



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



✓✗ [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

✓✗ [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

✓✗ [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

✗ [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

✓✗ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 (x-6)^4 \cdot \left(\frac{1}{|x-6|}\right)^3 = (25x-9)(x-6)$$

$$(x+3)^2 \left(\frac{1}{|x-6|}\right)^3 \cdot (x-6)^3 = 25x-9$$

$$x > 6: (x+3)^2 \left(\frac{1}{x-6}\right)^3 (x-6)^3 = 25x-9$$

$$(x+3)^2 = 25x-9; \quad x^2 + 6x + 9 = 25x - 9;$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0 \quad \begin{cases} x = 18 \leftarrow \text{подходит} \\ x = 12 \leftarrow \text{не подходит, не годит. } x > 6 \text{ или } x < \frac{9}{25} \end{cases}$$

$$x < 6: (x+3)^2 \left(\frac{1}{-(x-6)}\right)^3 (x-6)^3 = 25x-9$$

$$(x+3)^2 = 9 - 25x; \quad x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x$$

$$x^2 + 31x = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \leftarrow \text{подходит} \\ x = -31 \leftarrow \text{не подходит, не годит. } x > -3 \end{cases}$$

Ответ: 0; 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \in \mathbb{R}$   $b, bq, bq^2, \dots$  - геом. прогрессия  
По усл.:  $bq^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$ ,  $bq^8 = x+3$

$$bq^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$O \& D \& S: \begin{cases} (25x-9)(x-6) \geq 0 \\ \frac{25x-9}{(x-6)^3} \neq 0 \end{cases} \quad x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$$

~~$bq^8$~~  Если  $x = \frac{9}{25}$ , то  $bq^6 = 0 \Rightarrow$  геом.

прогрессия состоит из нулей каковой прогрессия

с 7-го члена  $\Rightarrow bq^8 = 0$ , но  $\frac{9}{25} + 3 \neq 0 \Rightarrow$

$$x \neq \frac{9}{25}$$

$$\frac{bq^{14}}{bq^6} = q^8 \neq b \text{ то же время } \frac{bq^{14}}{bq^6} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{(25x-9)(x-6)}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \text{ (убрали } \sqrt{\phantom{x}} \text{). Имеем!}$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}, \text{ тогда } bq^8 = \frac{b}{(x-6)^2} = x+3$$

$$b = (x+3)(x-6)^2, \quad q^7 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}; \text{ Тогда 7-ой член:}$$

$$(x+3)(x-6)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x-6}}\right)^3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \text{ т.к. правая часть}$$

больше 0, то и левая должна быть больше 0  $\Rightarrow$   
 $x > 3$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 + 12x + 9 = 4(1-x); \quad 4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x$$

$$4x^2 + 16x - 5 = 0$$

$$D = 16^2 + 16 \cdot 5 = 16 \cdot 21$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{4 \cdot 21}}{2} = -8 \pm 2\sqrt{21}$$

$$-8 - \sqrt{21} < \frac{-3}{2} \Rightarrow \text{не кор.} \quad \sqrt{21} > \sqrt{16} = 4 \Rightarrow$$

$$-8 + 2\sqrt{21} > \frac{3}{2}; \quad 2\sqrt{21} - 8 > 1$$

$$2\sqrt{21} > 9; \quad 4 \cdot 21 > 81; \quad 84 > 81 \Rightarrow$$

$$-8 + 2\sqrt{21} > 1 \Rightarrow \text{все кор. кор } 0 \text{ и } 3$$

$$(3) \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2$$

$$\text{Корр. гев: } \sqrt{1-x} \geq 2; \quad 1-x \geq 4; \quad x \leq -3$$

$$x+5 = 1-x+4 - 4\sqrt{1-x}; \quad 2x = -4\sqrt{1-x}$$

$$x = -2\sqrt{1-x} \quad \text{Корр. гев!}$$

$$x^2 = 4(1-x); \quad x^2 = -4x+4; \quad x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$(x+2)^2 - 8 = 0; \quad (x+2)^2 = 8; \quad x = -2 - 2\sqrt{2}$$

$$-2 - \sqrt{2} > -5$$

$$-2 - \sqrt{2} > -3; \quad 2\sqrt{2} > 3 \Rightarrow -2 - \sqrt{2} > -5 \Rightarrow x = -2 - \sqrt{2} \text{ кор.}$$

$$\text{Ответ: } (-2 - \sqrt{2}; 5; 0)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} & (1) \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим выражение  $|y+4| + 4|y-5|$ .

Докажем, что оно  $\geq 9$  при любом  $y$ :

$$y \geq 5: y+4 + 4y-20 \geq 9. \quad 5y-16 \geq 9$$

$$y \geq 5. \quad y \geq 5 \Rightarrow y+4 + 4y-20 \geq 9$$

$$y \in (-4; 5): y+4 + 20-4y \geq 9; \quad 24-3y \geq 9$$

$$18 \geq 3y. \quad y \leq 6. \quad -3y \geq -15; \quad y \leq 5. \quad y < 5 \Rightarrow$$

$$y+4 + 20-4y \geq 9$$

$$y \leq -4: -4-y + 20-4y \geq 9; \quad -5y + 16 \geq 9$$

$$-5y \geq -7; \quad y \leq \frac{7}{5} \quad y < \frac{7}{5} \Rightarrow$$

$$-4-y + 20-4y \geq 9$$

Заметим, что равенство достигается только

при  $y=5$ , также заметим, что  $81-z^2 \leq 81 \Rightarrow$

$\sqrt{81-z^2} \leq 9$ . Равенство достигается только при  $z=0$ .

$$|y+4| + 4|y-5| \geq 9 \quad \sqrt{81-z^2} \leq 9 \Rightarrow |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \text{ только при } y=5; z=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 5 \quad z = 0:$$

$$(1) \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$OДЗ: \begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \end{cases} \quad x \in [-5; 1]$$

Пусть  $\sqrt{x+5} = a$ ,  $\sqrt{1-x} = b$ ,  $a, b \geq 0$   $a^2 + b^2 = 6$

$$a + b + 4 = 2ab$$

$$a - b + 4 = (a - b)^2 + a^2 + b^2$$

$$a - b + 4 = (a - b)^2 + 6$$

$$a - b = t. \quad t + 4 = -t^2 + 6$$

$$t^2 + t - 2 = 0 \quad \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\cancel{a = 4} \quad \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a - b = -2 \end{cases} \quad \text{Обратная замена:}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 1 \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{1-x} \quad (2) \\ \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 \quad (3) \end{cases}$$

$$(2) \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{1-x}; \quad x+5 = 1 + 1-x + 2\sqrt{1-x}$$

$$2x+3 = 2\sqrt{1-x}; \quad \text{кв. уравн.: } 2x+3 \geq 0; \quad x \leq -\frac{3}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x.$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

Пусть  $\cos x = t$ ;  $t \in [-1; 1]$ , тогда

$$p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4t^3 p - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 - 6 + 10$$

$$4t^3 p + 12t = 12t^2 + 4; \quad 4t^3 p - 12t^2 + 12t - 4 = 0$$

$$t^3 p - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 + (p-1)t^3 = 0$$

$$(t-1)^3 = (1-p)t^3; \quad t-1 = \sqrt[3]{1-p} t$$

$$t(1 + \sqrt[3]{p-1}) = 1; \quad t = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$\left( \begin{array}{l} 1 + \sqrt[3]{p-1} \neq 0, \\ \text{т.к. } 0 \neq 1 \end{array} \right)$$

т.к.  $t \in [-1; 1]$ , то реш. будет тогда и только тогда, когда  $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \in [-1; 1]$

$$\left[ \begin{array}{l} 1 + \sqrt[3]{p-1} \geq 1 \\ 1 + \sqrt[3]{p-1} \leq -1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} \sqrt[3]{p-1} \geq 0 \\ \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \end{array} \right]; \quad \left[ \begin{array}{l} p \geq 1 \\ p-1 \leq -8 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{array} \right]$$

Обратная зависимость:  $\cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: Все  $p \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$ :

~~$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

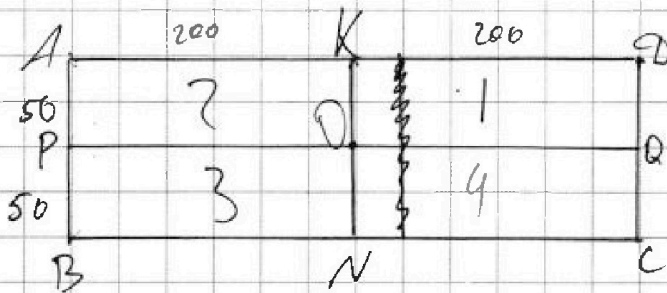


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



O - центр квадрата,  
K - центр лансет  
и диагональ прямоуго-  
льника пересекаются в т. O.

Разделим прямоугольник на 4 части,  
как изображено. Найдем количество <sup>меток</sup> ~~меток~~, которые  
будут симметричны относительно т. O:

Будем закрашивать метки последовательно  
заметьте, что достаточно закрасить первую  
и метки в 1 и 4 частях, потому что

остальные определяются однозначно симметрией  
относительно O, причем метки из 1-ой части  
симметричны меткам из 3-ей и наоборот, так  
же и метки 2 и 4 частей.

Способ раскрасить 4 метки:

$$(100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 2) \cdot (100 \cdot 200 - 3).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдём кол-во точек симметричных  
относительно 1-ой из средних осей:

относительно  $KN$ : ~~разбиваем~~ разделим  
4 клетки внутри  $KMNO$ , потом 4 симметричных

или (они являются однозначно), ~~аналогично~~

относительно  $PQ$  — т.к. кол-во точек  
(закрашенных и точек в  $BPQC$ )

внутри  $KMNO$  и  $ABCA$  одинаково, то

получим способов:  $2 \cdot (100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 \cdot 7 \cdot$

$\cdot (100 \cdot 200 - 3)$ . Но здесь посчитали и центральные,

симметричные относительно обеих средних

осей. В таких множествах есть по 2 точки

в каждой из 4-ех частей и 2 точки

одной из частей однозначно определяют

ост. Способов выбрать 2 точки в одной

из частей:  $(50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)$ , причём эти

точки уже симметричны относительно

центра квадрата, а все точки, симметричные

относительно центра квадрата. и 1-ой из ~~осей~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

средней линии, следовательно относительно  
каждой средней линии, поэтому всего

$$\text{имеется: } (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot$$

$$\cdot (100 \cdot 200 - 3) + 2 \cdot (100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) + (100 \cdot 200 - 1) \cdot$$

$$- (100 \cdot 200 - 3) - 2 \cdot (50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)$$

$$\text{Ответ: } 3 \cdot (100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 3) -$$

$$- 2 \cdot (50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 + 3c - 900 = 0$$

$$D = 9 - 2800 = 2809 = 53^2$$

$$\begin{cases} c = \frac{-3-53}{2} = -28 \\ c = \frac{-3+53}{2} = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -24 & b = -19 & c = 28 \\ a = 26 & b = 34 & c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 26 & b = 34 & c = 25 \end{cases}$$

Если  $p \nmid 3$ , то  $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow c \equiv 1 \pmod{3}$  то есть

$a \equiv b \pmod{3}$ , но так быть не может

Случай 2:

$$\begin{cases} a + c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Аналогично } p=3- \\ \text{е. возможно} \end{array}$$

значения  $p$ , тогда  $\begin{cases} a = c - 9 \\ b = c - 1 \end{cases}$

$$(c-9)^2 + c - 1 = 910. \quad c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 910$$

$$c^2 - 17c + 80 - 910 = 0; \quad c^2 - 17c - 630 = 0$$

$$\begin{cases} c = -18 \\ c = 35 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(по 7. Ваета)} \\ \begin{cases} a = -24; b = -19; c = -18 \\ a = 26; b = 34; c = 35 \end{cases} \end{array}$$

Ответ:  $(-24; -19; -28); (26; 34; 25)$   
 $(26; 34; 35); (-24; -19; -18)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$b - a \not\equiv 3 \pmod{3} \Leftrightarrow a$  и  $b$  имеют разные ост.

по модулю 3

$(a-c)(b-c) = p^2$ , где  $p$  - простое, тогда

$a-c = b-c = p$  или  $\begin{cases} a-c=1 \text{ и } b-c=p^2 \textcircled{1} \\ a-c=p^2 \text{ и } b-c=1 \textcircled{2} \\ a-c=-1 \text{ и } b-c=-p^2 \textcircled{3} \\ a-c=-p^2 \text{ и } b-c=-1 \textcircled{4} \end{cases}$

$\Downarrow$   
 $a-c = b-c$

$a=b$ , но  $a < b$

т.к.  $b > a$ , то

$b-c > a-c$ , разл  $\Rightarrow p^2 \neq 1$ , тогда

Подходят случаи

$\begin{cases} a-c=1 \text{ и } b-c=p^2 \\ a-c=-p^2 \text{ и } b-c=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} a-c=1 \text{ и } b-c=p^2 \\ a-c=-p^2 \text{ и } b-c=-1 \end{cases}$

Случае 1.  $\begin{cases} a-c=1; a=c+1 \\ b-c=p^2; b=p^2+c \end{cases}$

$\begin{cases} a-c=1; a=c+1 \\ b-c=p^2; b=p^2+c \end{cases}$

~~$c^2 + 2c + 1$~~   $\begin{matrix} \times & \text{mod } 3 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{matrix}$  Если  $p^2 \equiv 3$ , то  $p \equiv 3 \Rightarrow p=3$

$a=c+1; b=p^2+c$

$(c+1)^2 + (p^2+c) = 10$

$c^2 + 2c + 1 + p^2 + c = 10; c^2 + 3c - 9 + p^2 = 0$

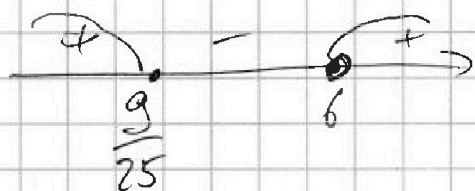


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \in (-3; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$$

$$x = 6$$

7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

$$b^9 = \sqrt{9 \cdot 6} = 3\sqrt{6} \quad a^2 = \sqrt{6}$$

$$a = 5$$

$$b^9 = 3$$

$$b^9 = \sqrt{\frac{-9}{-6^3}} = \sqrt{\frac{9}{6^3}}$$

$$\sqrt{2+4x-5}$$

$$1; -5$$

$$|y+4| + |4y-20| = \sqrt{81-2^2}$$

$$|y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$\frac{y+4}{-5} \geq \frac{2}{1}$$



$$y \geq 5: \quad y+4+4y-20 \geq 9$$

$$5y-16 \geq 9 \quad \text{верно}$$

$$a \geq b$$

$$x+5 \geq 1-x$$

$$2x \geq -4$$

$$x \geq -2$$

$$x \geq -2$$

$$y \in [-4; 5]: \quad y+4+4(5-y) \geq 9$$

$$a-b \geq -4$$

$$y+4+20-4y \geq 9$$

$$-3y+24 \geq 9$$

$$15 \geq 3y \quad y \leq 5$$

$$(a-2)(b-2)$$

$$(a-2)(b)$$

$$a(2b+1)+4-b$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + b^2 + 16$$

$$a - b = -2(ab + 2)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 4(ab^2 + 4ab + 4)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4(ab^2 + 6ab + 11)$$

$$(1-x)(x+5)$$

$$\sqrt{x+5} +$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

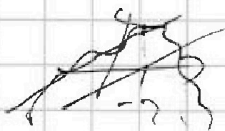
$$a - b - 2ab + 4 = 0$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$\sqrt{(1-x)(x+5)} = \frac{-2x-4}{2\sqrt{(1-x)(x+5)}} = \frac{x+2}{\sqrt{1-x}\sqrt{x+5}}$$

$$\frac{1-5}{2} = -2$$

$$x \geq -2$$



$$1-9+21-8$$

$$3=8$$

$$7d + \sqrt{-78 + 278 - 1} = 11 - 7$$

$$0 = (1-27)8 - (1-7)$$

$$\begin{aligned} \cos(3x) &= \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin x \cos x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1-\cos^2 x)\cos x = 1 - \cos^3 x \\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \quad \cos(4\pi) = -1$$

$$0 = 7(1-d) + (1-7)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a =$$

$$\sqrt{-2-2\sqrt{2}+5} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{1+2\sqrt{2}+2} = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

$$ab = 9 - 8 = 1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = -3$$

$$a - b = -3$$

$$a - \frac{1}{a} = -3$$

$$ab = 1$$

$$b = \frac{1}{a}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9$$

$$a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4$$

~~13~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y=5; z=0:$$

$$(1) \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-(x-1)(x+5)}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+5}$ ;  $b = \sqrt{1-x}$

$$ODZ: \begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \\ -(x-1)(x+5) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \\ x \in [-5; 1] \end{cases} \quad x \in [-5; 1]$$

Пусть  $a = \sqrt{x+5}$ ;  $b = \sqrt{1-x}$ , тогда

$$a - b + 4 = 2ab; \quad a - b + 4 = 2ab$$

$$a + 2b = b + 4; \quad a = b + 4$$

$$\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-(x-1)(x+5)}$$

$\sqrt{x+5}$  — монотонно возрастает

$\sqrt{1-x}$  — монотонно убывает  $g(x) = g(x) \Rightarrow$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4$  — монотонно возрастает

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{-(x-1)(x+5)} - \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7   
 СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\text{mod } 3$   
 0 0  
 1 1  
 2 1

$53$   
 $\overline{53}$   
 $\begin{array}{r} +159 \\ 265 \\ \hline 809 \end{array}$

$26$   
 $\overline{26}$   
 $\begin{array}{r} 216 \\ +52 \\ \hline 436 \end{array}$

$800 \overline{) 75}$   
 $25 \cdot 4 = 100$

$26$   
 $\overline{26}$   
 $\begin{array}{r} +156 \\ 32 \\ \hline 696 \end{array}$

$a - \frac{1}{a} = -7$   
 $\sqrt{a} = a \quad a^2 + 2a - 1 = 0$   
 $\sqrt{b} = b \quad a - b^2 = 2$   
 $a - b = 2$   
 $a = 1 \pm \sqrt{b}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$   
 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - a - b$

$2 \text{ трапеции}$   
 $9 \cdot 40 \quad 9 \cdot 2 \cdot 10$

$9 \cdot 9 \cdot 10 \quad 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

$45 \quad 18 \quad 35$   
 $40 \cdot 9$

$26 - 35 = -9$   
 $34 - 35 = -1$   
 $-27 + 18 = -9 + 18$   
 $-9 - 1$

$50 \cdot 200$   
 $a + 1$   
 $a - b + 4 = (a+b)^2 - (a - b^2 + 4)$   
 $a - b + 4 = (a-b)^2 - (a^2 + b^2)$   
 $a - b + 4 = (a-b)(1-a+b) = -(a^2 + b^2) + 4$

$3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{3+4\sqrt{2}} - 2$   
 $3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{3+4\sqrt{2}} - 4\sqrt{3+4\sqrt{2}} + 4$   
 $3 - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 3$   
 $50 \cdot 400$   
 $100 \cdot 200$   
 $-4\sqrt{2} - 4 = -2\sqrt{2} - 4$   
 $\sqrt{2} + 8 = 1 + 2\sqrt{2}$

$-2(50 \cdot 200)(50 \cdot 200 - 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)} \quad t = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$a^2 + b^2 = 6$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$(a-b)^2 = 4$$

$$a^2 + b^2 + 16 + 8a - 8b - 2ab = 4a^2b^2$$

$$\sqrt{x+5} + 1 - x$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} - 4$$

$$t^2 - t - a^2 - b^2 - 4 = 0 \quad (a-b)^2 - a^2 - b^2$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2(\sqrt{1-x}\sqrt{x+5} - 2)$$

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x}$$

$$D = 1 + 4(a^2 + b^2 + 4) = 9$$

$$a = \frac{a-b}{2b-1} = \frac{b-a}{2b-1}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x+5}$$

$$a(1-2b) = -(a+b)$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(2b-1) + 3,5}{2b-1}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{a}\sqrt{b} - 4 \quad | \cdot \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a - b = -2\sqrt{ab}$$

$$a - b + 4 = 2ab = \frac{1}{2} + \frac{3,5}{2b-1}$$

$$= 2(a\sqrt{b} + b\sqrt{a} - 2\sqrt{a} - 2\sqrt{b})$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(1-x)(5+x)}$$

$$\sqrt{1-x}(\sqrt{5-4x-x^2})' = 2(-2x-4)$$

$$= \frac{2x+4}{\sqrt{(1-x)(5+x)}}$$

$$2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$= \frac{2x+4}{\sqrt{5-4x-x^2}}$$

$$x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x$$