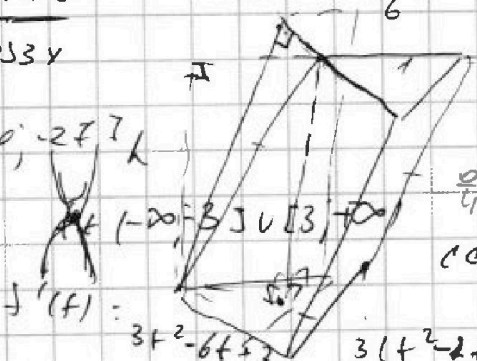
$$\cos 3\gamma + 7 \cos \gamma = 6 \cos 2\gamma \quad \sin 2x = \frac{5}{6} \quad \sin 2x = \frac{5}{6} \quad \cos x = \pm \sqrt{\frac{17}{6}}$$

$$4a^4 - 4a^3 - 23a^2 + 25a - 9 = 0$$

$$h_1 = \frac{5}{a} \quad \cos 3\gamma$$

$$p = 3t - 3t^2 + t^3$$

$$p = 1 \quad 3 - 6 + 3 = 0$$



$$t^2 - 12t + 6 = 0$$

$$\cos x = 0 \text{ mod } \pi$$

$$\cos x = 1$$